

# 核融合プラズマにおける三次元イオン温度勾配

## 乱流シミュレーションコードの開発

日大生産工 (学部)

### 1. 研究背景

磁場閉じ込め核融合プラズマでは強い温度勾配により乱流が発生し、効率のよい閉じ込め、維持を妨げている<sup>1)</sup>。この乱流の非線形過程の理解が核融合研究の大きな課題の1つとなっている。乱流は様々な物理量に影響を及ぼすが、本研究ではプラズマ内のイオンの熱輸送と粒子輸送の干渉の素過程に着目する。イオンの温度勾配から発生するイオン温度勾配モード(Ion Temperature Gradient Mode, ITGモード)が異常な熱輸送の原因になっており<sup>2)</sup>、異種物理間の輸送に干渉が起こっていることが報告されている<sup>3), 4)</sup>。本研究ではITG乱流シミュレーションの非線形過程の調査のために、三次元の乱流コードの開発を行い、輸送干渉の基礎過程の解明を目指す。

### 2. 手法

本研究では Hasegawa-wakatani モデル(以下 HW モデル)を三次元に拡張し、ITG に対応するモデルへ変更する手順で研究を進める。既存の二次元 HW モデルを基にコード開発を行い、座標系としては三次元直交座標系(x,y,z)を採用した。既存の HW モデルに Z 軸を追加し線形項の変形を行うことで三次元化した。ここで x は密度勾配方向、y はドリフト波伝播方向、z は磁場方向を表す。三次元拡張後は、ITG モードに対応させるため、以下の式を導入してシミュレーションを行う。

$$\begin{aligned} \partial_t \delta \tilde{n}_i &= \frac{\partial \delta \tilde{\varphi}}{\partial y} - \nabla_{||} \delta u_{||}^i - [\delta \tilde{\varphi}, \delta \tilde{n}_i] \\ \partial_t \nabla_{\perp}^2 \delta \tilde{\varphi} &= k_i \frac{\partial}{\partial y} \nabla_{\perp}^2 \delta \tilde{\varphi} - [\delta \tilde{\varphi}, \nabla_{\perp}^2 \delta \tilde{\varphi}] \\ \partial_t \delta u_{||}^i &= \nabla_{||} \delta p_i - \nabla_{||} \delta \tilde{\varphi} - [\delta \tilde{\varphi}, \nabla_{\perp}^2 \delta u_{||}^i] \\ \partial_t \delta p_i &= k_i \frac{\partial \delta \tilde{\varphi}}{\partial y} \delta \tilde{p}_k - \frac{5}{3} \nabla_{||} \delta u_{||}^i - [\delta \tilde{\varphi}, \delta p_i] \end{aligned} \quad (1)$$

ここで  $\varphi$  は静電ポテンシャル、 $n$  は密度、 $u$  は流体速度、 $p$  は圧力、 $k_i$  はイオン温度勾配に由来する不安定化パラメータ、 $\nabla_{||}$  は磁場方向の微分、 $\nabla_{\perp}^2$  は磁場面に垂直なラプラシアン、 $[A, B]$  はポアソン括弧である。 $k_i$  は密度・温度勾配駆動による乱流強度に影響する。数値計算においては、空間方向はフーリエ分解を行い、波数空間で微分を計算した。非線形項は実空間で評価し、高速フーリエ変換で波数空間に戻した。時間方向は、線形項

○小林 直人 日大生産工 佐々木 真  
に対して積分因子法を用い、非線形項は 4 次 Runge-Kutta 法で時間積分した。HW モデルの三次元化のモード数は  $n_x = 128, n_y = 128, n_z = 16$  を用いた。ITG 対応モデルでは変数増加による計算コストを考慮し、 $n_x = 64, n_y = 64, n_z = 8$  のモード数を用いた。

### 3. 結果

HW モデルの三次元化により、密度  $n$ 、静電ポテンシャル  $\varphi$  の三次元での揺動場の計算に成功した。揺動の様子を Fig.1 に示す。

密度  $n$  や静電ポテンシャル  $\varphi$  の両方において、X-Y 平面の揺動は Y 正方向に伝播していた。この伝播は電子反磁性方向であり、抵抗性ドリフト波の性質と一致する。Y-Z 平面の揺動は Y 正方向に伝播している。また、Y 方向に比べ Z 方向の波長が大きく、これは抵抗性ドリフト波の性質と一致する。X-Z 平面の揺動は X 正方向に伝播し、X 方向に比べて Z 方向の波長が大きい、という Y-Z 平面と同様の傾向が見られた。

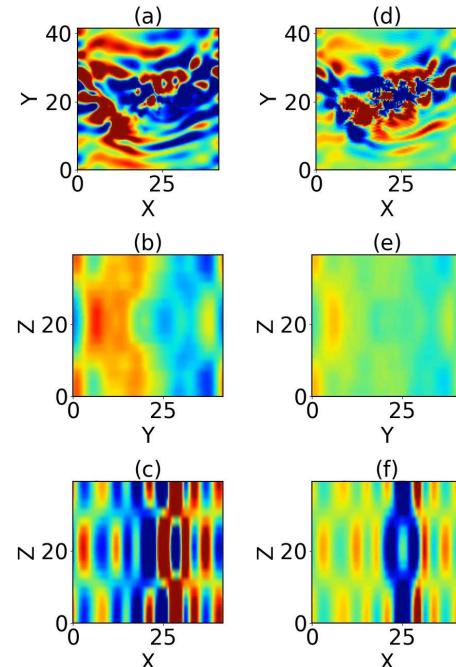


Fig.1 静電ポテンシャル揺動の  
スナップショット ( (a) : X-Y 平面  
 (b) : Y-Z 平面 (c) : X-Z 平面 )  
 密度揺動のスナップショット  
 ( (d) : X-Y 平面 (b) : Y-Z 平面  
 (c) : X-Z 平面 )

また、高速フーリエ変換を用いたスペクトル解析により揺動場の波数空間でのエネルギー分布を求め、2DHWモデルとの比較を行った。(Fig.3,4)

抽出したモードは2DHW …  $(k_x, k_y) = (1,3)$ 、3DHW …  $(k_x, k_y, k_z) = (1,3,1)$ である。

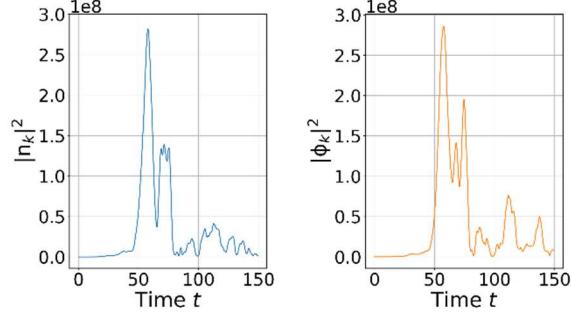


Fig.3 左図：2DHWの密度揺動の波数空間でのエネルギー分布時間変化  
右図：2DHWの静電ポテンシャル揺動の波数空間でのエネルギー分布時間変化

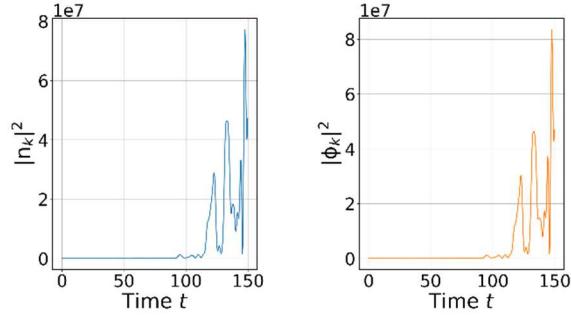


Fig.4 左図：3DHWの密度揺動の波数空間でのエネルギー分布時間変化  
右図：3DHWの静電ポテンシャル揺動の波数空間でのエネルギー分布時間変化

3DHWモデルでは変動の成長開始が2Dモデルに比べて遅れる傾向が見られた。また、静電ポテンシャル $\phi$ および密度 $n$ の飽和振幅がそれぞれ2DHWモデルに比べて1桁小さくなった。これは、Z方向へのエネルギー分散により、各モードの揺動が抑制されたことが要因と考えられる。

Z(磁場)方向の導入により、磁力線に沿った変化の考慮が可能になり、磁場方向への波動伝播やZ方向モード間の非線形結合の再現が可能になった。これにより、乱流構造の異方性や磁場方向へのエネルギー輸送などを解析可能になった。

次に(1)式を導入して計算を行った。 $n, \phi$ に加え、流体速度 $u$ 、圧力 $p$ の三次元での揺動場の計算の初期結果が得られた。揺動の様子をFig.5に示す。

圧力 $p$ および流体速度 $u$ の揺動について、X-Y平面では両方とも揺動がY正方向に伝播した。X-Z平面では、揺動がX正方向に伝播し、Z正方向に進むにつれて波長が大きくなることが確認できた。Y-Z平面では流体速度 $u$ と圧力 $p$ の揺動の挙動が異なり、流体速度 $u$ は揺動がY正方向に伝播し

たが、圧力 $p$ では揺動が中央からY正負両方向に伝播した。今後はパラメータを変更して計算を行い、クリティカルグランディエントの影響を評価することで計算結果の妥当性を検証する。

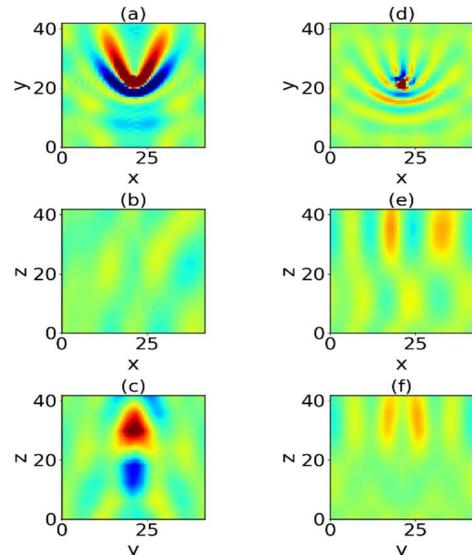


Fig.5 圧力揺動のスナップショット  
( (a) : X-Y平面 (b) : X-Z平面  
(c) : Y-Z平面 )  
流体速度揺動のスナップショット  
( (d) : X-Y平面 (e) : X-Z平面  
(f) : Y-Z平面 )

#### 4. まとめ

三次元HWモデルの導入を行い、磁場方向の揺動を考慮した解析が可能となった。このモデルを用いた三次元揺動場およびエネルギー変動の解析から、ITG乱流シミュレーションの基礎的枠組みを構築した。さらに、拡張したITG対応モデルにおいて、初期結果として三次元揺動場が確認できた。

#### 参考文献

- 1) W.Horton, C.W. "Drift waves and transport." Rev. Mod. Phys. Vol.71, p.735 (1999)
- 2) 洲鎌英雄, 矢木雅敏 イオン温度勾配不安定性 編: プラズマ・核融合学会誌第76卷第10号, p.1007 (2000)
- 3) C. Angioni et al, "Off-diagonal particle and toroidal momentum transport: a survey of experimental, theoretical and modelling aspects", Nucl. Fusion 52, 114003(2012)
- 4) C. Angioni, "Particle and Momentum Transport in Tokamak Plasmas, the Complicated Path towards the Experimental Validation of the Theoretical Predictions of Transport in Fusion Plasmas", Plasma and Fusion Research: Review Articles Vol 8, 2102032 (2013)