ISSN 2186-5647

P-59

外部電子加熱における熱ソース揺らぎの定量化

日大生産工（学部）　藤井智晃　　日大生産工　佐々木 真

1.　背景

核融合炉の実現には、超高温のプラズマを磁場で安定して閉じ込め、その温度と密度を維持し続ける必要がある。しかし、燃料注入に伴う電子加熱の際にプラズマ粒子の局所的な変化が、遠く離れた場所に瞬時に影響を及ぼす現象が起こることがある。この変化を非局所的輸送と呼び、この時乱流がどのように応答し、非局所的に輸送を変えるのかは十分に解明されていない。１つのモデルとして、プラズマ加熱自体が　乱流の影響を受けるため、加熱源自体のゆらぎが存在する可能性が指摘されている。[1]本研究では、加熱ゆらぎが存在する運動論モデルから出発し、流体方程式にどのような新たな力が発生するのかを理論的に明らかにする。

2.　提案手法

本研究は、プラズマの振る舞いを記述する最も基礎的なボルツマン方程式を理論的な出発点とする。加熱ソース源を考慮したドリフトキネティック方程式から出発し、その流体近似を行うことでドリフト波乱流の簡約モデルを導出することを目指す。まず、s種のボルツマン方程式を下記に記載する。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla f + \boldsymbol{a}\cdot\frac{\partial f_s}{\partial \boldsymbol{v}} = S(f) \qquad (1)$$

ここでfは実空間$\boldsymbol{x}$、速度空間$\boldsymbol{v}$における分布関数であり、この式はその変化を記述している。aはローレンツ力を表した粒子の加速度であり、$\frac{\partial f_s}{\partial \boldsymbol{v}}$は分布関数の速度発展を表す。ここで考える乱流の時間スケールは、ジャイロ運動に比べて十分ゆっくりであるため、ドリフト近似を採用し、ドリフトキネティック方程式を基礎とする。電子加熱ソース項$S(f)$を印加したドリフトキネティック方程式は以下のように考えられる。[2]

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + (v_E + v_\parallel \boldsymbol{b})\cdot\frac{\partial f_s}{\partial v_\parallel} - \frac{eE_\parallel}{m_s}\frac{\partial f_s}{\partial v_\parallel} = \mathrm{S}(f) \qquad (2)$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{e(n_i - n_e)}{\varepsilon_0} \qquad (3)$$

この時のv_E、$v_\parallel \boldsymbol{b}$はそれぞれ E×B ドリフト、電子の平行速度を示す。加速度には磁場に平行な電場による力が現れる。また、２つ目の式は、ポアソン方程式であり空間の電荷密度と、それによって生成される静電ポテンシャルの関係を定める。ここで$f = f_0 + \tilde{f}$として、背景場を揺らぎに分ける。$S(f) \cong S(f_0) + \frac{\partial S}{\partial f}\tilde{f} + \cdots$とした際、$S(f) \cong S(f_0)$と近似できるため、外部ソースを無視できる。$\mathrm{S}(f_0)$とした時、この式を速度空間で積分することで、算出できた密度方程式を下記に記載する。［3］

$$\frac{\tilde{n}}{n_0} = \frac{e\tilde{\varphi}}{T_e} \qquad (4)$$

密度方程式であるボルツマン関係の式は、無衝突プラズマ中の電子は非常に軽いため慣性を無視でき、磁力線に沿っては圧力勾配と電場の力が瞬時に釣り合う。n_0は密度、$\tilde{n}$は密度揺動、$\tilde{\varphi}$は静電ポテンシャルの揺動、T_eは電子の温度であり、この力の平衡状態から、電子の密度とポテンシャルの関係を示すボルツマン関係式が導ける。規格化すると、

$\tilde{n} \equiv \frac{\widetilde{n_e}}{n_0}$　$\tilde{\varphi} \equiv \frac{e\tilde{\varphi}}{T_e}$　から、$\tilde{\varphi} = \tilde{n}$　が導ける。

次に i 種のドリフトキネティック方程式について考える。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + (v_E + v_\parallel \boldsymbol{b})\cdot\frac{\partial f_i}{\partial v_\parallel} - \frac{eE_\parallel}{m_i}\frac{\partial f_i}{\partial v_\parallel} = \mathrm{S}(f_0) \qquad (5)$$

この時の連続の式を下記に示す

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla\cdot(n_i v_i) = 0 \qquad (6)$$

イオン速度をドリフト近似によって現わすと

$$v_i \approx v_p + v_E + v_* \qquad (7)$$

となる。v_pは分極ドリフトである。v_*は反磁性ドリフトであるが、イオンの温度が低いため、v_*=0となる。$n_i = n_0 + \tilde{n}$とし、n_iを背景場に分けて近似して、この２つを代入する。

$$\frac{\partial \widetilde{n_i}}{\partial t} + \nabla\cdot(n_0 v_E) + \nabla\cdot(n_0 v_p) = 0 \qquad (8)$$

Quantification of heat source fluctuations in external electron heating.

Tomoteru FUJII, Makoto SASAKI

各項について考えると、

$$\nabla \cdot (n_0 v_p) = -\frac{n_0 m_i}{eB^2}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 \tilde{\varphi} \tag{9}$$

$$\nabla \cdot (n_0 v_E) = -\frac{1}{B}\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y}\frac{\partial n_0}{\partial x} \tag{10}$$

ここで反磁性ドリフトを

$$v_* = \frac{T_e}{n_0 eB}\frac{dn_0}{dx} \tag{11}$$

イオン音響とラーマー半径を

$$C_s = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}} \tag{12}$$

$$\rho_s = \frac{m_i C_s}{eB} \tag{13}$$

とすると、電荷密度は以下の式なる。

$$\rho_s^2 = \frac{m_i T_e}{eB^2} \tag{14}$$

また、ポアソン方程式から準中性条件はオーダー評価とデバイ長の定義から

$$\frac{\widetilde{n_i} - \widetilde{n_e}}{n_0} \sim -\frac{\lambda_D^2}{L^2} \qquad L \gg \lambda_D \tag{15}$$

よって、$\widetilde{n_i} \approx \widetilde{n_e}$が準中性条件となる。
上記をふまえ代入すると渦度方程式である。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\varphi} - \rho_s^2 \nabla_\perp^2 \tilde{\varphi}) - v_* \frac{\partial}{\partial y}\tilde{\varphi} = 0 \tag{16}$$

が導出される。この密度方程式と渦度方程式は、Hasegawa-Mima モデルとして知られており、無衝突ドリフト波の基本的な振る舞いを記述する。

次に$S(\widetilde{f})$を考える。Hasegawa-Mima モデルの近似を用いて 1 次モーメントにおける式に以下に示す。

$$0 \cong -\nabla_{||} T n_0 e\left(\frac{n}{n_0} - \frac{e\varphi}{T}\right) + \int v_{\parallel} \frac{\partial S}{\partial f}\tilde{f}\, dv^3 \tag{17}$$

先の手法で明記した電子の慣性が無視できることから、左辺を0と近似できる。
$-\nabla_{||} T n_0 e(\frac{n}{n_0} - \frac{e\varphi}{T})$の項は、プラズマが断熱的な平衡状態からズレており、そのズレの度合いが磁力線に沿って変化することで生じる電子の平行方向の力を示す。この時、印加した項である$\frac{\partial S}{\partial f}\tilde{f}$の影響を考え、この項を明らかにすることで新たな流体モデルが構築できる。ここでこの項は加熱パワーに依存し、加熱のON/OFFで瞬時に生成、消滅することになる。［4］

3.　結果と考察

上記の1次モーメントの式より、揺らぎを考えた場合、密度方程式であるボルツマン関係は崩れ、非断熱的状態を示すことが分かった。この時の$\frac{\partial S}{\partial f}\tilde{f}$は、［5］

$$\frac{\partial S}{\partial f}\tilde{f} = \frac{\partial}{\partial v_\parallel}\left(\mathcal{D}^{ql}_{v_\parallel, v_\parallel}\frac{\partial \widetilde{f_{s0}}}{\partial v_\parallel}\right) \tag{18}$$

であり、電子の平行運動量保存を破る実行的な「力」として作用し、加熱揺らぎの影響を示す項になる。$\mathcal{D}^{ql}$は準線径拡散テンソルであり、速度空間における拡散係数を表す。これの1次モーメントは

$$\int v_{||}\frac{\partial}{\partial v_\parallel}\left(\mathcal{D}^{ql}_{v_\parallel, v_\parallel}\frac{\partial \widetilde{f_{s0}}}{\partial v_\parallel}\right) dv^3 \tag{19}$$

具体的な計算の詳細は講演にて説明する。

4.　まとめ

本研究では、核融合プラズマにおける外部電子加熱時の非局所輸送現象の理論的解明を目指し、加熱源の揺らぎが流体方程式に与える新しい力を考察した 。まず、理論的基礎として、無衝突ドリフト波を記述する長谷川・美馬モデルをドリフトキネティック方程式から導出した 。次に、この運動論的枠組みに、加熱揺らぎを模擬するソース項を導入した 。1次モーメントの計算から、このソース項は電子の平行運動量保存を破る実効的な「力」として作用し、Hasegawa-Mimaモデルの根幹であったボルツマン関係式を破綻させることが理論的に示された 。これは、加熱揺らぎが、Hasegawa-Wakataniモデルにおける粒子間衝突と同様に、電子の応答を断熱的な平衡状態から非断熱的な状態へと遷移させる、新たな散逸源として機能することを示唆している。

参考文献

［1］S. Inagaki, T. Tokuzawa, K. Itoh, et al. "Nonlocal Heat Transport in Fusion Plasmas," Physical Review Letters, vol. 107, no. 11, page2 article 115001, 2011.

［2］長谷川 晃. (1996). 「プラズマ・核融合における非線形現象」. 電気学会論文誌*A*（基礎・材料・共通部門）, *116*(7), 586-591.

［3］A. Hasegawa and K. Mima, "Pseudo-three-dimensional turbulence in magnetized nonuniform plasma," Phys. Fluids **21**, 87-92 (1978).

［4］A. Hasegawa and M. Wakatani, "Plasma Edge Turbulence," *Physical Review Letters*, vol. 50, no. 9, pp. 682–686, 1983.

［5］C. F. Kennel and F. Engelmann, "Velocity Space Diffusion from Weak Plasma Turbulence in a Magnetic Field," Phys. Fluids **9**, 2377 (1966).