数　学

「数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ａ，数学Ｂ，数学Ｃ」

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B，数学C

問題 ［1］～［5］の文中の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{60}$ にあてはまる数字を解答記入欄に１つマークしなさい。なお，分数は既約分数にし，根号を含む場合は根号の中の自然数が最小となる形にしなさい。

［1］ (1) $p = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$，$q = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$ のとき，

$$p+q = \frac{\sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{2}},\quad p^2+q^2 = \frac{\boxed{3}-\sqrt{\boxed{4}}}{\boxed{5}}$$ である。

(2) a を定数とする。関数 $f(x) = ax^2-4x+a+3$ のとる値が常に正であるような a の値の範囲は，$a > \boxed{6}$ である。また，この関数の最小値が 6 であるとき，$a = \boxed{7}$ である。

(3) k を定数とする。6 個の値からなるデータ 19，k，13，$k+3$，21，$k-5$ の平均値が 19 であるとき，中央値は $\boxed{8}\boxed{9}$，分散は $\boxed{10}\boxed{11}$ である。

［2］ (1) 袋 A には白玉 2 個と赤玉 3 個，袋 B には白玉 4 個と青玉 3 個が入っている。袋 A，袋 B から玉を 1 個ずつ取り出すとき，取り出した 2 個の玉の色が異なる確率は $\dfrac{\boxed{12}\boxed{13}}{\boxed{14}\boxed{15}}$ である。

(2) 自然数 a，b $(a > b)$ に対し，自然数 M，N を $M = 2^a \cdot 3^b$，$N = 2^{a-b} \cdot 3^{a+b}$ により定める。M の正の約数の個数が 12 であるとき，

$$M = \boxed{16}\boxed{17} \text{ または } \boxed{18}\boxed{19} \quad \left(\boxed{16}\boxed{17} < \boxed{18}\boxed{19}\right)$$

であり，$12N - M$ と N の最大公約数は

$$\boxed{20}\boxed{21} \text{ または } \boxed{22}\boxed{23} \quad \left(\boxed{20}\boxed{21} < \boxed{22}\boxed{23}\right)$$

である。

(3) 実数 p，q，r が等式 $5^p = 3^q = r$ および $\dfrac{1}{p} + \dfrac{3}{q} = 1$ を満たすとき，

$r = \boxed{24}\boxed{25}\boxed{26}$ であり，$p = \boxed{27} + \boxed{28} \log_5 \boxed{29}$，

$q = \boxed{30} + \log_3 \boxed{31}$ である。

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B，数学C

［3］ (1) 関数 $y = 2\cos 2x + 6\sin^2 x - \cos^2 x - 2\sin x + 2$ は，

$y = \boxed{32}\sin^2 x - \boxed{33}\sin x + \boxed{34}$ と表される。また，この関数は

$0 \leqq x < 2\pi$ において最大値 $\boxed{35}$，最小値 $\dfrac{\boxed{36}}{\boxed{37}}$ をとる。

(2) $\triangle$OAB において，点 P を $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = 3\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 4\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で定めるとき，直線 OP と辺 AB の交点 Q は，

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \frac{\boxed{38}}{\boxed{39}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

を満たす。また，OQ : QP $= \boxed{42} : \boxed{43}$ である。

(3) 第 7 項が 19，第 28 項が -16 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項は $\boxed{44}\boxed{45}$，

公差は $-\dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$ である。また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{30} |a_k| = \boxed{48}\boxed{49}\boxed{50}$ である。

［４］ $BC = 6 + 2\sqrt{3}$，$\angle BAC = 45^\circ$ である鋭角三角形 ABC について，外接円の中心を O とし，外接円と直線 BO の交点のうち B と異なる点を D とする。また，線分 AC と線分 BD の交点を P とする。

(1) $BO = \boxed{51}\sqrt{\boxed{52}} + \sqrt{\boxed{53}}$

(2) $AP = OP = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ であるとき，$\dfrac{AP}{PC} = \dfrac{\boxed{54}}{\boxed{55}}$ である。

［５］ 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ （a, b は定数）が $x = -1$ および $x = 1$ で極値をとるとき，

(1) $a = \boxed{56}$，$b = -\boxed{57}$

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{58}\boxed{59}}{\boxed{60}}$ である。