数　学

「数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A，数学B，数学C」

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A，数学B，数学C

問題 ［１］～［５］の文中の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{60}$ にあてはまる数字を解答記入欄に１つマークしなさい。なお，分数は既約分数にし，根号を含む場合は根号の中の自然数が最小となる形にしなさい。

［１］ (1) $p = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$，$q = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$ のとき，

$$p+q = \frac{\sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{2}},\quad p^2+q^2 = \frac{\boxed{3}-\sqrt{\boxed{4}}}{\boxed{5}}$$ である。

(2) a を定数とする。関数 $f(x) = ax^2-4x+a+3$ のとる値が常に正であるような a の値の範囲は，$a > \boxed{6}$ である。また，この関数の最小値が 6 であるとき，$a = \boxed{7}$ である。

(3) k を定数とする。6 個の値からなるデータ 19，k，13，$k+3$，21，$k-5$ の平均値が 19 であるとき，中央値は $\boxed{8}\boxed{9}$，分散は $\boxed{10}\boxed{11}$ である。

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A，数学B，数学C

［2］ (1)　袋 A には白玉 2 個と赤玉 3 個，袋 B には白玉 4 個と青玉 3 個が入っている。袋 A，袋 B から玉を 1 個ずつ取り出すとき，取り出した 2 個の玉の色が異なる確率は $\dfrac{\boxed{12}\boxed{13}}{\boxed{14}\boxed{15}}$ である。

(2)　自然数 a，b $(a > b)$ に対し，自然数 M，N を $M = 2^a \cdot 3^b$，$N = 2^{a-b} \cdot 3^{a+b}$ により定める。M の正の約数の個数が 12 であるとき，

$$M = \boxed{16}\boxed{17} \text{ または } \boxed{18}\boxed{19} \quad (\boxed{16}\boxed{17} < \boxed{18}\boxed{19})$$

であり，$12N - M$ と N の最大公約数は

$$\boxed{20}\boxed{21} \text{ または } \boxed{22}\boxed{23} \quad (\boxed{20}\boxed{21} < \boxed{22}\boxed{23})$$

である。

(3)　実数 p，q，r が等式 $5^p = 3^q = r$ および $\dfrac{1}{p} + \dfrac{3}{q} = 1$ を満たすとき，

$r = \boxed{24}\boxed{25}\boxed{26}$ であり，$p = \boxed{27} + \boxed{28}\log_5 \boxed{29}$，

$q = \boxed{30} + \log_3 \boxed{31}$ である。

[3] (1) 関数 $y = 2\cos 2x + 6\sin^2 x - \cos^2 x - 2\sin x + 2$ は,

$y = \boxed{32}\sin^2 x - \boxed{33}\sin x + \boxed{34}$ と表される。また，この関数は

$0 \leqq x < 2\pi$ において最大値 $\boxed{35}$，最小値 $\dfrac{\boxed{36}}{\boxed{37}}$ をとる。

(2) $\triangle$OAB において，点 P を $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = 3\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 4\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で定めるとき，直線 OP と辺 AB の交点 Q は,

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \frac{\boxed{38}}{\boxed{39}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

を満たす。また，OQ : QP $= \boxed{42} : \boxed{43}$ である。

(3) 第 7 項が 19，第 28 項が -16 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項は $\boxed{44}\boxed{45}$,

公差は $-\dfrac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$ である。また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{30} |a_k| = \boxed{48}\boxed{49}\boxed{50}$ である。

[4]　i を虚数単位とする。2 つの複素数 α，β は

$$\alpha\beta = -\sqrt{3} + \sqrt{3}\,i, \quad \beta = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$$

を満たす。

(1)　$\alpha\beta = r(\cos\theta + i\sin\theta)$　$(r > 0,\ 0 \leqq \theta < 2\pi)$ と表すとき，$r = \sqrt{\boxed{51}}$，

$\theta = \dfrac{\boxed{52}}{\boxed{53}}\pi$ である。

(2)　$\alpha^8 = -\boxed{54} + \boxed{55}\sqrt{\boxed{56}}\,i$

[5]　関数 $f(x) = \sqrt{1+4x^2}$ および $g(x) = f(x) + 2x$ について，

(1)　$g'(x) = \dfrac{\boxed{57}\,g(x)}{f(x)}$

(2)　$M > 0$ に対し，$\log M$ を M の自然対数とすると，

$$\int_0^2 \frac{\boxed{57}}{f(x)}\,dx = \log\left(\boxed{58} + \sqrt{\boxed{59}\boxed{60}}\right)$$

である。