ISSN 2186-5647

P-14

ハンケルスパース動的モード分解を用いた 乱流時空間構造の予測性能

日大生産工(院)　○柴﨑　季哉　　日大生産工　佐々木 真

1.　背景

身の回りの現象の多くはエネルギーや物質の流入・流出を伴い、熱平衡から遠く離れた非平衡開放系となっている。このようなシステムでは、時空間ダイナミクスを伴い、自律的に流出を決定している。この時空間ダイナミクスの予測は、現代科学の最先端の問題であり、太陽フレアや核融合プラズマを始めとし、地震や集中豪雨・海洋乱流構造形成等、多岐にわたる具体例が挙げられる。

例えば、磁場閉じ込めプラズマにおける粒子や熱輸送は間欠性や突発性を伴い、大規模輸送は装置壁に大きなダメージを与えるため、その事前予測は重要な問題である[1]。特に、プラズマの空間勾配に駆動される乱流は、非線形過程によって大域構造を生み出し、時空間的に多スケールの現象となる[2]。このような時空間的多スケール現象の予測を行う汎用的な手法の開発が重要である。

近年、データ科学の進展に伴い、観測された時空間データから直接、現象の支配方程式を推定する手法の提案がなされた[3]。本手法は、動的モード分解(Dynamic Mode Decomposition:DMD)と呼ばれ、流体分野をはじめ多くの系で適用が始まっており、プラズマ乱流へも応用されつつある[4],[5]。

本研究では、プラズマ乱流を対象として、長時間の時空間ダイナミクスの推定に適したハンケルスパース動的モード分解を適用する。その上で、予測に必要なハイパーパラメータを調節することで、その予測特性の変化の様子を明らかにする。

2.　ハンケルスパース動的モード分解

動的モード分解とは、時空間観測データから直接データが従う発展方程式を推定する手法であり、推定された方程式をもとに、時空間発展の予測を行うことが可能としている。本手法では、データは線形微分方程式で近似できるという仮定の元で、観測データとその時間微分から、時間発展演算子を評価する。しかし、標準的な動的モード分解では線形近似を用いるため、長時間の予測が困難であった。

近年ハンケル行列とスパース化を用いることで標準的な動的モード分解より、少ない誤差で長時間予測を可能とする手法が提案された[6]。ハンケル行列Xは、入力する時系列データφ(t)を時間方向にスライド幅(s)をΔtずつずらしたデータの層(h)を作成し、データの層を時系列データの上に積み上げたもので、通常の対角成分と垂直方向の対角線と並行となる行列成分が全て等しくなる正方行列の形となっている。Fig.1に、ハンケル行列の説明を図で表す。

$$X = \begin{pmatrix} \phi(t) \\ \phi(t+\Delta t) \\ \phi(t+2\Delta t) \\ \vdots \\ \phi(t+N\Delta t) \end{pmatrix}$$

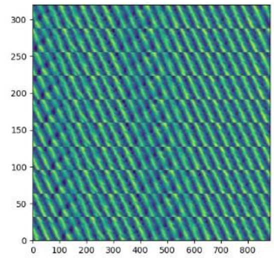

Fig.1 ハンケル行列

ハンケル行列を用いることで、データの空間情報を見かけ上増やすことによって、時間・空間情報量の差異を抑制し、長時間の時空間的な特徴を捉える事が可能となる。さらに、スパース化としてL1正則化項を動的モード分解内のアルゴリズムに加えている。この手法では、短時間成長するノイズモードを除去することが出来、より長時間発展の予測が可能となる。

3.　解析データ

状態の制御の自由度が高く観測が容易なデータとして九州大学にある直線磁化プラズマ装置 PANTA にて得られたプラズマ乱流のデータを使用する。本装置は時空間的に高解像度の乱流計測が可能である。64 チャンネルの静電プローブが周方向に設置されており、イオン飽和電流と浮遊電位を交互に計測している。本研究では、イオン飽和電流 32 チャンネル分を使用したもので行っている。

4.　結果

Predictive performances of spatiotemporal structure of turbulence using Hankel sparse dynamic mode decomposition

Toshiya SHIBASAKI and Makoto SASAKI

学習データt=1000μs を用いて t=1000μsの予測を行った。ハンケル層は h=9、スライド幅は s=24とした。学習データは25周期の波形を持つ。

Fig.2は計測データの時空間プロットとハンケルスパース動的モード分解における時空間発展の予測の時空間プロットである。縦軸をチャンネル数、横軸を時間t(μs)としてプロットを行っている。上図が計測データ、下図がハンケルスパース動的モード分解における再構成（0< t <882)と予測データ(882~1999)となっており計測データの増減の部分の様子を大きさこそ再現されていないものの、動的モード分解で再構成部分では増減の周期を再現できており、その後の予測部分でも増減の形が崩れることなく周期的な予測を行えていることが確認することが出来る。

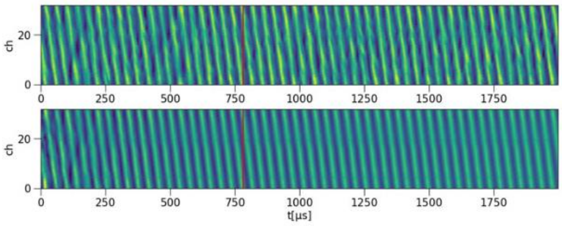

Fig.2 計測データとハンケルスパース動的モード分解における時空間発展の予測

Fig.3上図はモード数0チャンネル時点の時系列データを抽出したものである。オレンジ色の線を計測データ、青色の線をハンケルスパース動的モード分解における再構成部分(0< t <882)と予測データ部分(882~1999)として縦軸を密度N、横軸を時間t(μs)としてプロットを行っている。また、Fig. 3下図は計測データ、ハンケルスパース動的モード分解における再構成と予測データと計測データの平均二乗誤差である。縦軸に平均二乗誤差、横軸に時間t(μs)0をプロットしている。なお、平均二乗誤差Eを求める式として再構成と予測データをXと置き、計測データをX'と置いた際に以下の式で導出を行っている。

$$E = \sqrt{\frac{\iint (X - X')^2 dtd\theta}{\iint (X')^2 dtd\theta}} \cdots (1)$$

上図では計測データに対し、再構成部分及び予測データの振幅が小さくなっている。一方で、予測データとの位相は一致している部分が多くあるため予測データは計測データの特徴を捉えていることが2次元面でも確認することができた。また、時間が増加するにつれ振幅・位相のズレや平均二条誤差の波形が徐々に増加していることから、長期的な予測時の予測性能が減少していることが確認することが出来る。

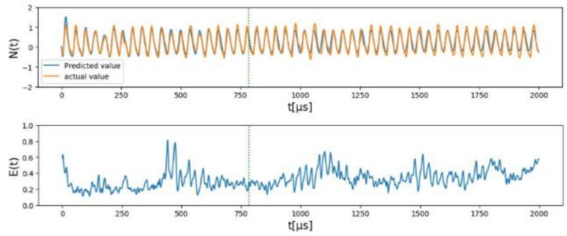

Fig.3 ハンケルスパース動的モード分解における 予測・平均二乗誤差

5. まとめ

本研究では、データ駆動型の手法として近年注目されている動的モード分解に注目した。その中でも、ハンケル行列とスパース化を適用した動的モード分解を用いて、時空間データ長時間予測を行った。

長期的予測を行うことによって予測性能が減少しているものの振幅や位相の特徴的な形を再現することはできていることが確認できた。これにより、適切にハイパーパラメータを突き詰めることで長期間でもある程度は対応できると考えられる。

参考文献

[1] J. W. Connor, Plasma Physics. Control. Fusion, 40, 191 (1998).
[2] P. H. Diamond, et. al., Plasma Physics. Control. Fusion, 47, R35 (2005).
[3] P.J. Schmid, Journal of Fluid Mechanics, 656 (2010).
[4] M. Sasaki et al., J. Plasma Fusion Res. Vol.97, No.2 (2021) 79-85
[5] Akira Kusaba et al 2022 Jpn. J. Appl. Phys. 61 SA1011
[6] M. R. Jovanović, P. J. Schmid, and J. W. Nichols, Phys. Fluids 26, 024103 (2014)