

物理情報組み込みネットワークを用いた  
プラズマ乱流シミュレーション開発

日大生産工 ○和田 光正 日大生産工 佐々木 真

### 1. まえがき

核融合炉においてプラズマの閉じ込めは重要であり、安定性や効率の向上に向け、世界中で盛んに研究が行われてきた。特にプラズマ乱流における揺動や輸送ダイナミクスの解明は、この閉じ込めの精度を左右する重要な要因であることが知られている。特に高温状態になると衝突状態になり運動論効果が重要となる。そのような場合は流体モデルでは高精度な予測が不可能であり、速度空間を考慮した6次元の乱流現象を計算する必要がある。現在では5次元空間における乱流シミュレーションが主流となっており、6次元での計算は困難を極める。

この問題に対して、本研究では、従来のように、空間をメッシュで切る方法をとらずに計算が行える深層学習を用いた手法を考える。その手法は物理情報組み込みネットワーク (Physics-Informed Neural Network, PINNs) と呼ばれており、実現現象への適用が始まっている。PINNsは差分法などの数値計算とは異なり、ニューラルネットワークを用いた手法である。複雑現象への適用をするにあたり、その計算精度や計算速度と現象の複雑さとの関係を系統的に調べる必要がある。

本研究では、PINNsの実現証への適用の第一歩として、1次元空間における物理量の時間発展を対象とし、その計算速度や計算精度を系統的に調べることを目指す。このネットワークの損失関数の計算には初期条件や微分方程式などの物理情報を用いる。

### 2. 物理組み込み情報ニューラルネットワーク: PINNs

PINNsはデータとしてランダムな空間行列  $x$  と時間行列  $t$ 、損失計算のための偏微分方程式と初期条件を入力し、偏微分方程式の解  $u$  を学習する。本研究ではこのPINNを一次元の拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

および、波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

に適用し、解のシミュレーションを行う。

ここで  $v$  は波の速度定数であるが、本研究では  $v = 1$  とした。

本研究で用いたPINNsのレイヤー構造は図1の通りである。入力データとして空間行列  $x$

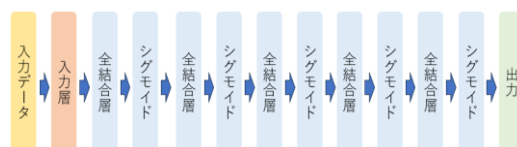


Fig.1 PINNs のレイヤー構成

を入力し、全結合層による線形変換を行う。その出力に活性化関数としてシグモイド関数を適用しそれらを5層重ねた出力が偏微分方程式の解となる。

### 3. 実験方法

PINNsに拡散方程式および波動方程式を用いて学習を行い、学習によって得られたシミュレーション結果と解析解の誤差率を比較する。学習は損失の値が事前に設定した値を下回った場合に打ち切ることとする。

なお、境界条件は拡散方程式が  $-2 \leq x \leq 2$ 、波動方程式が  $0 \leq x \leq 2$  とし、シミュレーション時間は  $0 \leq t \leq 2$  までとした。

### 4. 実験結果および検討

拡散方程式と波動方程式のシミュレーション結果をそれぞれ図2,3に示す。

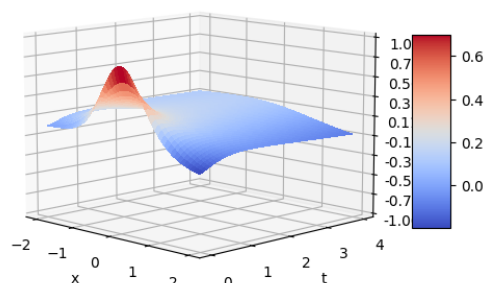


Fig.2 拡散方程式のシミュレーション

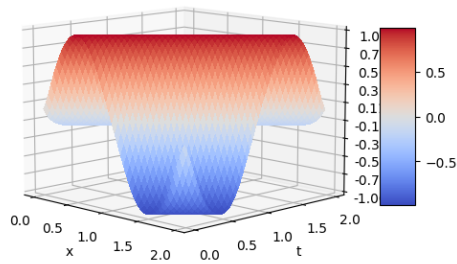


Fig.3 波動方程式のシミュレーション

ニューラルネットを用いた予測では、拡散方程式は拡散の様子、波動方程式では波の伝播が予測できているように見える。また、誤差率に関しては拡散方程式の結果を2ケース図4-1, 4-2に示す。

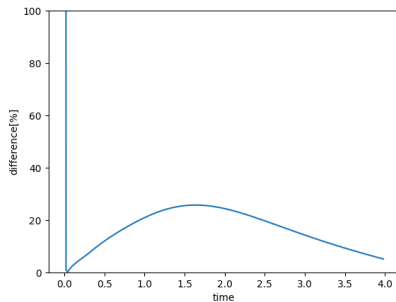


Fig.4-1 施行 1

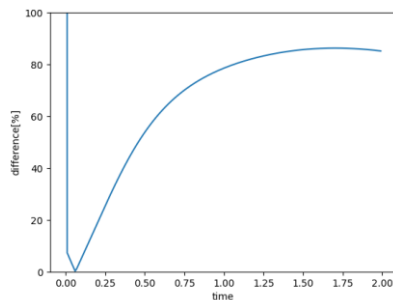


Fig.4-2 施行 2

図4-1では誤差は30%以下程度であったが、また、別の試行では80%ほどまで増加していることがわかる。これは学習のたびに初期パラメータが変化するため、推論の精度にも影響しているのだと考えられる。

## 5. まとめ

本研究ではPINNを用いて、1次元空間における拡散方程式、波動方程式のシミュレーションを行った。それらの方程式を満たすように損

失関数を設定し、その損失関数の和をもとにパラメータを更新するネットワークを用いた。入力はランダムな空間行列 $x$ と0で初期化した時間行列 $t$ を用いた。得られた時空間発展データそれぞれの解析解と比較した。初期状態に依存して誤差率が変動しており、10%程度での計算が可能なことを確認した。

今後は5次元以上の高次元の乱流現象にPINNを適用することを目指しているが、その実現には、この誤差率変動の影響を低減するような初期パラメータやハイパーパラメータの設定が必要である。講演では、非線形モデルへの適用結果も示す。

## 参考文献

- (1) M. Raissi, JCP(2019)