

多重場特異値分解によるプラズマ乱流輸送現象解析

日大生産工(院) ○古田原 拓実 日大生産工 佐々木 真

1. 背景

乱流は、大気・海洋汚染や気象、核融合プラズマなど、身の回りに普遍的に存在している。それらのシステムの発展は、乱流が駆動する輸送の影響が大きい。そのため、乱流輸送の理解は喫緊の課題である。乱流輸送の例として磁場閉じ込めプラズマがある。磁場閉じ込めプラズマの性能は、プラズマの空間不均一性により駆動される乱流が駆動する乱流輸送に支配されている。一般に乱流はブロードなスペクトルを示すため、フーリエ解析を用いた輸送解析では多くの自由度が現れる¹⁾。詳細な時空間ダイナミクスを理解するためには、実空間における少数自由度へのモード分解が分かりやすい。乱流構造分解におけるモード分解として、動的モード分解(DMD)²⁾や特異値分解(SVD)³⁾⁴⁾に基づく解析が進んできた。特にSVDは、直交基底への分解が可能であるため分解されたモード間の相互作用を解析することが可能である。これまでの特異値分解では、単一物理量の時空間解析が行われていたが、輸送を議論するためには、複数物理量間の相関を解析可能な形に拡張する必要がある。

2. Multi-field SVD

観測データ $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ は一般に $A_{ij} = \varphi(\mathbf{x}_i, t_j)$ と置くことで二次元の行列で記述することが可能である。 $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ は、 \mathbf{x} に空間方向、 \mathbf{t} に時間方向の変化を持つ。また、観測点によって \mathbf{x} は多次元行列にもなる。 $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ は、温度 T や密度 N 、速度 V などの様々な物理量として置き換えることができ、各物理量の時空間発展を表す。従来の研究では、単一物理量に対してのみSVDを行っていたが、本研究では各物理量の行列を空間方向が一致するように結合させ、SVDを行うことで両揺動の共通空間構造を持つ時間発展を抽出する。多種物理量の例として、密度 $N(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ と速度 $V(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ に対するSVDを以下に示す。

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{t}) \\ = (N(\mathbf{x}, t_1), \dots, N(\mathbf{x}, t_n), V(\mathbf{x}, t_1), \dots, V(\mathbf{x}, t_n)) \end{aligned}$$

$$= \sum_k U_k \Sigma_k V_k^T \quad (1)$$

ここで、 Σ は特異値行列(m 行 n 列)と呼ばれ、対角成分に $\sigma_1 \sim \sigma_m$ まで降順で並べられる($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0$)。 σ_k は特異値と呼ばれ、この大きさは元の行列 Φ に対する寄与の大きさで決まる。 Φ に対してSVDを行うと、各特異値成分に対応する複数物理量の共通空間構造 U_k と、それぞれの時間発展 $\Sigma_k V_k^T$ が得られる。各行列の結果は、時空間構造を反映させた特徴を持つモード分解になっている。このようにSVDを複数の物理量に対して行う手法をMulti-field SVDと呼ぶことにする⁵⁾⁶⁾。

3. 解析データ

本研究では、解析対象として直線磁化プラズマ装置 PANTA(Plasma Assembly for Nonlinear Turbulence Analysis)から得られたデータを扱う。PANTAでは、周方向にイオン飽和電流と浮遊電位を計測するプローブが32本(32ch)ずつ、計64本のプローブが設置されている。イオン飽和電流から密度揺動 $N(\theta, \mathbf{t})$ 、浮遊電位から、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトを仮定した径方向流れ揺動 V_r を評価できる²⁾。解析データの例として、Fig. 1に横軸が時間、縦軸が周方向の変化に対応する、密度揺動の時空間構造を示す。密度揺動、径方向流れ揺動の二つの物理量に対してMulti-field SVDを適用する。

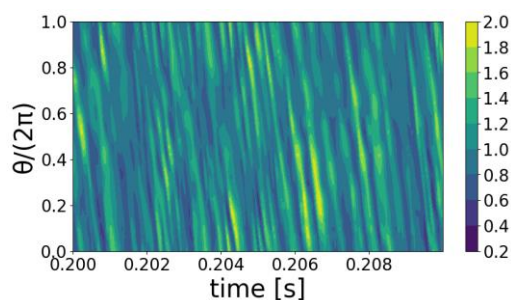


Fig. 1 プローブアレイにより計測されたイオン飽和電流から評価した密度揺動 $N(\theta, \mathbf{t})$ [横軸：時間、縦軸周方向]⁵⁾

4. Multi-field SVDによる輸送解析

Analysis of plasma turbulence driven transport
by multi-field singular value decomposition

Takumi KODAHARA and Makoto SASAKI

PANTAから得られた、密度と径方向流れ揺動の時空間データに対してMulti-field SVDを用いることで両揺動の共通構造を抽出する。また、両揺動の支配構造から、乱流駆動による輸送を評価する。式(1)のように密度揺動と径方向流れ揺動の時空間データを空間が一致するように結合させ、Multi-field SVDを適用した。Fig. 2は、支配モードにおける横軸周方向に対応する両揺動の共通空間構造 U_k と、両揺動それぞれの時間発展 $\Sigma_k V_k^T$ を示す。抽出した空間構造から、密度と径方向流れの共通構造を評価することが出来た。また、径方向流れの時間変化は、密度の時間変化に比べ位相が遅れていることが分かる。この時間発展の位相構造は典型的な抵抗性ドリフト波の性質にみられるものである。この位相差が原因となり、径方向への外向きの輸送を引き起こしている。このように、Multi-field SVDによって両揺動の共通構造の抽出と空間的な位相構造を系統的に評価することに成功した。mode α における密度揺動を N_α 、mode β における径方向流れ揺動を $V_{r,\beta}$ と定義し次のように輸送を評価した。

$$\langle \bar{r} \rangle = \sum_{\alpha,\beta} \langle \bar{N}_\alpha V_{r,\beta} \rangle \quad (2)$$

Multi-field SVDの結果と単一物理量に対してSVDを行う従来手法による結果から輸送評価を行った。Fig. 3に示すように、Multi-field SVDを用いた輸送評価では、 $\alpha = \beta$ を満たすモードの結合のみで輸送が表現されている。従来手法を用いた輸送評価では、様々なモードの組み合わせで輸送が表されている。この二つの結果を比較すると、Multi-field SVDでの輸送評価は自由度が30であるのに対して、従来手法での輸送評価は自由度が900である。これは、SVDのモード直交性に起因する。よって、Multi-field SVDを用いると、少数自由度での解析が可能である⁵⁾。

5. まとめ

本研究では、乱流構造の特徴分析方法として用いられてきた特異値分解を拡張し、二つの異なる物理量を同時に解析するMulti-field SVDを提案した。磁場閉じ込めプラズマの乱流構造を対象にMulti-field SVDによる密度揺動と径方向流れ揺動における共通時間発展をもつ空間構造を抽出することで、両揺動が共通の構造を持つことを確認した。また、両揺動の空間構造の位相差が輸送の原因となることを評価し

た。加えて、両揺動に対してMulti-field SVDと従来SVDのそれぞれを行った結果から評価した輸送を比較することで、乱流輸送の解析における密度揺動と流れ揺動の同時解析の重要性を示した。本研究で提案したMulti-field SVDを用いることで、少数自由度に落としたモード分解が可能となり、そのモード駆動する輸送まで得ることが出来ることを示した。

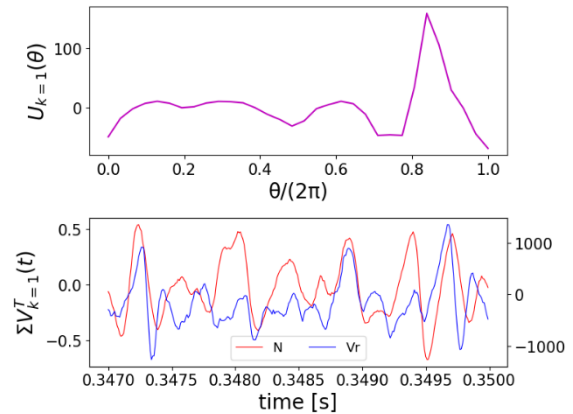


Fig. 2 支配モード($k = 1$)における(左)両揺動の共通の空間構造[横軸：周方向] (右)各揺動の時間発展[赤：密度、青：径方向流れ]⁵⁾

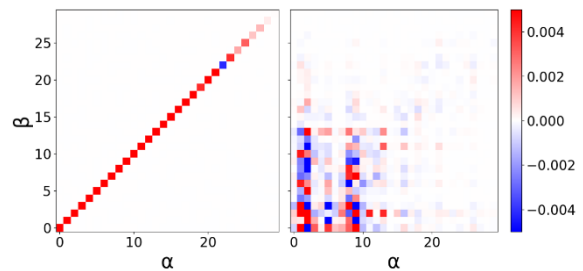


Fig.3 α , β の結合により駆動される輸送 (左)Multi-field SVD(右)従来手法⁵⁾

参考文献

- 1) T. Yamada, et al, Nature physics, 4.9, 721-725 (2008)
- 2) M. Sasaki, et al, Plasma Physics and Controlled Fusion, 61.11, 112001 (2019)
- 3) M. Sasaki, et al, Plasma Physics and Controlled Fusion, 63.2, 025004 (2020)
- 4) Y. Asahi, et al, Physics of Plasma, 28.1, 012304, (2021)
- 5) T. Kodahara, et al., Plasma Fusion Res., 18, 1202036 (2023)
- 6) G. Yatomi et al., Plasma Phys. Control. Fusion, 65, 095014 (2023)