研究ノート

日本大学生産工学部研究報告A
2024年12月 第57巻 第2号

ツイスター変数で記述される無張力弦の正準形式

岡野　諭*

Canonical formalism of a tensionless string formulated in terms of twistor variables

*Satoshi OKANO**

In the present note, we consider the canonical formalism of a tensionless string governed by an action formulated in terms of twistor variables. This action is manifestly invariant under the SU(2,2) transformation of twistor variables. This is also invariant under the reparametrization of worldsheet and under the local phase transformation of twistor variables. Using Dirac's procedure for constrained Hamiltonian systems, we systematically derive all the constraints within the canonical formalism and classify them into the first and second classes. We then define the Dirac bracket using the second class constraints and calculate the Dirac brackets between the first class constraints. Furthermore, taking into account the canonical equations of motion, we find the generating function of the reparametrization and that of the local phase transformation. Our analysis is performed without gauge fixing.

Keywords: Tensionless String, Twistor, Canonical Formalism, Constrained Dynamics

1．はじめに

これまでに，張力をもたない弦（無張力弦）の作用としていくつかの形式の作用が提案されている[1)-5)]。特に，作用の時空共形対称性を明白にするために，時空の共形変換のもとで線形に変換する力学変数を採用した形式として次の２つがある。１つ目は，d 次元時空における無張力弦を，余剰次元成分を含む $d+2$ 次元ベクトルで記述する形式である[4)]。この形式で表される無張力弦は共形弦と呼ばれる。共形弦を量子化する際には臨界次元が４次元となる真空が存在するが，余剰次元成分が特別視されるため，系の明白な共形共変性は損なわれる[6)]。

２つ目は，ツイスター理論における基本変数であるツイスターを力学変数とする形式である。ツイスター形式では余剰次元成分を必要としないが，記述できる無張力弦は４次元時空の場合に限られる。この事情と先述の共形弦の真空の性質を鑑みると，ツイスター形式の作用に基づいて４次元時空における無張力弦を量子化した際に，量子異常を生じさせず明白な共形共変性も保持する真空が選べるかどうかを考察することは興味深い。

ツイスター形式の作用は世界面パラメータの付け替えとツイスター変数に関する局所位相変換のもとでの不変性をもつ。そのため，この作用に基づく無張力弦の正準量子化の方法として，これらのゲージ自由度を固定する方法としない方法の２通りが考え

*日本大学生産工学部教養・基礎科学系助教

られる。前者と関連して，ゲージを部分的にゲージ固定する場合の正準形式[5)]や，ゲージを完全に固定する BRST 量子化[7), 8)]が既に論じられている。一方，ゲージ固定を伴わない正準形式とそれに引き続く正準量子化はまだ考察されていない。

本稿の目的は，ゲージ固定を伴わない正準量子化の準備として，文献５）で与えられたツイスター形式の作用に基づいた無張力弦の正準形式を，ゲージ固定条件を課すことなく構成することである。具体的には，まず，拘束系に関するディラックの処方に従い，正準形式における全ての拘束条件を導き，それらを第１類と第２類に分類する。第２類拘束条件はディラック括弧を定義するために用い，これをもとに第１類拘束量同士が成す代数を計算する。加えて，先述のゲージ変換の生成母関数を同定することでラグランジュ形式との対応を確認する。

２．ツイスターで表された無張力弦の作用

ツイスター変数を用いて表される無張力弦の作用は次式で与えられる[5)]：

$$S=\int d\xi^0 d\xi^1 L, \tag{1}$$

$$L=\frac{i}{2}(\bar{Z}_A\dot{Z}^A-Z^A\dot{\bar{Z}}_A)+\frac{i}{2}\lambda(\bar{Z}_A Z'^A-Z^A\bar{Z}'_A)+\rho\bar{Z}_A Z^A. \tag{2}$$

ここで$(\xi^i)=(\xi^0,\xi^1):=(\tau,\sigma)$は世界面のパラメータであり，$\dot{}=\partial/\partial\xi^0$，$'=\partial/\partial\xi^1$である。また，$Z^A(\xi)$ $(A=0,1,2,3)$はツイスター変数，$\bar{Z}_A(\xi)$は双対ツイスター変数，$\rho(\xi)$は世界面上の U(1) ゲージ場，$\lambda(\xi)$は補助場である。作用(1)は，Z^A，$\bar{Z}_A$に関する SU(2, 2) 変換

$$Z^A\to U^A{}_B Z^B,\quad \bar{Z}_A\to\bar{U}_A{}^B\bar{Z}_B \tag{3}$$

のもとで不変である。但し，$U^A{}_B$，$\bar{U}_A{}^B\in SU(2,2)$は定数行列である。

世界面パラメータξ^iの付け替え

$$\delta\xi^i=-\varepsilon^i(\xi)\quad(|\varepsilon^i|\ll 1) \tag{4}$$

のもとで，力学変数Z^A，$\bar{Z}_A$，λ，ρは

$$\delta_\varepsilon Z^A=\varepsilon^i\partial_i Z^A+\frac{1}{2}(\varepsilon'^1-\varepsilon'^0\lambda)Z^A, \tag{5a}$$

$$\delta_\varepsilon\bar{Z}_A=\varepsilon^i\partial_i\bar{Z}_A+\frac{1}{2}(\varepsilon'^1-\varepsilon'^0\lambda)\bar{Z}_A, \tag{5b}$$

$$\delta_\varepsilon\lambda=\varepsilon^i\partial_i\lambda+(\dot{\varepsilon}^0-\varepsilon'^1)\lambda-\dot{\varepsilon}^1+\varepsilon'^0\lambda^2, \tag{5c}$$

$$\delta_\varepsilon\rho=\varepsilon^i\partial_i\rho+(\dot{\varepsilon}^0+\varepsilon^0\lambda)\rho \tag{5d}$$

と変換する。また，局所 U(1) 変換のもとでは，

$$\delta_\theta Z^A=i\theta Z^A, \tag{6a}$$

$$\delta_\theta\bar{Z}_A=-i\theta\bar{Z}_A, \tag{6b}$$

$$\delta_\theta\lambda=0, \tag{6c}$$

$$\delta_\theta\rho=\dot{\theta}+\lambda\theta' \tag{6d}$$

と変換する。ここで，実関数$\theta=\theta(\xi)$は無限小の変換パラメータである。作用(1)は，世界面パラメータの付け替え(4)，(5)と局所 U(1) 変換(6)のもとで不変である。

以下で，これらのゲージ不変性に関するゲージ固定条件を課すことなく，作用(1)に基づく正準形式を構成する。

３．正準形式

3.1 拘束条件の導出と分類

式(2)より，正準座標Z^A，$\bar{Z}_A$，λ，ρに共役な運動量P_A，$\bar{P}^A$，P_λ，P_ρはそれぞれ次のように求まる：

$$P_A:=\frac{\partial L}{\partial\dot{Z}^A}=\frac{i}{2}\bar{Z}_A, \tag{7a}$$

$$\bar{P}^A:=\frac{\partial L}{\partial\dot{\bar{Z}}_A}=-\frac{i}{2}Z^A, \tag{7b}$$

$$P_\lambda:=\frac{\partial L}{\partial\dot{\lambda}}=0, \tag{7c}$$

$$P_\rho:=\frac{\partial L}{\partial\dot{\rho}}=0, \tag{7d}$$

正準座標$q^I:=(Z^A,\bar{Z}_A,\lambda,\rho)$と共役運動量$P_I:=(P_A,\bar{P}^A,P_\lambda,P_\rho)$の関数$f$，$g$間の同時刻ポアソン括弧は

$$\{f(\sigma),\ g(\tilde{\sigma})\}_P:=\int d\sigma'\left(\frac{\partial f(\sigma)}{\partial q^I(\sigma')}\frac{\partial g(\tilde{\sigma})}{\partial p_I(\sigma')}-\frac{\partial f(\sigma)}{\partial p_I(\sigma')}\frac{\partial g(\tilde{\sigma})}{\partial q^I(\sigma')}\right) \tag{8}$$

と定義される。これより基本ポアソン括弧は

$$\{Z^A(\sigma),\ P_B(\tilde{\sigma})\}_P=\delta^A_B\,\delta(\sigma-\tilde{\sigma}), \tag{9a}$$

$$\{\bar{Z}_A(\sigma),\ \bar{P}^B(\tilde{\sigma})\}_P=\delta^B_A\,\delta(\sigma-\tilde{\sigma}), \tag{9b}$$

$$\{\lambda(\sigma),\ P_\lambda(\tilde{\sigma})\}_P=\delta(\sigma-\tilde{\sigma}), \tag{9c}$$

$$\{\rho(\sigma),\ P_\rho(\tilde{\sigma})\}_P=\delta(\sigma-\tilde{\sigma}) \tag{9d}$$

となる。正準ハミルトニアン密度H_Cは式(2)のルジャンドル変換として次のように求まる：

$$\begin{aligned}H_C&:=P_A\dot{Z}^A+\bar{P}^A\dot{\bar{Z}}_A+P_\lambda\dot{\lambda}+P_\rho\dot{\rho}-L\\&=-\frac{i}{2}\lambda(\bar{Z}_A Z'^A-Z^A\bar{Z}'_A)-\rho\bar{Z}_A Z^A\end{aligned} \tag{10}$$

式(7)の共役運動量は正準座標のτ微分を含んでいないため，全て次のような１次拘束条件として扱われる：

$$\phi_A:=P_A-\frac{i}{2}Z^A\approx 0, \tag{11a}$$

$$\bar{\phi}^A := \bar{P}^A + \frac{i}{2} Z^A \approx 0\,, \tag{11b}$$

$$\phi_\lambda := P_\lambda \approx 0\,, \tag{11c}$$

$$\phi_\rho := P_\rho \approx 0\,. \tag{11d}$$

ここで弱等号（≈）は，ポアソン括弧の計算を完了した後に成り立つ等式であることを表す。１次拘束条件(11)に関するラグランジュ未定係数 u^A，$\bar{u}_A$，u_λ，u_ρ を導入し，全ハミルトニアン H_T を次のように定義する：

$$H_\mathrm{T} := \int d\sigma \left(H_C + u^A \phi_A + \bar{u}_A \bar{\phi}^A + u_\lambda \phi_\lambda + u_\rho \phi_\rho\right). \tag{12}$$

任意の正準変数の関数 $f(q,\ p)$ の τ 発展は，正準方程式

$$\dot{f} = \{f,\ H_\mathrm{T}\}_\mathrm{P} \tag{13}$$

に従って決定される。

拘束条件が任意の時刻（τ）で成立するためには拘束量の τ 発展が弱等式の意味で０とならなければならない（整合性の条件）。式(9)，式(12)，式(13)より，１次拘束条件(11)に関する整合性の条件が次のように得られる：

$$\dot{\phi}_A = -i\lambda \acute{\bar{Z}}_A + \left(\rho - \frac{i}{2}\acute{\lambda}\right)\bar{Z}_A - i\bar{u}_A \approx 0\,, \tag{14a}$$

$$\dot{\bar{\phi}}_A = i\lambda \acute{Z}^A + \left(\rho + \frac{i}{2}\acute{\lambda}\right) Z^A + iu^A \approx 0\,, \tag{14b}$$

$$\dot{\phi}_A = \frac{i}{2}\left(\bar{Z}_A \acute{Z}^A - Z^A \acute{\bar{Z}}_A\right) \approx 0\,, \tag{14c}$$

$$\dot{\phi}_\rho = \bar{Z}_A Z^A \approx 0\,. \tag{14d}$$

式(14a)と式(14b)から，$\bar{u}_A$ と u^A が次のようにそれぞれ決定される：

$$\bar{u}_A \approx -\lambda \acute{\bar{Z}}_A - i\left(\rho - \frac{i}{2}\acute{\lambda}\right)\bar{Z}_A, \tag{15a}$$

$$u^A \approx -\lambda \acute{Z}^A + i\left(\rho + \frac{i}{2}\acute{\lambda}\right) Z^A. \tag{15b}$$

式(14c)と式(14d)は，ラグランジュ未定係数を含んでおらず，また１次拘束条件の線形結合にもなっていないため，２次拘束条件

$$\mathcal{R} := \frac{i}{2}\left(\bar{Z}_A \acute{Z}^A - Z^A \acute{\bar{Z}}_A\right) \approx 0\,, \tag{16a}$$

$$\mathcal{S} := \bar{Z}_A Z^A \approx 0 \tag{16b}$$

を与える。式(15)を用いると，$\dot{\mathcal{R}}$ と $\dot{\mathcal{S}}$ は両者とも２次拘束条件の線形結合になることが示せる。したがって整合性の条件 $\dot{\mathcal{R}} \approx 0$，$\dot{\mathcal{S}} \approx 0$ は自動的に満たされて，これ以上新たな拘束条件は現れない。また，ラグランジュ未定係数 u_λ, u_ρ は未定のまま残される。

以上で得られた拘束条件

$$(\phi_A,\ \bar{\phi}^A,\ \phi_\lambda,\ \phi_\rho,\ \mathcal{R},\ \mathcal{S}) \approx 0 \tag{17}$$

を第１類と第２類に分類する。そのために，全ての拘束量 ϕ_A，$\bar{\phi}^A$，ϕ_λ，ϕ_ρ，$\mathcal{R}$，$\mathcal{S}$ の間のポアソン括弧を求めると，０でないものとして次式が得られる：

$$\{\phi_A(\sigma),\, \bar{\phi}^B(\tilde{\sigma})\}_\mathrm{P} = -i\delta_A^B\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{18a}$$

$$\{\mathcal{R}(\sigma),\, \phi_B(\tilde{\sigma})\}_\mathrm{P} = -i\bar{G}_B(\sigma)\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{18b}$$

$$\{\mathcal{R}(\sigma),\, \bar{\phi}^B(\tilde{\sigma})\}_\mathrm{P} = iG^B(\sigma)\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{18c}$$

$$\{\mathcal{S}(\sigma),\, \phi_B(\tilde{\sigma})\}_\mathrm{P} = \bar{Z}_B(\sigma)\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{18d}$$

$$\{\mathcal{S}(\sigma),\, \bar{\phi}^B(\tilde{\sigma})\}_\mathrm{P} = Z^B(\sigma)\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{18e}$$

ただし，$G^A(\sigma)$，$\bar{G}_A(\sigma)$ は微分演算子

$$G^A(\sigma) := \frac{1}{2}\left(\acute{Z}^A(\sigma) - Z^A(\sigma)\frac{\partial}{\partial\sigma}\right), \tag{19a}$$

$$\bar{G}_A(\sigma) := \frac{1}{2}\left(\acute{\bar{Z}}_A(\sigma) - \bar{Z}_A(\sigma)\frac{\partial}{\partial\sigma}\right) \tag{19b}$$

である。式（18）にはデルタ関数の偏導関数 $(\partial/\partial\sigma)\delta(\sigma - \tilde{\sigma})$ が含まれているため，式(17)の組に基づいた分類は不便である。そこで，拘束条件の線形結合として

$$\tilde{\mathcal{R}} := \mathcal{R} + G^A \phi_A + \bar{G}_A \bar{\phi}^A \approx 0\,, \tag{20a}$$

$$\tilde{\mathcal{S}} := \mathcal{S} + iZ^A \phi_A - i\bar{Z}_A \bar{\phi}^A \approx 0 \tag{20b}$$

を取り，式(17)の $\mathcal{R}$ を $\tilde{\mathcal{R}}$ に，$\mathcal{S}$ を $\tilde{\mathcal{S}}$ に置き換えた組

$$(\phi_A,\ \bar{\phi}^A,\ \phi_\lambda,\ \phi_\rho,\ \tilde{\mathcal{R}},\ \tilde{\mathcal{S}}) \approx 0 \tag{21}$$

に基づいた分類を考える。式(18)，式(19)，式(20)を用いると，ϕ_A，$\bar{\phi}^A$，ϕ_λ，ϕ_ρ，$\tilde{\mathcal{R}}$，$\tilde{\mathcal{S}}$ の間のポアソン括弧は

$$\{\phi_A(\sigma),\, \bar{\phi}^B(\tilde{\sigma})\} = -i\delta_A^B\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma}) \tag{22}$$

となることが確かめられる。他のポアソン括弧は０となる。このことから，式(21)の拘束条件のうち，

$$(\phi_\lambda,\ \phi_\rho,\ \tilde{\mathcal{R}},\ \tilde{\mathcal{S}}) \approx 0 \tag{23}$$

は第１類に分類され，残りの

$$(\phi_A,\ \bar{\phi}^A) \approx 0 \tag{24}$$

は第２類に分類される。この分類の結果は，式(12)で導入されたラグランジュ未定係数のうち u_λ，u_ρ が未定のまま残され，u^A，$\bar{u}_A$ が決定されたことと整合している。

3.2　ディラック括弧

いま，第２類の拘束量を $\phi_a := (\phi_A, \bar{\phi}^A)$ とラベル付けし，関係 $\{\phi_a(\sigma), \phi_b(\tilde{\sigma})\} = C_{ab}\,\delta(\sigma - \tilde{\sigma})$ により行列 C_{ab} を定義する。そして C の逆行列

$$C^{-1} = [(C^{-1})^{ab}] = \begin{bmatrix} 0_{2\times 2} & -i\delta^A{}_B \\ i\delta_A{}^B & 0_{2\times 2} \end{bmatrix} \tag{25}$$

を用いて，ディラック括弧 $\{\ ,\ \}_\mathrm{D}$ を

$$\{f(\sigma),\ g(\tilde{\sigma})\}_\mathrm{D}$$

$$:= \{f(\sigma),\ g(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{P}} - \int d\sigma' \{f(\sigma),\ \phi_a(\sigma')\}_{\mathrm{P}}$$

$$\times (C^{-1})^{ab} \{\phi_b(\sigma'),\ g(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{P}} \tag{26}$$

と定義する。式(25)と式(26)から，正準変数間の0でないディラック括弧が次のように得られる：

$$\{Z^A(\sigma), P_B(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = \frac{1}{2}\delta^A_B \delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{27a}$$

$$\{\bar{Z}_A(\sigma), \bar{P}_B(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = \frac{1}{2}\delta^B_A \delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{27b}$$

$$\{Z^A(\sigma), \bar{Z}_B(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = -i\delta^A_B \delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{27c}$$

$$\{\lambda(\sigma), P_\lambda(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = \delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{27d}$$

$$\{\rho(\sigma), P_\rho(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = \delta(\sigma - \tilde{\sigma}). \tag{27e}$$

一般に，ディラック括弧を使う限りは第2類拘束条件は強等式として成立するため，いまの場合，式(24)に対応する強等式として次式が成り立つ：

$$\phi_A = P_A - \frac{i}{2}\bar{Z}_A = 0\,, \tag{28a}$$

$$\phi_A = \bar{P}^A + \frac{i}{2}Z^A = 0\,. \tag{28b}$$

実際，上式と式(27a)－(27c)とは整合的である。よって，Z^A と $\bar{Z}_A$ は互いに共役な変数の組とみることができる。また，式(20)と式(28)より，第1類拘束量 $\tilde{\mathscr{R}}$，$\tilde{\mathscr{S}}$ は,

$$\tilde{\mathscr{R}} = \mathscr{R}, \quad \tilde{\mathscr{S}} = \mathscr{S} \tag{29}$$

に帰着する。式(16)と式(27)より，第1拘束量 ϕ_λ，ϕ_ρ，$\mathscr{R}$，$\mathscr{S}$ の間の0でないディラック括弧は

$$\{\mathscr{R}(\sigma), \mathscr{R}(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = (\mathscr{R}(\sigma) + \mathscr{R}(\tilde{\sigma}))\frac{\partial}{\partial\sigma}\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{30}$$

$$\{\mathscr{S}(\sigma), \mathscr{R}(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = \mathscr{S}(\tilde{\sigma})\frac{\partial}{\partial\sigma}\delta(\sigma - \tilde{\sigma}), \tag{31}$$

$$\{\mathscr{S}(\sigma), \mathscr{S}(\tilde{\sigma})\}_{\mathrm{D}} = 0 \tag{32}$$

と求まり，$\mathscr{R}$，$\mathscr{S}$ は閉じた代数を成すことがわかる。また，全ハミルトニアン(12)は，式(10)，(16)，(28)より,

$$H_{\mathrm{T}} = \int d\sigma(-\lambda\mathscr{R} - \rho\mathscr{S} + u_\lambda\phi_\lambda + u_\rho\phi_\rho) \tag{33}$$

となる。式(33)と式(27)より，Z^A，$\bar{Z}_A$，λ，ρ の正準方程式 $\dot{f} = \{f,\ H_{\mathrm{T}}\}_{\mathrm{D}}$ が次のように得られる：

$$\dot{Z}^A = -\lambda\acute{Z}^A + i\left(\rho + \frac{i}{2}\acute{\lambda}\right)Z^A, \tag{34a}$$

$$\dot{\bar{Z}}_A = -\lambda\acute{\bar{Z}}_A - i\left(\rho - \frac{i}{2}\acute{\lambda}\right)\bar{Z}_A, \tag{34b}$$

$$\dot{\lambda} = u_\lambda, \quad \dot{\rho} = u_\rho. \tag{34c}$$

3.3 ゲージ変換の生成母関数

世界面パラメータの付け替え(5)に関する生成母関数 G_ε と局所U(1)変換(6)に関する生成母関数 G_θ は

$$G_\varepsilon := G^Z_\varepsilon + G^\lambda_\varepsilon + G^\rho_\varepsilon, \tag{35}$$

$$G_\theta := G^Z_\theta + G^\rho_\theta \tag{36}$$

と与えられる。但し,

$$G^Z_\varepsilon := \int d\sigma\,\{(\varepsilon^1 - \varepsilon^0\lambda)\mathscr{R} - \varepsilon^0\rho\mathscr{S}\}, \tag{37a}$$

$$G^\lambda_\varepsilon := \int d\sigma\,\{\varepsilon^0 u_\lambda + \varepsilon^1\acute{\lambda} + (\dot{\varepsilon}^0 - \acute{\varepsilon}^1)\lambda$$

$$- \dot{\varepsilon}^1 + \acute{\varepsilon}^0\lambda^2\}\,\phi_\lambda, \tag{37b}$$

$$G^\rho_\varepsilon := \int d\sigma(\varepsilon^0 u_\rho + \varepsilon^1\acute{\rho} + \dot{\varepsilon}^0\rho + \acute{\varepsilon}^0\lambda\rho)\,\phi_\rho, \tag{37c}$$

$$G^Z_\theta := \int d\sigma\,\theta\mathscr{S}, \tag{37d}$$

$$G^\rho_\theta := \int d\sigma(\dot{\theta} + \acute{\theta}\lambda)\mathscr{S} \tag{37e}$$

である。実際，正準方程式(34)と式(27)を用いれば,

$$\delta_\varepsilon Z^A = \{Z^A, G_\varepsilon\}_{\mathrm{D}}, \quad \delta_\varepsilon\bar{Z}_A = \{\bar{Z}_A, G_\varepsilon\}_{\mathrm{D}}, \tag{38}$$

$$\delta_\varepsilon\lambda = \{\lambda, G_\varepsilon\}_{\mathrm{D}}, \quad \delta_\varepsilon\rho = \{\rho, G_\varepsilon\}_{\mathrm{D}}, \tag{39}$$

$$\delta_\theta Z^A = \{Z^A, G_\theta\}_{\mathrm{D}}, \quad \delta_\theta\bar{Z}_A = \{\bar{Z}_A, G_\theta\}_{\mathrm{D}}, \tag{40}$$

$$\delta_\theta\lambda = \{\lambda, G_\theta\}_{\mathrm{D}}, \quad \delta_\theta\rho = \{\rho, G_\theta\}_{\mathrm{D}}, \tag{41}$$

が成り立ち，世界面パラメータの付け替えと局所変換が適切に生成されることが確かめられる。

こうして，作用(1)に基づく無張力弦のラグランジュ形式と等価な正準形式が構成できたことがわかる。

4．結論

本稿では，ツイスター形式の作用(1)によって記述される無張力弦の正準形式を，ゲージ固定条件を課さずに構成した。ディラックの処方に従い全ての拘束条件を導出し，それらを第1類(23)と第2類(24)へと分類した。第2類拘束量からディラック括弧(26)を構成し，第1類拘束量 $\mathscr{R}$，$\mathscr{S}$ が成す代数(30)－(32)を求めた。加えて，世界面パラメータの付け替えと局所U(1)変換に関する生成母関数(35)と(36)をそれぞれ具体的に与えた。

今後の課題として，ここで構成した正準形式をもとに無張力弦の正準量子化を実行し，その結果と従前のBRST量子化の結果[7),8)]の整合性を検討することが挙げられる。

謝辞

本稿で取り上げた無張力弦のツイスター形式に関して議論して頂いた出口真一教授に深く感謝いたし

ます。

参考文献

１）Schild, A.: Classical Null Strings, *Phys. Rev. D*, 16 (1977), 1722-1726.

２）Karlhede, A., Lindström, U.: The Classical Bosonic String in the Zero Tension Limit. *Class. Quant. Grav*. 3 (1986), L73-L75.

３）Isberg, J., Lindström, U., Sundborg, B., Theodoridis, G.: Classical and Quantized Tensionless Strings. *Nucl. Phys. B*, 411 (1994), 122-156.

４）Gustafsson, B., Lindström, U., Saltsidis, P., Sundborg, B., von Unge, R.,: Hamiltonian BRST Quantization of the Conformal String, *Nucl. Phys. B*, 440 (1995), 495-518.

５）Deguchi, S., Egami, T., Note, J.: Spinor and Twistor Formulations of Tensionless Bosonic Strings in Four Dimensions, *Prog. Theor. Phys*., 124 (2010), 969-994.

６）Hwang, S., Marnelius, R., Saltsidis, P.: A General BRST Approach to String Theories with Zeta Function Regularizations, *J. Math. Phys*., 40 (1999), 4639-4657.

７）江上武史：張力のない弦のツイスター形式，日本大学，(2012)，博士論文.

８）岡野諭，出口真一：無張力弦のツイスター形式と BRST 量子化，日本物理学会 2024 春季大会，(2024)，オンライン開催.

Biographical Sketch of the Author

Satoshi OKANO is an Assistant Professor at the Department of Liberal Arts and Basic Sciences, College of Industrial Technology, Nihon University. The author received his Ph. D. from Nihon University in 2016. After serving as a researcher at the Institute of Science and Technology, College of Science and Technology, Nihon University, and as a part-time lecturer at five universities, he has held his current position since 2022. His area of expertise is particle physics, particularly in applying twistor theory to the description of relativistic particles and strings. He is a member of the Physical Society of Japan.