

核融合プラズマにおける乱流駆動電子熱輸送の非線形シミュレーション

日大生産工 ○福田 義人 日大生産工(院) 星野 秀太 日大生産工 佐々木 真

1. 背景

核融合炉の実現には、高温プラズマの優れたエネルギー閉じ込めが不可欠である。しかし、プラズマ内部で発生する乱流は、粒子や熱の輸送を引き起こし、プラズマ閉じ込め性能を著しく低下させる要因となっている。特に、電子温度勾配を駆動力とするElectron Temperature Gradientモード(ETG)乱流は、電子熱輸送を担う乱流と考えられている一方で、同時に粒子輸送を引き起こす。この時の熱と粒子の輸送の干渉性の基礎過程を理解する必要がある。特にプラズマの密度限界付近では断熱極限からずれることが指摘されており、その状況での輸送干渉に焦点を当てる。¹⁾

本報告では、ドリフト波乱流の基礎である長谷川・若谷(HW)モデルを、電子温度に対応したモデルに拡張した非線形シミュレーションを実行することで得られた以下の結果について報告する。

2. 長谷川・若谷温度拡張モデル

本研究で構築したシミュレーションモデルは、プラズマにおけるドリフト波乱流の記述に広く用いられるHWモデルを基盤としている。²⁾従来のHWモデルでは、電子温度の動的効果を考慮できない。そのため、渦度方程式と密度方程式には、電子温度揺動の効果を取り込むため、以下のモデルを数値的に解くコードを開発した。³⁾

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \{\varphi, n\} = \alpha(\tilde{\varphi} - \tilde{n}) - \alpha\sigma\tilde{T}_e - \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \{\varphi, \zeta\} = \alpha(\tilde{\varphi} - \tilde{n}) - \alpha\sigma\tilde{T}_e \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + \{\varphi, T_e\} = -\beta\tilde{T}_e - \kappa_T \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \alpha\sigma(\tilde{\varphi} - \tilde{n}) - \alpha\sigma^2\tilde{T}_e \quad (3)$$

ここで、 \tilde{n} , $\tilde{\varphi}$ および \tilde{T}_e は、密度揺動、ポテンシャル揺動、電子温度揺動を表す。また、乱流の渦度 ζ は $\zeta \equiv \nabla^2 \varphi$ 、ポアソン括弧 $\{\cdot\}$ は $\{\alpha, \beta\} \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial x}$ である。 α は電子の平行方向への拡散速度を制御するパラメータである。 α_T はプラズマの電荷数に依存して決定される無次元

数であり、 $\alpha_T = 0.71$ とする。²⁾また、 $\sigma = 1 + \alpha_T$ とする。これらの方程式(1)-(3)を数値的に解くにあたり、時間積分には4次のルンゲ=クッタ法を、空間離散化には周期境界条件の下でフーリエ・擬スペクトル法をそれぞれ用いた。また、粘性などの線形散逸項については、積分因子法を適用した。

3. シミュレーション結果

本モデルの $\alpha = 0.1$, $\kappa = 1$, $\kappa_T = 1$ における、実空間シミュレーション結果をFig.1に示す。

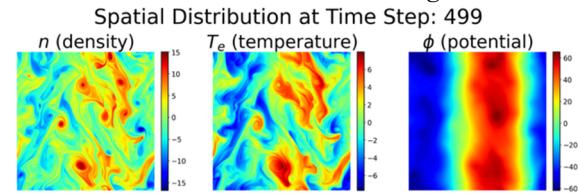


Fig.1 HW電子温度拡張による実空間分布
Fig.1は密度(n)、電子温度(T_e)、ポテンシャル(φ)の2次元空間分布である。従来のHWモデルでは見られなかった電子温度の動的な振る舞いを再現した。

次に、エネルギーを乱流成分と帶状流成分に分け、それぞれの時間発展をFig.2に示す。

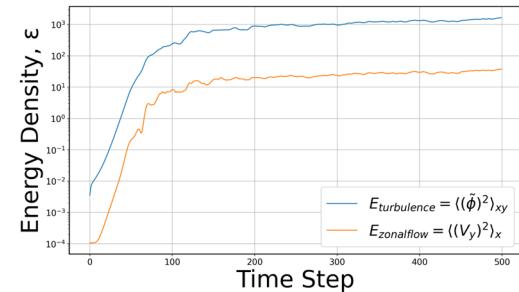


Fig.2 乱流・帶状流エネルギーの時間発展
シミュレーション初期において、乱流エネルギーは指数関数的に成長するが、やがて一定の値で揺れ動く非線形飽和状態に達する。この飽和状態は線形理論では議論することができず、本シミュレーションが乱流と帶状流の相互作用を含む非線形領域を捉えていることを示している。

次に、帶状流、粒子フラックス、熱フラックスの時空間構造をヒートマップとしてFig.3に示す。ここで、帶状流 V_y 、粒子フラックス Γ_x 、熱フラックス q_x はそれぞれ次式で定義する。

$$V_y(x, t) = \langle \frac{\partial \varphi}{\partial x} \rangle_y$$

$$\Gamma_x(x, t) = -\langle n \frac{\partial \varphi}{\partial y} \rangle_y$$

$$q_x(x, t) = -\langle T \frac{\partial \varphi}{\partial y} \rangle_y$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle_y$ はy方向の空間的平均を表す。

Spatiotemporal Evolution for different α

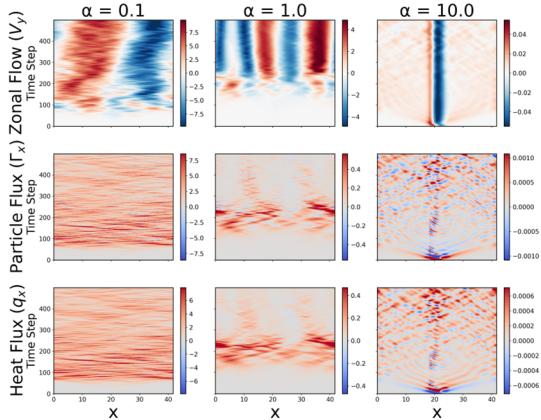


Fig.3 帯状流と各フラックスの時空間比較
 $\alpha = 0.1$ では、粒子フラックスと熱フラックスのヒートマップは、輸送の発生タイミングや時間、パターンがほぼ同一であり、2つの輸送が同期している。対照的に、 $\alpha = 10$ では様相は一変しており、輸送は逆相となっている。粒子・熱フラックスは、斜めに走る格子状のパターンを示し、外向き輸送を示す赤色と内向き輸送を示す青色の領域が対になって現れている。これは、ドリフト波の性質である輸送の干渉が、シミュレーション内で発生していることを捉えていると言える。 $\alpha = 1.0$ は、これら両極端の中間的な特徴を示しており、遷移状態であることを示している。

次に、飽和非線形状態における輸送の物理的性質を定量化するため、粒子・熱フラックスの空間的な同期・非同期の度合いを相関係数で評価した。ここで用いる相関係数 $C(t)$ は、各時刻 t におけるピアソンの積率相関係数であり、以下の式で定義される。

$$C(t) = \frac{\langle (\Gamma_x - \langle \Gamma_x \rangle_x)(q_x - \langle q_x \rangle_x) \rangle_x}{s_{\Gamma_x} s_{q_x}}$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle_x$ は x 方向の空間的平均、 s は標準偏差を表す。Fig.4 は、その相関係数の時間発展を異なる α の値で比較したものである。

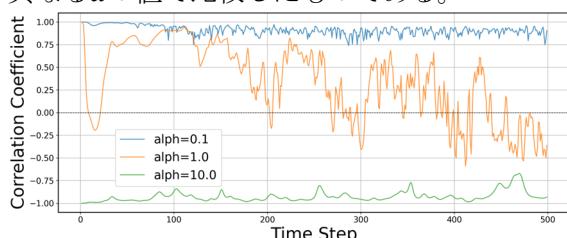


Fig.4 フラックス間相関係数の時間発展

$\alpha = 0.1$ (青線), 1.0(橙線), 10(緑線)

α が 1 よりも十分小さい $\alpha = 0.1$ の場合、系は流体極限の状態にあり、相関係数はシミュレーション全域で常に +1 に近い値で安定している。これは、粒子フラックスと熱フラックスが強く同期していることを意味しており、密度と温度の揺らぎが一体となって動くドリフト対流セルが支配的である特徴と一致する。一方、 α が 1 よりも十分大きい $\alpha = 10$ の場合、系は断熱極限の状態にあり、相関係数は -1 に近い値で安定している。これは 2 つのフラックスが非同期、あるいは逆相関の関係にあることを意味しており、密度と温度の揺らぎが独立に振る舞い、輸送の干渉が起きるドリフト波が支配的な特徴と一致する。一方、これら 2 つの極限状態の間にある遷移領域のダイナミクスを、非線形シミュレーションによって詳細に捉えたのが $\alpha = 1$ の場合である。この領域では、相関係数が正と負の間を激しく変動しており、同期的な振る舞いと非同期的な振る舞いが複雑に競合していることがわかる。より長期の挙動は今後詳細に解析を行う。

4.まとめ

本研究では、HW 温度拡張モデルの非線形シミュレーションを実行し、乱流のエネルギーダイナミクス、輸送の時空間構造、そしてフラックス間の同期特性を非線形領域において再現した。その結果、 α が小さい流体極限では同期輸送が、 α が大きい断熱極限では逆相関輸送が、それぞれ支配的となることを時空間構造として明確に捉えた。さらに、その中間領域である $\alpha = 1$ では遷移的なダイナミクスを捉えることができた。今後は、シミュレーションの計算時間を延長して、遷移領域における振る舞いを統計的・長時間的に解析することで、状態遷移の物理メカニズムの解明を目指す。

参考文献

- 1) L. Wang, G. R. Tynan, R. Hong, L. Nie, Y. Chen, R. Ke, T. Wu, T. Long, P. Zheng, M. Xu and HL-2A Team, Physics of Plasmas, vol.26, 092303,(2019)
- 2) M. Wakatani and A. Hasegawa, PoF, vol.27, 611,(1984)
- 3) S. Arai and Y. Kosuga, Plasma and Fusion Research, vol.17, 1403050,(2022).