

磁場閉じ込めプラズマにおける

高次非線形性を考慮した動的乱流現象解析

日大生産工(院) ○古田原 拓実 日大生産工 佐々木 真

1. 背景

乱流は、大気・海洋汚染や気象、核融合プラズマなど、身の回りに普遍的に存在している。それらのシステムの発展は、乱流が駆動する輸送の影響が大きい。そのため、乱流輸送の理解は喫緊の課題である。乱流はレイノルズ応力などの二次非線形性に支配される。更に乱流強度が増加すると、高次非線形性が重要となる。例えば、磁場閉じ込めプラズマにおける乱流伝播は、三次非線形性の重要性が指摘されており、輸送を発達させる現象である。このような現象は一般にブロードなスペクトルを示すため、フーリエ解析を用いての解析では多くの自由度が現れてしまい、基本プロセスの理解が困難である¹⁾。詳細な時空間ダイナミクスを理解するためには、少数自由度へのモード分解が分かりやすい。乱流構造のモード分解として、動的モード分解(DMD)²⁾や特異値分解(SVD)³⁾に基づく解析が進んできた。特にSVDは、直交基底への分解が可能であるため、分解されたモード間の相互作用を解析することが可能である³⁾。更に、SVDを多重場に拡張したMulti-field SVDも提案されている⁴⁾。本研究では、Multi-field SVDに基づいた、高次非線形性の解析手法を提案する。

2. Multi-field SVD

観測データ $\varphi(\mathbf{x}, t)$ は一般に二次元の行列で記述することが可能である。 $\varphi(\mathbf{x}, t)$ は、 \mathbf{x} に空間方向、 t に時間方向の変化を持つ。また、観測点によって \mathbf{x} は多次元行列にもなる。 $\varphi(\mathbf{x}, t)$ は、温度 T や密度 N 、速度 V などの様々な物理量として置き換えることができる。本研究では多種物理量の行列を結合させ、SVDを行うことで多種物理量の共通空間構造を持つ時間発展を抽出する。多種物理量の例として、密度 $N(\mathbf{x}, t)$ と速度 $V(\mathbf{x}, t)$ に対するSVDを以下に示す。

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{x}, t) &= (N(\mathbf{x}, t_1), \dots, N(\mathbf{x}, t_n), V(\mathbf{x}, t_1), \dots, V(\mathbf{x}, t_n)) \\ &= \sum_k U_k \Sigma_k V_k^T \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 Σ は特異値行列と呼ばれ、対角成分に $\sigma_1 \sim \sigma_m$ まで降順で並べられる($\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0$)。 σ_k は特異値と呼ばれ、元の行列 Φ に対する寄与の大きさを決める値である。また、各特異値成分に対応する多種物理量の共通空間構造 U_k と、それぞれの時間発展 V_k^T が得られる。

本研究では、シミュレーションから得られたデータを対象とする。NLD(Numerical Linear Device)と呼ばれるコードを用い、3次元縮約流体モデルに基づいた計算を行うことで、数値乱流場における密度 N と静電ポテンシャル ϕ のデータが得られる。 N と ϕ はそれぞれ (r, θ, z) の円筒座標であり、 z 方向は直線磁場の方向に対応する。この二つの物理量に対してMulti-field SVDを適用する。

3. Multi-field SVDによる輸送解析

密度と静電ポテンシャルの時空間データに対してMulti-field SVDを適用する。また、両物理量の支配構造から、乱流輸送を評価する。式(1)のように密度と静電ポテンシャルの時空間データを結合させ、Multi-field SVDを適用することで、 U, Σ, V が得られる。ここで、 U は密度と静電ポテンシャルに共通する空間構造が導出される。Fig. 1に抽出した乱流パターンを示す。

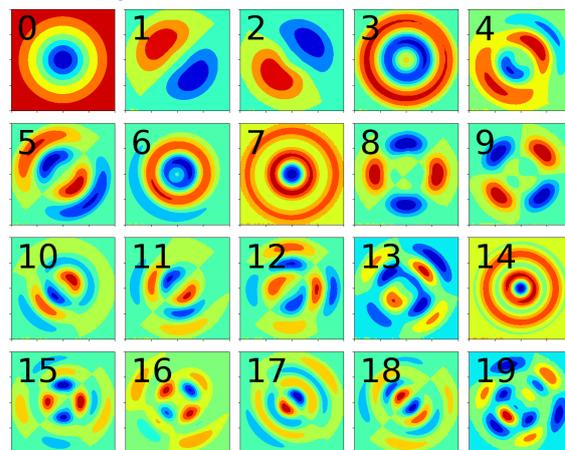


Fig. 1 Multi-field SVDにより分解された乱流場の空間パターン

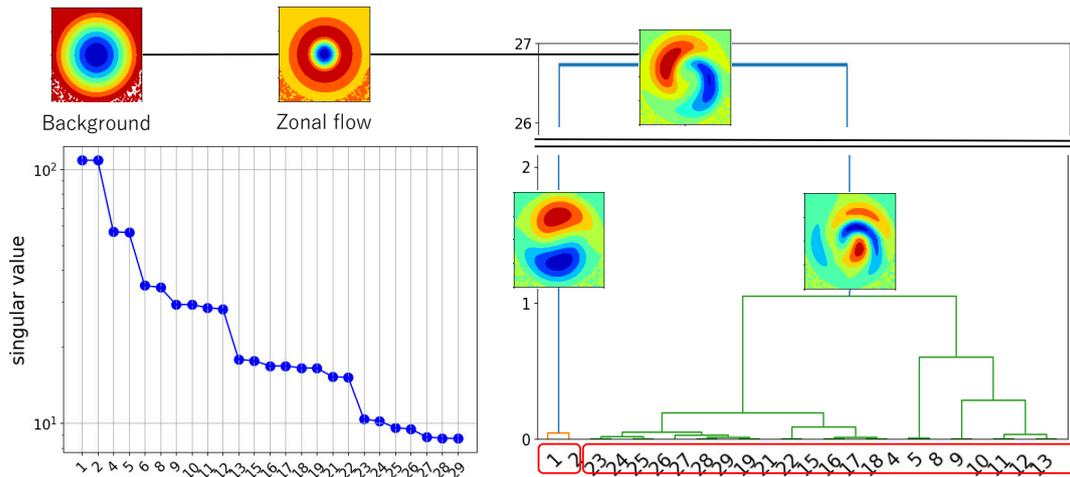


Fig. 2 デンドログラムを用いたパターン分類。

更に、SVDモードの特徴に基づいた部分和をとることで、プラズマの背景場、帯状流、線形不安定モード、非線形モードの4つのモードに削減が可能となる⁹⁾。Fig. 2にモードの相関に基づく分類の様子を示す。

モード α における密度揺動を N_α 、モード β における径方向流れ揺動を $V_{r,\beta}$ と定義し次のように輸送を評価した。

$$\Gamma_{r,\alpha\beta} = N_\alpha V_{r,\beta} \quad (2)$$

ここで、 $V_{r,\beta}$ は $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトを仮定することで、 ϕ の各モードから求めた。また、 α, β はそれぞれ、密度と流れのモードインデックスである。Fig. 3に輸送行列 $\Gamma_{r,\alpha\beta}$ を示す。ここでは、突発的な輸送が発生した際の各モードの寄与を示している。流れのモードDに対応する非線形モードが輸送に大きく寄与していることが分かる。輸送行列から、突発輸送を駆動するモード結合を抽出し、突発輸送の物理素課程について調査した。その結果、突発輸送は、流れの非線形モードが駆動する輸送の位相同期が重要であることが分かった。

4. まとめ

本研究では、二体相互作用による乱流粒子輸送の解析を行った。シミュレーションにより得られた、密度と静電ポテンシャルの乱流場に対し、Multi-field SVDを適用した。乱流構造の特徴分析方法として用いられてきた特異値分解を拡張し、二つの異なる物理量を同時に解析するMulti-field SVDを適用した。同時分解により、両物理量に共通する空間構造の抽出が可能であることを示した。また、モードごとに部分和をとることで4つのモードに削減し、少数自由度で粒子輸送の評価を行った。モード毎の積から得られた輸送行列から、突発輸送に寄与

するモード構造の抽出を可能とした。その結果、突発輸送には流れの非線形モードが重要であることを示した。このように、Multi-field SVDを用いることで二体相関の定量化が可能である。講演では、手法を拡張し、三次非線形相互作用の定量化についての詳細を報告する。

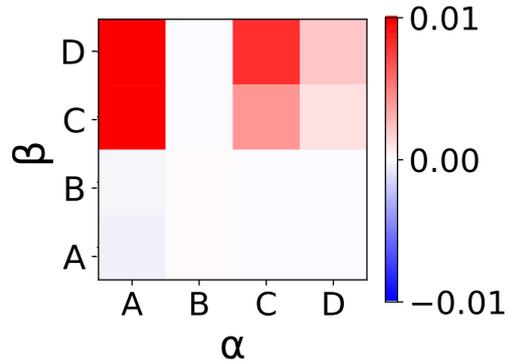


Fig. 3 α, β の結合により駆動される輸送行列。 α, β はモードインデックスに対応し、A, B, C, Dはそれぞれプラズマの背景場、帯状流、線形不安定モード、非線形モードである。カラーバーは輸送の大きさ(赤：外向き、青内向き)に対応する。

参考文献

- 1) T. Yamada, et. al, Nature physics, 4.9, 721-725 (2008)
- 2) M. Sasaki, et. al, Plasma Physics and Controlled Fusion, 61.11, 112001 (2019)
- 3) M. Sasaki, et. al, Plasma Physics and Controlled Fusion, 63.2, 025004 (2020)
- 4) T. Kodahara, et. al., Plasma Fusion Res., 18, 1202036 (2023)
- 5) G. Yatomi et. al., Plasma Phys. Control. Fusion, 65, 095014 (2023)
- 6) A. Okuno, et. al., Plasma and Fusion Research, in press (2024)