

ライヘンバッハの共通原因原理と科学的实在論

北島雄一郎*

Reichenbachian Common Cause Principle and Scientific Realism

Yuichiro KITAJIMA*

Reichenbach defined a common cause which explains correlations between two events if they do not connect causally. Reichenbachian common cause principle states that a correlation between two events is explained by a direct causal link between the correlated events, or Reichenbachian common cause for this correlation. According to Salmon, this principle supports scientific realism, which insists that scientific theories give approximately true descriptions of unobservable aspects of a mind-independent world. In the present paper, we review the relation between the common cause principle and scientific realism, and show that a probability space in algebraic quantum field theory always contains a Reichenbachian common cause for any correlations between two causally independent events. Thus this theory provides a positive evidence for Reichenbachian common cause principle.

Keywords: Common Cause Principle, Common Cause Closedness, Scientific Realism

1. 序論

部屋に電子レンジとテレビがあったとしよう。ある日テレビを見ながら電子レンジを使っていたら、突然テレビが消え電子レンジが動かなくなったとする。この時、我々は電子レンジとテレビが同時に壊れたとは考えない。そのようなことはありそうにないからだ。通常は、ブレーカーが落ちたのではないかなど、電子レンジとテレビが同時に動かなくなった共通原因を探す。つまり、同時に起こることはありそうもない事象が同時に起こったとしたら共通原因があると、多くの場合我々は考える。Reichenbach (1956) は確率を用いて共通原因を厳密に定義した (Reichenbach 1956, p.159)¹³⁾。

確率的に相関した因果的に独立な二つの事象に対して常にライヘンバッハが定義した共通原因が存在すること

を要請する原理は、ライヘンバッハの共通原因原理とよばれる。ここで、因果的に独立とは、一方の事象がもう一方の事象の原因ではないということを意味している。非形式的に述べると、共通原因原理とは、同時に起こりそうにないことが同時に起こったら必ずそれらの共通原因が存在するという原理である。Salmon (1984) が述べるように、この原理は共通原因による説明に関する議論のみならず、観察不可能な対象を科学理論は記述していると考える立場である科学的实在論の立場を擁護する際にも重要な役割を果たす¹⁴⁾。したがって、この原理が妥当であるかどうかという問題は、共通原因による説明の妥当性のみならず、科学的实在論の妥当性にも関わる重要な問題である。

観察不可能な微視的な対象を記述する科学理論として量子力学があるが、この理論のもとでは共通原因原理は成立しないと van Fraassen (1980) は論じた¹⁵⁾。仮に

*日本大学生産工学部教養・基礎科学系准教授

その議論が正しいということになれば、科学的实在論を支持する根拠の一つがなくなることになる。

本稿の目的は、van Fraassen (1980) による共通原因原理を否定する議論¹⁵⁾が妥当でないと指摘すること、そして、共通原因原理を支持する証拠を提示することである。これらの議論を通して、ライヘンバッハの共通原因原理を擁護したい。

本稿の構成は、以下の通りである。2節で、ライヘンバッハの共通原因の定義と共通原因原理を述べる。3節では、科学的实在論とはどのような立場なのか、そしてそれがどのように共通原因原理に関連するのかを確認する。4節では van Fraassen (1980) による共通原因原理を否定する議論¹⁵⁾が妥当でないことを指摘する。5節では量子力学において共通原因を考えるための枠組みを提示し、6節では、相対論も考慮に入れ因果にかかわる要請をする代数的場の量子論は、ライヘンバッハの共通原因原理を支持する証拠となることを示す。

2. ライヘンバッハによる共通原因の定義

例えば、1の目が出る確率が1/6であるようなさいころを二つ振って、1の目が同時に出る確率が1/36より大きければ、二つのさいころの間には相関がある。このような相関は一般的に次のように定義される。

定義1 事象 A と事象 B の確率をそれぞれ $p(A)$ と $p(B)$ とする。

$p(A \wedge B) > p(A)p(B)$
のとき、事象 A と事象 B は確率的に相関しているという。

事象 A と事象 B が確率的に相関していることは、 $p(B|A) > p(B)$ かつ $p(A|B) > p(A)$ という事と同値である。ただし、 $p(X|Y)$ は Y のもとでの X の条件付き確率であり、 $p(X \wedge Y)/p(Y)$ と定義される。つまり、事象 A と事象 B が確率的に相関しているということは、事象 B のみが起こる確率より事象 A のもとで事象 B が起こる確率が高く、かつ事象 A のみが起こる確率より事象 B のもとで事象 A が起こる確率が高いということである。

我々は二つの事象に確率的な相関があれば何らかの共通の原因があると考え、その原因を用いてその相関を説明しようとするだろう。例えば、二つのさいころを振って共に1の目が出る確率が1/36より大きければ、机の下に磁石が隠されているなど何らかの仕掛け、つまり二つの事象の共通原因を探さう。

Reichenbach (1956) は共通原因を次のように定式化した (Reichenbach 1956, p.159)¹³⁾。

定義2 (ライヘンバッハによる共通原因) 事象 C は A と B と等しくなく、かつ以下の式を満足するとき、事象 C は事象 A と事象 B のあいだの相関に対する共通原因という。ただし、 $\neg C$ は C の否定とする。

$$\begin{aligned} p(A \wedge B|C) &= p(A|C)p(B|C) \\ p(A \wedge B|\neg C) &= p(A|\neg C)p(B|\neg C) \\ p(A|C) &> p(A|\neg C) \\ p(B|C) &> p(B|\neg C) \end{aligned}$$

事象 C が定義2における4つの式を満足するとき、

$$\begin{aligned} p(A \wedge B) - p(A)p(B) \\ = p(C)p(\neg C) \\ \times (p(A|C) - p(A|\neg C))(p(B|C) - p(B|\neg C)) > 0 \end{aligned}$$

となるので、A と B は確率的に相関している (Reichenbach 1956, pp.159-160)¹³⁾。

上で述べたさいころの場合を再び考えよう。磁石が埋め込まれているさいころ a とさいころ b があるとする。さいころ a とさいころ b を振るテーブルの下には強力な電磁石が内蔵されており電磁石のスイッチが入っているとき、さいころ a とさいころ b の目が1である確率は共に1/2であり、電磁石のスイッチが切れているとき、さいころ a とさいころ b の目が1である確率は共に1/6であるとする。また、電磁石のスイッチが入っている確率は1/2であり、電磁石のスイッチが入っていない確率は1/2であるとする。さいころ a とさいころ b を十分に離して、さいころ a とさいころ b は互いに影響を及ぼさないようにして同時に振る。事象 A, 事象 B, 事象 C を

事象 A : さいころ a の目が1である

事象 B : さいころ b の目が1である

事象 C : 電磁石のスイッチが入っている

とする。このとき、 $p(A) = p(B) = 1/2 \cdot 1/6 + 1/2 \cdot 1/2 = 1/3$ であり、 $p(A \wedge B) = 1/2 \cdot (1/6 \cdot 1/6) + 1/2 \cdot (1/2 \cdot 1/2) = 5/36$ だから、 $p(A \wedge B) > p(A)p(B)$ であり事象 A と事象 B は確率的に相関している。一方、さいころ a とさいころ b は互いに影響を及ぼすことなくテーブルに内蔵された電磁石にのみ影響されるというのだから、

$$\begin{aligned} p(A \wedge B|C) &= 1/2 \cdot 1/2 = 1/4 \\ p(A|C) &= p(B|C) = 1/2 \\ p(A \wedge B|\neg C) &= 1/6 \cdot 1/6 = 1/36 \\ p(A|\neg C) &= p(B|\neg C) = 1/6 \end{aligned}$$

となる。つまり、電磁石のスイッチが入っているときは A と B は相関していなく、また電磁石のスイッチが入っていない時も A と B は相関していない。しかし、電磁石のスイッチが入っているかどうかを特定していない場合は、A と B は確率的に相関している。このように、

電磁石のスイッチが事象 A と事象 B の確率的な相関に対する共通原因となっている。これがライヘンバッハの共通原因の例である (Salmon 1984, pp. 161-162)¹⁴⁾。

ライヘンバッハの共通原因原理は、二つの事象の確率的な相関は、相関している事象間の直接の因果的なつながり、もしくは、その相関に対するライヘンバッハの共通原因のいずれかによって説明されるという原理である。つまり、この原理によれば、直接因果的なつながりがない二つの事象が確率的に相関しているならば、その相関に対する共通原因が存在しなければならない。

3. 科学的实在論とライヘンバッハの共通原因原理

この節では、ライヘンバッハの共通原因原理は、共通原因による説明に関する議論のみならず科学的实在論の議論においても重要であるということを確認する。科学的实在論とは、我々とは独立に存在していて我々が直接観測できない対象、例えば電子などを科学理論は記述していると考ええる立場である。

科学的实在論は Harman (1965) によって名づけられた最善の説明への推論とよばれる推論を用いて擁護されることが多い。この推論では「ある仮説が証拠を説明するという事実から、その仮説が真であるということを推論する」(Harman 1965, p.89)⁸⁾。科学的实在論を擁護する場合、科学理論が扱う電子など観察不可能な対象が実在するという仮説が様々なデータを説明するという事実から、観察不可能な対象が実在するという仮説が真であるということを推論することになる。

このような推論を Salmon (1984) はライヘンバッハの共通原因原理の観点から考えた^{注1)} (Salmon 1984, pp.224-225)¹⁴⁾。科学では「驚くべき一致」が数多くある。共通原因原理とは同時に起こりそうにない事象が同時に起こったら必ずそれらの共通原因が存在するという原理であるから、この一致を説明する共通原因が存在しなければならない。2節で述べたさいころの例では、共通原因は電磁石のスイッチが入っているという観察可能な事象であった。しかし、観察可能な事象が共通原因として見出されなければ、観察不可能な事象が共通原因とならなければならない。このように「この原理が、世界に存在するものについてのわれわれの叙述に課される要求であるならば、われわれは、観察不可能な事象や過程の存在を要請せざるをえなくなる」(van Fraassen 1980, p.25, 邦訳 p.63)¹⁵⁾。

具体的には、Salmon (1984) は、1 モルあたりの分子数であるアヴォガドロ数を、アルファ線を用いた実験から導いた場合も、ブラウン運動を用いた実験から導いた場合も、その数値が非常にいい精度で一致したことに

注目している。

原子、分子、イオンといった微視的な対象が仮に存在しないのであれば、アヴォガドロ数を確かめるために考えられた異なる実験は本当に独立の実験となり、これらの実験結果において数値が極めてぴったりと一致するということはまったく驚くべき一致となるだろう。[...] この種の微視的な対象が存在するということを信じている人たちにとって、様々な理論によって具体的に記述されている存在や性質こそが、この「驚くべき一致」を説明する。(Salmon 1984, p.220)¹⁴⁾

そして、この議論はライヘンバッハの共通原因原理に依存していると Salmon (1984) は考える。例えば、定義 2 における A と B を、それぞれ、アルファ線とブラウン運動に関わる実験の集合で、それらの実験では許容できる範囲内でアヴォガドロ数を導けるとしよう。定義 2 における C を、ヘリウムの正確な原子量と、放射性物質のアルファ粒子の崩壊率といったヘリウムに関わる性質を特定することを表すことにしよう。どちらかの性質を間違えていることは、C の否定 $\neg C$ と表される (Salmon 1984, pp.224-227)¹⁴⁾。

実験で失敗することはあるものの、ヘリウムの性質を正確に特定した場合、許容できる範囲内でアヴォガドロ数を導ける確率は、ヘリウムの性質を正確に特定しなかった場合より大きいだろう。したがって、

$$p(A|C) \geq p(A|\neg C)$$

$$p(B|C) \geq p(B|\neg C)$$

となる^{注2)}。

アルファ線を用いた実験とブラウン運動を用いた実験は離れた場所で行われる。したがって、ヘリウムの性質を正確に特定した場合、ブラウン運動を用いた実験で許容できる範囲内でアヴォガドロ数を導けたとしても導けなかったとしても、アルファ線を用いた実験で許容できる範囲内でアヴォガドロ数を導ける確率は同じであるはずである。よって $p(A|B \wedge C) = p(A|\neg B \wedge C)$ となるので、

$$p(A \wedge B|C) = p(A|C)p(B|C)$$

となる。ヘリウムの性質を正確に特定しなかった場合も同様に、

$$p(A \wedge B|\neg C) = p(A|\neg C)p(B|\neg C)$$

となる。定義 2 の後で述べた式を使うと、これらの式から $p(A \wedge B) \geq p(A)p(B)$ という不等式が導かれる。

このように、アルファ線に関わる実験の集合で、それらの実験では許容できる範囲内でアヴォガドロ数を導けるという事象と、ブラウン運動に関わる実験の集合で、それらの実験では許容できる範囲内でアヴォガドロ数を

導けるという事象は相関している。共通原因原理によれば、この相関の共通原因がなければならない。そして、共通原因は、ヘリウムの正確な原子量や放射性物質のアルファ粒子の崩壊率といったヘリウムに関わる性質を特定するという事象となる。このようにして共通原因原理は、科学的事実論を支持する。共通原因原理が成り立たなければ、科学的事実論を支持する議論を一つ失うことになる。このように、共通原因原理を擁護する議論は、科学的事実論を擁護する議論と関連している。

4. 共通原因原理に反対する議論

共通原因原理の反証例とされる事例はいくつかある¹⁾が、本稿では量子力学における共通原因を考えるので、量子力学に関連する例に絞る。3節で述べた議論に従うと、仮にこれらの例が妥当な反証例であるならば、科学的事実論に反対する根拠となる。しかし、この節では、これらの例は共通原因原理の反証例とはならないということを指摘する。

非相対論的量子力学において空間的に離れた二つの事象が確率的に相関している有名な例は、Einstein, Podolsky and Rosen (1935) で提案された状態⁶⁾をBohm (1981) がスピンを使って考えた状態³⁾であり、EPR-Bohm 状態と呼ばれる。この状態では、二つの空間的に離れた粒子1と粒子2を考える。この状態において、粒子1のz方向のスピン向きが上向きである確率は1/2であり、粒子2のz方向のスピン向きが下向きである確率は1/2である。さらに、この状態では粒子1のz方向のスピン向きが上向きであれば、粒子2のz方向のスピン向きは確率1で下向きとなる。したがって、粒子1のz方向のスピン向きが上向きであり、かつ粒子2のz方向のスピン向きが下向きである確率は1/4ではなく、1/2となる。つまり、粒子1と粒子2は空間的に離れているが、粒子1のz方向のスピン向きが上向きであるという事象と、粒子2のz方向のスピン向きが下向きであるという事象は、確率的に相関している。

van Fraassen (1980) は、このような状態を次のように定式化した。

いま仮に、Sという状態にあったあと、常に、様々な属性 $F_1, \dots, F_n$ および $G_1, \dots, G_n$ によって特徴づけられる別の一つの状態になるような、系あるいは対象のふるまいを調べたとしよう。そして、この遷移には本当に非決定論的であるが、しかしその遷移確率について、

$$(a) p(F_i|S) = a_i$$

$$(b) p(G_i|S) = a_i$$

$$(c) p(F_i \equiv G_i|S) = 1$$

という理論が提示できる、という結論に至ったとする。但し「 $\equiv$ 」は、 $\dots$ ならばそしてその場合にのみ $\dots$ 、あるいは、 $\dots$ のときそしてそのときにのみ $\dots$ を意味する。(van Fraassen 1980, p.29, 邦訳 p.70)¹⁵⁾

この引用のSという状態が上で述べたEPR-Bohm状態に対応し、例えば F_1 は「粒子1のz方向のスピンが上向きである」という性質、 F_2 は「粒子1のz方向のスピンが下向きである」という性質、 G_1 は「粒子2のz方向のスピンが下向きである」という性質、 G_2 は「粒子2のz方向のスピンが上向きである」という性質に対応する。 $p(F_i \equiv G_i|S) = 1$ より、 $p((F_i \wedge G_i)|S) = p(F_i|S) = a_i$ である。Sが F_1 と G_1 の相関の共通原因であるとする、と、定義2より、

$$p(F_i|S)p(G_i|S) = p(F_i \wedge G_i|S)$$

だから、 $a_i^2 = a_i$ となり、 $a_i = 0, 1$ となる。つまり、 a_i が0と1以外の確率を取るような非決定論的な理論では、ライヘンバッハの共通原因は存在しないことになる。特に、上で述べた量子力学における状態では、 a_i は1/2なので、Sは共通原因とならない。van Fraassen (1980) は、この事例をライヘンバッハの共通原因原理を反証する例と考えている (van Fraassen 1980, p.29, 邦訳 p.70)¹⁵⁾。

Salmon (1984) は、この例に応えるために、共通原因原理を弱め、定義2を満足している場合だけでなく、 $p(A \wedge B|C) > p(A|C)p(B|C)$ が成り立っている場合も共通原因とみなせると考えた (Salmon 1984, pp.168-174)¹⁴⁾。このように考えると、上の例におけるSは F_i と G_i の共通原因となり、共通原因原理が成り立つと考えることができる。

しかし、このように共通原因原理を弱めると、無限後退が生じる (van Fraassen 1980, p.30, 邦訳 pp.71-72)¹⁵⁾。上で述べたように、この弱めた共通原因原理では、AとBの相関に対する共通原因Cは、 $p(A \wedge B|C) > p(A|C)p(B|C)$ という不等式が成り立っているとしよう。この場合、共通原因CのもとでAとBは確率的に相関しているのだから、共通原因原理によればその共通原因C'が存在しなければならない。このようにして、無限後退が生じる。この無限後退が止まるのは、あるところで共通原因が定義2を満足するようになるか、もしくは他の何らかの原理に訴えて、共通原因による説明が打ち切られるかのいずれかの場合である。つまり、定義2を弱めたとしても、無限後退を止めるには結局定義2に訴えるか、もしくは、別の原理に訴える必要がある。

共通原因原理を弱める以外の共通原因原理を擁護する方法もある。それは、この議論におけるSは完全な共通原因ではなく、Sとは別の真の共通原因が隠れている

と考える方法である。van Fraassen (1980) は、これを次のように述べた上で、退けている。

ライヘンバッハの原理に反する理論を、その経験的十全性を損なうことなくその原理にしたがう理論に変えることは、できるだろうか。それは可能かもしれない。そしてそのためには、状態 S を帰属させることがその時刻におけるその系に関する完全な情報を与えることなのだ、という前提を否定し、その状態の背後にある隠れたパラメーターを要請しなければならないだろう。量子力学に対するそのような試みは、隠れた変数の理論と呼ばれる。しかし、もしそのような理論が通常の量子力学と等値であるならば、その理論はやはり非-古典的な非-局所的相関を示し、それは再びライヘンバッハの原理に反する、ということを示しうるのである。(van Fraassen 1980, p.30, 邦訳 p.71)¹⁵⁾

この引用において、非-古典的な非-局所的相関を示すと述べられているが、これは量子力学におけるベルの不等式の破れのことである。そして、これがライヘンバッハの原理に反すると述べている。そこで、ベルの不等式の破れが共通原因原理に反するのかどうかを、以下検討しよう。そのために、Bub (1999) に従って、ベルの不等式がどのように導かれるかをみてみる (cf. Bub 1999, Section 2)⁴⁾。

ベルの不等式は、以下でみるように、局所的な隠れた変数を仮定すると導かれる。確率変数 $A1, A2, B1, B2$ を考え、これらの確率変数はそれぞれ値 $a1, a2, b1, b2$ をとるとする。ここで、 $A1$ と $B1$ は同じ領域で測定し、 $A2$ と $B2$ はその領域と空間的に離れた領域で測定するとし、 $-1 \leq a1, a2, b1, b2 \leq 1$ とする。 $A1$ と $A2$ の測定、 $A1$ と $B2$ の測定、 $B1$ と $A2$ の測定、 $B1$ と $B2$ の測定という4つの測定を考える。例えば、 $A1$ と $A2$ の測定をして値 $a1$ と $a2$ が得られる確率を、 $p^{A1, A2}(a1, a2)$ とかく。 $p^{A1, A2}(a1, a2) > p^{A1}(a1)p^{A2}(a2)$ のような相関があり、こうした相関を隠れた変数 λ で説明できるとしよう。例えば、 $p^{A1, A2}(a1, a2|\lambda)$ は、隠れた変数 λ のもとで、空間的に離れた領域でそれぞれ $A1$ と $A2$ という測定をした時、 $a1$ と $a2$ という値を得る確率をあらわす。隠れた変数 λ の確率分布 $\rho(\lambda)$ を我々は知らないが、 λ を積分すると、隠れた変数を考えず通常に測定して得られる確率、例えば $p^{A1, A2}(a1, a2)$ が導かれるとしよう。すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} p^{A1, A2}(a1, a2) &= \int p^{A1, A2}(a1, a2|\lambda) \rho(\lambda) d\lambda \\ p^{A1, B2}(a1, b2) &= \int p^{A1, B2}(a1, b2|\lambda) \rho(\lambda) d\lambda \\ p^{B1, A2}(b1, a2) &= \int p^{B1, A2}(b1, a2|\lambda) \rho(\lambda) d\lambda \\ p^{B1, B2}(b1, b2) &= \int p^{B1, B2}(b1, b2|\lambda) \rho(\lambda) d\lambda \end{aligned}$$

さらに、隠れた変数 λ は、以下の実験結果の独立性 (Outcome Independence) と実験設定の独立性 (Parameter Independence) を満足するとする。

実験結果の独立性 (Outcome Independence) とは、右側の測定結果は、左側の測定結果とは独立であるという条件である。これは、次のように表される。

$$\begin{aligned} p^{A1, A2}(a1|a2, \lambda) &= p^{A1, A2}(a1|\lambda) \\ p^{A1, B2}(a1|b2, \lambda) &= p^{A1, B2}(a1|\lambda) \\ p^{B1, A2}(b1|a2, \lambda) &= p^{B1, A2}(b1|\lambda) \\ p^{B1, B2}(b1|b2, \lambda) &= p^{B1, B2}(b1|\lambda) \end{aligned}$$

実験設定の独立性 (Parameter Independence) とは、右側でどのような実験設定をしても、左側の実験結果には影響を及ぼさないし、左側でどのような実験設定をしても、右側の実験結果には影響を及ぼさないという条件である。これは、次のように表される。

$$\begin{aligned} p^{A1, A2}(a1|\lambda) &= p^{A1}(a1|\lambda) \\ p^{A1, A2}(a2|\lambda) &= p^{A2}(a2|\lambda) \\ p^{A1, B2}(a1|\lambda) &= p^{A1}(a1|\lambda) \\ p^{A1, B2}(b2|\lambda) &= p^{B2}(b2|\lambda) \\ p^{B1, A2}(b1|\lambda) &= p^{B1}(b1|\lambda) \\ p^{B1, A2}(a2|\lambda) &= p^{A2}(a2|\lambda) \\ p^{B1, B2}(b1|\lambda) &= p^{B1}(b1|\lambda) \\ p^{B1, B2}(b2|\lambda) &= p^{B2}(b2|\lambda) \end{aligned}$$

実験結果の独立性と条件付き確率の定義から、

$$p^{A1, A2}(a1, a2|\lambda) = p^{A1, A2}(a1|\lambda) p^{A1, A2}(a2|\lambda)$$

となる。さらに、実験設定の独立性から

$$p^{A1, A2}(a1, a2|\lambda) = p^{A1}(a1|\lambda) p^{A2}(a2|\lambda)$$

となる。同様の計算をすると、

$$\begin{aligned} p^{A1, A2}(a1, a2|\lambda) &= p^{A1}(a1|\lambda) p^{A2}(a2|\lambda) \\ p^{A1, B2}(a1, b2|\lambda) &= p^{A1}(a1|\lambda) p^{B2}(b2|\lambda) \\ p^{B1, A2}(b1, a2|\lambda) &= p^{B1}(b1|\lambda) p^{A2}(a2|\lambda) \\ p^{B1, B2}(b1, b2|\lambda) &= p^{B1}(b1|\lambda) p^{B2}(b2|\lambda) \end{aligned}$$

という式が得られる。定義2の共通原因の定義に注意すると、上の式の λ は隠れた共通原因とみなすことができる。

この条件から

$$|E(A1, A2) + E(A1, B2) + E(B1, A2) - E(B1, B2)| \leq 2$$

という不等式が導かれる。ただし、例えば $E(A1, A2)$ は、 $A1$ と $A2$ の値の積の期待値である。この不等式は、ベルの不等式とよばれる。隠れた変数は具体的にどのようなものであるか分からなかったが、この不等式は隠れた変数を含まない。したがって、実験でこの不等式が成り立つかどうか調べることができる。

具体例として、2節で述べた Salmon (1984) による例を考えよう。 $A1$ と $B1$ を共に「さいころ a の目」、 $A2$ と $B2$ を共に「さいころ b の目」とする。1の目が出たら $A1, B1, A2, B2$ の値は1とし、1以外の目がでたらこれらの値は0としよう。2節でみたように、このとき

$p^{A1, A2}(1, 1) > p^{A1}(1)p^{A2}(1)$ となり、相関している。一方、

$$|E(A1, A2) + E(A1, B2) + E(B1, A2) - E(B1, B2)| \\ = 5/36 + 5/36 + 5/36 - 5/36 = 5/18 < 2$$

となるので、ベルの不等式は成立している。電磁石という共通原因が隠れた変数とみなすことができるので、この結果は当然の結果である。

他の具体例として、非相対論的量子力学の EPR-Bohm 状態を考えよう。A1 を粒子 1 の z 方向のスピン、B1 を粒子 1 の x 方向のスピン、A2 を粒子 2 の z 軸から x 軸の方向に $(5/4)\pi$ 傾けた方向のスピン、B2 を粒子 2 の x 軸の方向に $(3/4)\pi$ 傾けた方向のスピン、測定とする。ただし、粒子 1 と粒子 2 は空間的に離れている。 $a1, b1, a2, b2$ は 1 もしくは -1 という値をとる。このとき、例えば、 $p^{A1, A2}(+1, -1) > p^{A1}(+1)p^{A2}(-1)$ となり、相関している。他の測定の場合も、同様に相関している。この相関も、上の例と同様に、隠れた変数で説明できるのだろうか。それは、できない。なぜなら、

$$|E(A1, A2) + E(A1, B2) + E(B1, A2) - E(B1, B2)| \\ = 2\sqrt{2} > 2$$

となり、ベルの不等式が破れるからである (Bub 1999, Section 2)⁴⁾。

代数的場の量子論においても同様に、Einstein, Podolsky and Rosen (1935) の議論⁶⁾が成立するような状態は数多く存在する (Kitajima 2013, Theorem 3)。そして、そのような状態では必ずベルの不等式が破れることが示されている (Kitajima 2013, Theorem 2)¹¹⁾。このように、非相対論的量子力学でも代数的場の量子論でも「非-古典的な非-局所的相関」がある。

このようにベルの不等式が破れるということは、ベルの不等式を導くために使った

$$p^{A1, A2}(a1, a2|\lambda) = p^{A1}(a1|\lambda)p^{A2}(a2|\lambda) \\ p^{A1, B2}(a1, b2|\lambda) = p^{A1}(a1|\lambda)p^{B2}(b2|\lambda) \\ p^{B1, A2}(b1, a2|\lambda) = p^{B1}(b1|\lambda)p^{A2}(a2|\lambda) \\ p^{B1, B2}(b1, b2|\lambda) = p^{B1}(b1|\lambda)p^{B2}(b2|\lambda)$$

という式が、成り立たないことを示している。したがって、 λ という隠れた共通原因は存在しないことになる。

しかし、 λ というベルの不等式を導く際に仮定した共通原因は、A1 と A2 の測定、A1 と B2 の測定、B1 と A2 の測定、B1 と B2 の測定という 4 つの組の測定をしたときに現れる、4 つの相関に共通した共通原因となっていて、いわば共通の共通原因となっていることに注意しなければならない⁹⁾。一方、定義 2 の共通原因は 1 つの組の測定に対する共通原因である。したがって、ベルの不等式が破れるということから、これら 4 つの組の測定に共通する共通原因が存在しないということは導かれるが、ライエンバッハの共通原因が存在し

ないということが導かれるわけではない。つまり、ベルの不等式が破れていることから、共通原因原理が成立しないということは帰結しない。

この節の議論は、非決定論的な理論、特に量子力学において共通原因原理を否定する議論は妥当でないという議論であった。これは共通原因原理を積極的に支持する議論ではない。6 節では、共通原因原理を積極的に支持する証拠を提示する。そのために、5 節でその準備をする。

5. オースモジュラー束とその上の確率測度

この節では、代数的場の量子論を簡単に紹介し、その後、非相対論的量子力学と代数的場の量子論に共通する構造であるオースモジュラー束について述べる。

非相対論的量子力学ではヒルベルト空間上の自己共役作用素によって観測可能量を表すが、この観測がいつどこで行われたかについては明確ではない。それに対して代数的場の量子論では、いつどこで観測が行われたかについても考慮し、さらに特殊相対性理論も考慮に入れた上で理論を構築している。特に、空間的に離れた時空領域に属する観測可能量は互いに影響を及ぼさないことを要請する微視的因果律という条件を課する。したがって、具体的には次のように定式化されている。

ミンコフスキー空間の有界な開集合 O にフォン・ノイマン代数 $N(O)$ を対応させる。 $N(O)$ に含まれる射影作用素が O における観測命題をあらわす。そして、この射影作用素を使って、ある状態のもとでの観測命題の確率を計算する。さらに、局所代数には物理的に妥当な条件を課する。どのような条件を課するかに関してはいくつかの立場があるが、本稿では微視的因果律、シュリーダー性質、そして局所代数が固有無限であるという条件のみを課する²⁾。以下では、局所代数のネットはこれらの条件を満足しているとする。このとき、二つの時空領域 O_1 と O_2 が空間的に離れていたなら、これらの時空領域に対応する局所代数 $N(O_1)$ と $N(O_2)$ が生成するフォン・ノイマン代数上に正規状態 ϕ と射影作用素 $P_1 \in N(O_1)$ と $P_2 \in N(O_2)$ が存在して、 ϕ において P_1 と P_2 は確率的に相関している¹¹⁾。

3 節で述べたように、非相対論的量子力学において空間的に離れた二つの事象が確率的に相関していることがあるが、ここで述べたように代数的場の量子論においても、空間的に離れた二つの事象が確率的に相関していることがある。この二つの事象は空間的に離れているのだから、この二つの事象は直接的因果的つながりはないと考えられる。

これら二つの理論の共通点は、観測命題は射影作用素で表され、射影作用素の集合はフォン・ノイマン代数と

なっていることである。フォン・ノイマン代数に含まれる射影作用素全体の集合は、射影作用素の通常の順序関係でオーソモジューラー束となる。オーソモジューラー束とは、 $a \leq b$ ならば $b = a \vee (a^\perp \wedge b)$ という条件をみたす束である。例えば、ブール代数はオーソモジューラー束の例となっている。

オーソモジューラー束 L 上の確率測度は次のように定義される。

定義3 ϕ を L から実数全体の集合への写像とする。互いに直交する可算無限個の要素 a_i に対して、 $\phi(\bigvee a_i) = \sum \phi(a_i)$ となるとき、 ϕ を L 上の確率測度という。

本稿で重要な役割を果たす L の ϕ 原子元は次のように定義される。

定義4 a をオーソモジューラー束 L の要素、 ϕ を L 上の確率測度とする。 $b \leq a$ なる任意の $b \in L$ に対して、 $\phi(b) = 0$ もしくは $\phi(b) = \phi(a)$ となるとき、 a を ϕ 原子元とよぶ。

大雑把に述べると、 ϕ 原子元とは、 L において 0 でない最も小さい要素である。

ここでは、簡単のために、確率測度は忠実であると仮定する。

定義5 ϕ をオーソモジューラー束 L 上の確率測度とする。任意の $a \in L$ に対して $\phi(a) = 0$ のとき $a = 0$ のとき、 ϕ を忠実であるという。

ϕ 原子元をもちいて、非相対論的量子力学と代数的場の量子論の違いを述べるができる。非相対論的量子力学は I 型のフォン・ノイマン代数で記述されるのに対して、代数的場の量子論の典型的な局所代数は III 型のフォン・ノイマン代数である (Haag 1996, Section V.6)⁷⁾。I 型のフォン・ノイマン代数は ϕ 原子元をもつものに対して、II 型や III 型のフォン・ノイマン代数は ϕ 原子元をもたない。したがって、非相対論的量子力学では ϕ 原子元が存在するのに対して、代数的場の量子論では ϕ 原子元は存在しない。この違いは、共通原因で閉じているかどうかを考える際、重要な役割を果たす。

6. 量子確率論における共通原因

非相対論的量子力学でも代数的場の量子論でも、空間的に離れた二つの射影作用素は両立可能という条件をみ

たす (cf. Baumgartel 1995, p.10)²⁾。これは、二つの観測命題が因果的に独立である、つまり一方の観測命題がもう一方の観測命題の原因とはならないということに対応している。

定義6 a と b をオーソモジューラー束 L における要素とする。

$$a = (a \wedge b) \vee (a \wedge b^\perp)$$

となるとき、 a と b は両立可能という。

この条件を使うと、オーソモジューラー束における確率的な相関は次のように定義される。

定義7 a と b をオーソモジューラー束 L における要素、 ϕ を L 上の確率測度とする。

$$\phi(a \wedge b) > \phi(a) \phi(b)$$

であり、 a と b が両立可能であるとき、 ϕ において a と b は確率的に相関しているという。

オーソモジューラー束におけるライヘンバッハの共通原因は、古典的確率論と同様に定義できる。

定義8 (Hofer-Szabo, Redei, and Szabo 2013, Definition 6.1)¹⁰⁾ a と b をオーソモジューラー束 L における要素、 ϕ を L 上の確率測度とする。 a, b と相異なる L の要素 c が、 a と b と共に両立可能であり、

$$\begin{aligned} & \phi(a \wedge b \wedge c) / \phi(c) \\ &= (\phi(a \wedge c) / \phi(c)) (\phi(b \wedge c) / \phi(c)) \\ & \phi(a \wedge b \wedge c^\perp) / \phi(c^\perp) \\ &= (\phi(a \wedge c^\perp) / \phi(c^\perp)) (\phi(b \wedge c^\perp) / \phi(c^\perp)) \\ & \phi(a \wedge c) / \phi(c) > \phi(a \wedge c^\perp) / \phi(c^\perp) \\ & \phi(b \wedge c) / \phi(c) > \phi(b \wedge c^\perp) / \phi(c^\perp) \end{aligned}$$

という式を満足するとき、 a と b の相関に対する共通原因という。

この定義の中の a, b, c は互いに両立可能なので、これらが生成する束はブール代数となる。したがって、この定義は古典的確率論におけるライヘンバッハの共通原因に対応している。古典的な確率空間の場合と同様に、 c が定義8における4つの式を満足するとき、 a と b は確率的に相関している (Hofer-Szabo, Redei, and Szabo 2013, Lemma 7.3)¹⁰⁾。

a と b が確率的に相関しているときに、そのオーソモジューラー束がその相関の共通原因を含んでいるかどうかは自明ではない。それを要請する条件が、次の共通原因で閉じているという性質である。

定義9 (Kitajima and Redei 2015, Definition 3)¹²⁾
 ϕ をオーソモジューラー束 L 上の確率測度とする。
両立可能な a と b が ϕ において確率的に相関して
いるならばその相関の共通原因を L が含んでいる
とき、確率空間 (L, ϕ) は共通原因で閉じている
という。

この定義の中の両立可能性が直接の因果的なつながりが
ないということに対応している。

ライヘンバッハの共通原因原理とは、因果的に独立な
二つの事象の確率的な相関に対して必ずこの相関に対す
るライヘンバッハの共通原因が存在するという原理で
あった。この原理では確率空間を特定していないので、
確率的に相関した二つの事象を含む確率空間に共通原因
が含まれている必要はない。

一方、定義9で述べた共通原因で閉じているという性
質は、因果的に独立な二つの事象の確率的な相関に対
して必ずこの共通原因を確率空間が含むという性質で
ある。このように、共通原因原理と確率空間が共通原因
で閉じていることは区別すべきであって、共通原因で閉
じていない確率空間があるということから、共通原因理
が反証されるということは帰結しない。

次に示すように、この条件は ϕ 原子元と密接な関係
がある。

定理10 (Kitajima and Redei 2015, Proposition 14)¹³⁾
 L をフォン・ノイマン代数の射影作用素によるオー
ソモジューラー束、 ϕ を L 上の忠実な確率測度とす
る。 L は $\phi(a \wedge b) > \phi(a)\phi(b)$ なる要素 a と b
を含んでいるとする。このとき、以下の条件は同値
である。

1. 確率空間 (L, ϕ) は共通原因で閉じている。
2. L に含まれる ϕ 原子元は高々1個である。

4節で述べたように、非相対論的量子力学を記述する
フォン・ノイマン代数は複数個の ϕ 原子元を含むので、
定理10によれば、非相対論的量子力学を記述するフォ
ン・ノイマン代数は共通原因で閉じていない^{注3)}。

一見この事実は共通原因原理に否定的な証拠であるよ
うに見えるが、これは否定的な証拠とはならない。なぜ
なら、共通原因原理は因果的に独立な二つの事象に対
して共通原因が存在するということを要請しているの
であって、相関している二つの事象を含む確率空間に
共通原因が含まれているということを要請しているわけ
ではないからである。もとの確率空間を含むより大きい
確率空間が存在して、その確率空間はこの相関と共通
原因を含んでいる可能性があり、いわば共通原因は隠
されているだけかもしれない。このように、確率空間
が相関に対

する共通原因を含んでいないということは、共通原因
原理の反証とはならない。

一方、代数的場の量子論を記述するフォン・ノイ
マン代数は ϕ 原子元を含まないので、定理10によ
ると、代数的場の量子論を記述するフォン・ノイマン
代数は共通原因で閉じている。したがって、代数的場
の量子論において空間的に離れた二つの事象 a と b
が確率的に相関しているとき、必ず定義8をみたす
ような共通原因 c がこの理論の枠組のなかに存在
する。つまり、 c のもとで a と b は相関していなく
、また $c^\perp$ のもとでも a と b は相関していない。
このように、2節で述べた電磁石の例と同様に、 a
と b の確率的な相関は、 c という共通原因によ
って説明できる。

7. 結論

3節で述べたように、Salmon (1984) によれば科学的
実在論を支持する議論は共通原因原理に依存している¹⁴⁾
ので、共通現原理が妥当でないとしたら、科学的実
在論を支持する根拠の一つが失われることになる。こ
のように共通原因原理が妥当であるかどうかという問
題は、共通原因を用いた説明の妥当性のみならず、科
学的実在論の妥当性にも関係する重要な問題である。

4節で見たように、van Fraassen (1980) は量子力学
において共通原因原理は成立しないと述べ¹⁵⁾、Sal
mon (1984) はその批判を受け入れ、共通原因原理を
弱めた¹⁴⁾。しかし、4節で述べたように、共通原因理
を弱めると、無限後退が生じる。そこで本稿では、そ
の方針はとらず従来の共通原因原理を擁護することを
試みた。

4節では、van Fraassen (1980) による共通原因理
理に対する批判¹⁵⁾を検討し、この議論は妥当でな
いと結論した。しかし、これは共通原因原理を積極
的に支持する議論ではない。

6節では、ライヘンバッハの共通原因原理を支持
する積極的な証拠を提示するという目的のもと、非
相対論的量子力学と代数的場の量子論が共通原因
で閉じているかどうかを調べた。共通原因で閉じて
いるということは、因果的に独立な二つの事象の
確率的な相関に対して必ずこの共通原因を確率空間
が含むという性質であった。

定理10において共通原因で閉じているフォン・ノ
イマン代数の射影作用素によるオーソモジューラー
束を特徴付けた。その結果によれば、相対論も考
慮に入れ因果にかかわる要請をする代数的場の量
子論における確率空間は共通原因で閉じている。つ
まり、空間的に離れた二つの事象が確率的に相関
していたら、この理論はライヘンバッハの共通原因
を常に含んでいる。したがって、代数的場の量子論
は、共通原因原理を支持する積極的な証拠とみな
すことができる。

謝 辞

丁寧なコメントをしてくださった査読者に感謝いたします。本研究は JSPS 科研費 15 K 01123 の助成を受けたものです。

注

注 1) Cartwright (1983) によれば、本稿で扱った Salmon (1984) による原子の存在を推論する議論¹⁴⁾は、「最善の説明への推論」ではなく、「最もありそうな原因への推論」である (Cartwright 1983, p.83)⁵⁾。しかし、本稿では原子の存在を推論する形式がどちらの推論であるかという問題は、重要な役割を果たさない。

注 2) C はヘリウムの正確な原子量と、放射性物質のアルファ粒子の崩壊率といったヘリウムに関わる性質を特定することを表しているので、 $\neg C$ はヘリウムの正確な原子量を特定しないか、または、放射性物質のアルファ粒子の崩壊率といったヘリウムに関わる性質を特定しないということになる。したがって、 $p(A|C) = p(A|\neg C)$ や $p(B|C) = p(B|\neg C)$ となる可能性があるので $p(A|C) \geq p(A|\neg C)$, $p(B|C) \geq p(B|\neg C)$ とした。

注 3) ϕ 原子元が一つの場合のみは、定理 10 によれば、共通原因で閉じていることになる。しかし、これは 1 次元のヒルベルト空間上の作用素全体の集合という、量子力学に特有な非可換性という性質をもたないような物理的に意味のない状況である。したがって、このような状況はここでは考えない。

「参考文献」

- 1) Arntzenius, F. “*The common cause principle*”, Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association, 1992, pp.227-237.
- 2) Baumgartel, H., *Operatoralgebraic Methods in*

Quantum Field Theory, Akademie Verlag, 1999.

- 3) Bohm, D., *Quantum Theory*, Dover, 1981 [1951] .
- 4) Bub, J., *Interpreting the Quantum World*, Cambridge University Press, 1999.
- 5) Cartwright, N., *How the Laws of Physics Lie*, Oxford University Press, 1983.
- 6) Einstein, A., Podolsky, B., and Rosen, N., “*Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*”, Physical Reviews, Vol.47, 1935, pp. 777-780.
- 7) Haag, R. *Local Quantum Physics*, Springer, 1996.
- 8) Harman, G. H. “*Inference to best explanation*”, Philosophical Review, Vol.74, 1965, pp.88-95.
- 9) Hofer-Szabo, G., Redei, M. and Szabo, L. E. “*On Reichenbach’s common cause principle and Reichenbach’s notion of common cause*”, British Journal for the Philosophy of Science, Vol.50, 1999, pp.355-377.
- 10) Hofer-Szabo, G., Redei, M. and Szabo, L. E. *The Principle of Common Cause*, Cambridge University Press, 2013.
- 11) Kitajima, Y. “*EPR states and Bell correlated states in algebraic quantum field theory*”, Foundations of Physics, Vol.43, 2013, pp. 1182-1192.
- 12) Kitajima, Y. and Redei, M. “*Characterizing common cause closedness of quantum probability theories*”, Studies in History and Philosophy of Modern Physics, Vol.52, 2015, pp. 234-241.
- 13) Reichenbach, H. *The Direction of Time*, Dover, 1956.
- 14) Salmon, W. C. *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton University Press, 1984.
- 15) van Fraassen, B. *The Scientific Image*, Oxford University Press, 1980. [丹治信春訳『科学的世界像』(紀伊国屋書店)]

(H 27.12.7 受理)