ISSN 2186-5647

2-18

水平２方向復元力モデルを考慮した免震積層ゴムの非線形振動応答解析手法に関する研究

日大生産工　○柏木　建哉　　日大生産工(院)　髙橋亜　佑美
日大生産工(院)　見坐地　一人

1.　はじめに

近年，免震積層ゴムの地震応答解析は，水平２方向を考慮した研究が行われている. 免震積層ゴムの特性として水平２方向加振時にねじれが発生し, 復元力特性が増加する現象が起きることが挙げられる. これまで１方向のみの解析が行われていた数理モデルも２方向モデルに拡張し, 水平２方向の特性を考慮した解析を行う必要がある． 五十嵐らはMSS(Multiple Shear Springs)モデルを修正バイリニア法に適用し，実験値と比較しその妥当性を検証した(1).

これまで我々の研究では, MSSモデルをべき関数型等価線形系解析手法(Equivalent linear system using the restoring force model of power function type : PFT-ELS法)に適用し，水平2方向の解析が可能なMSSPFT-ELS法に拡張した. しかしELS法は速度が変化するたびに等価減衰, 等価剛性を逐次求め運動方程式に代入し, 応答解析を行うため結果に不連続が生じる. そこでべき関数型復元力モデルを運動方程式に直接代入し, 応答解析を行うべき関数型履歴形系解析手法(Hysteresis system using the restoring force model of power function type)を適用することで不連続を解消することができると考えられる. したがって本研究では水平2方向解析が可能なMSSPFT-HYS法を提案し， MSSモデルを適用した修正バイリニア法(MSSバイリニア)，MSSPFT-ELS法と比較することで提案手法の妥当性を検証する.

2.　解析モデル

2.1　　MSSモデル

MSSモデルはFig.1のように複数のバネを等間隔に配置し, 各バネの復元力を合成し算出するモデルである．ばねの分割数をN とすると, i番目のばねの変位をd_i，i番目のばねの角度をθ_iとすると，次式のように表される.

$$d_i = x\cos\theta_i + y\sin\theta_i \tag{1}$$

$$\theta_i = \frac{i-1}{N}\pi \tag{2}$$

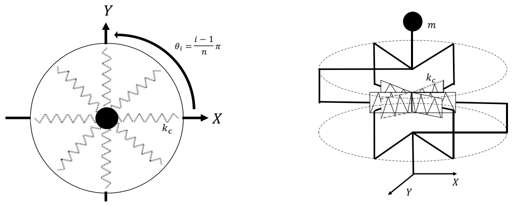

Fig. 1 MSSモデル

ここで，構成ばねk_c，構成ばねにおける復元力f_cは，次式となる.

$$k_c = K\bigg/\sum_{i=1}^{N}\sin^2\theta_i \tag{3}$$

$$f_c = F\bigg/\sum_{i=1}^{N}\sin\theta_i \tag{4}$$

また，ばね，復元力にかかる倍率r_1，r_2は次式となる.

$$r_1 = 1\bigg/\sum_{i=1}^{N}\sin^2\theta_i = \frac{2}{N} \tag{5}$$

$$r_2 = 1\bigg/\sum_{i=1}^{N}\sin\theta_i = \tan\left(\frac{\pi}{2N}\right) \tag{6}$$

各モデルにおける復元力を算出する関数をfとするとi番目のばねにおける復元力は，式(7)より得られ，f_iを2軸方向に分解した復元力をf_x，f_yとすると式(8)となる.

$$f_i = r_2 f\left(\frac{r_1}{r_2}d_i\right) \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} f_x(d_i) \\ f_y(d_i) \end{pmatrix} = f_i\begin{pmatrix} \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \end{pmatrix} \tag{8}$$

f_x，f_yを総和させることでそれぞれの軸における復元力F_x，F_yは次式を用いて算出することができる.

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{N}\begin{pmatrix} f_x(d_i) \\ f_y(d_i) \end{pmatrix} \tag{9}$$

Study on Nonlinear Vibration Analysis Method of Seismic Isolation Laminated Considering Bi-direction Restoring Force Model

Kenya KASHIWAGI, Ayumi TAKAHASHI and Kazuhito MISAJI

また，水平2方向に拡張された運動方程式は次式のように連立運動方程式にすることができる．

$$\begin{cases} m\ddot{d}_x + f_x(d) = -ma_x \\ m\ddot{d}_y + f_y(d) = -ma_y \end{cases} \tag{10}$$

このように，上式を直交座標における連立運動方程式に拡張させるモデルをMSSモデルという．本論は，構成ばねを8本としたMSSモデルを用いて解析を行う．

2.2　べき関数型復元力モデル(PFT-RFM)[2]

履歴曲線の基本モデルとして, 積層ゴムの履歴曲線の形状が類似しているPFT-RFMのソフトばねタイプをFig. 2に定義する．基本式は次式で表される．

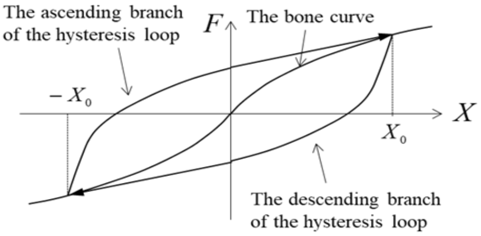

Fig.2　PFT-RFM

骨曲線　$F(X) = kX^{\alpha}$

加力線　$F(X) = 2k\left[\frac{1}{2}(X_0 + X)\right]^{\alpha} - kX_0^{\alpha}$　(11)

減力線　$F(X) = -2k\left[\frac{1}{2}(X_0 - X)\right]^{\alpha} + kX_0^{\alpha}$

積層ゴムの履歴復元力曲線からRFMのモデル化に必要な，各ループの頂点，面積を変位振幅ごとに算出し，関数化する．頂点を結んで得られる骨格曲線と, 履歴曲線の囲む面積をそれぞれ無次元化し関数化をする. 関数化した骨曲線F_0，面積関数G_0を用いてRFMの形状パラメータα, kを次式から求めることが出来る．

$$\alpha = \frac{4F_0(X_0)X_0 - G_0(X_0)}{4F_0(X_0)X_0 + G_0(X_0)} \tag{12}$$

$$k = \frac{F_0(X_0)}{X_0^{\alpha}} \tag{13}$$

これらα, kを非線形解析手法に適用し応答計算を行う．

3.　解析手法

3.1　べき関数型履歴系解析手法(PFT-HYS法)

一般に強制外力(加速度$\ddot{y}$)が作用する場合の1自由度系の運動方程式は質点の質量をm，変位をx，復元力特性を$f(x)$とすると次式で表せる．

$$m\ddot{x} + f(x) = -m\ddot{y} \tag{14}$$

上式を無次元化すると次式になる．

$$\frac{d^2X}{d\tau^2} + F(X) = -\frac{d^2Y}{d\tau^2} \tag{15}$$

$$\left(\begin{gathered} X = x/x_s,\ X_0 = x_0/x_s,\ \omega_s^2 = F_s/(x_s \cdot m), \\ \eta = \frac{\omega}{\omega_s},\ \tau = \omega_s t,\ P_0 = \frac{p_0}{F_s},\ k_s = \frac{F_s}{x_s} \end{gathered}\right)$$

$F(X)$は無次元化した復元力, x_s，F_s，ω_sはそれぞれ線形限界における変位, 復元力と固有角振動数，x_0は変位振幅を表す．

本手法では，変位振幅X_0，に依存した形状パラメータα, kをRFMの基本式である骨曲線, 本線に加え, 目標点に到達せずに変位折り返しが生じた場合の支線に適用し, 動的履歴測に従い求めた復元力を直接(1)式の運動方程式に代入解くことをPFT-HYS法という．

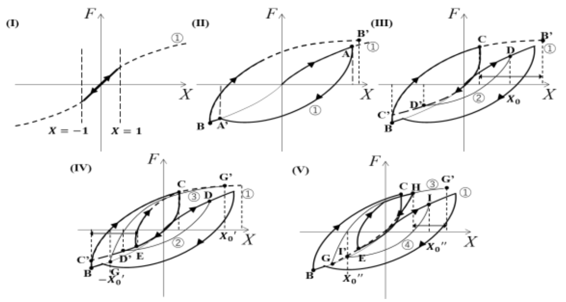

Fig.3　動的履歴則

Fig.3はRFMを用いた動的履歴則を表す．初期履歴($|X| \leq 1$)において，力-変位関係は線形とする．変位の絶対値が初めて1を超えるとき，力-変位関係は骨曲線①で与えられる．各変位振幅をX_0とし, 逐次α, kを算出しながら骨曲線を基本式から求める．

正の骨曲線上で変位振幅が折り返す場合, 減力本線に沿って折り返した点Aの対称点A’を目指して進む. 対称点A’に到達したときは負の骨曲線上を進む. 負の骨曲線上で変位振幅が折り返した場合(B点)，加力本線に沿って対称点B’を目指す．

対称点B’に到達する前にC点で折り返した場合，B’点に対する履歴曲線が示す剛性，減衰量から，C点の変位振幅に対する剛性，減衰量へ変化するという考えから，B’点とC点の変位振幅の中点X_0用い，減力本線②を決定する．そして，C点からB点と同じ変位振幅のC’点へ減力支線を用いて進み, 減力本線②と交差したときに本線へと移り，D点と同じ変位振幅のD’点を目指す．D’点到達後は骨曲線上を進む．

C点を目指す減力支線上で減力本線②と交差する前に折り返し(E点)がある場合，B’点とE点に対する変位振幅の中点(G点)の変位振幅

$-X_0{}'$を用い加力本線③を決定する．E点から加力支線を用いて元の折り返し点Cと同じ変位振幅の点を目指して進み, 加力本線③と交差したとき本線に移り，目標点G’点を目指す．到達後は骨曲線上を進む.

加力支線から加力本線に移り, 目標点G’に到達する前に折り返しがある場合(H点), (III)に従い減力本線④を決定する．ただし，ここで用いるH点からの減力支線は加力本線③からの折り返し点であるので，目標点G’の対称点Gを目指して進む.

以降力-変位関係は(II)～(V)の繰り返しである．

この履歴則に従い応答計算を行う. 履歴支線の無次元化した復元力特性$f_n(X)$は式(16)，(17)で与えられる．ただし，nは履歴本線を1とし，目標点に到達する前に変位が折り返すごとに増加する．

$$f_n(X) = -(-1)^n \cdot 2k\left[\frac{1}{2}\{-(-1)^n X + (-1)^n X_n\}\right]^{\alpha} + F_n \quad (16)$$

$$f_n(X) = (-1)^n \cdot 2k\left[\frac{1}{2}\{(-1)^n X - (-1)^n X_n\}\right]^{\alpha} + F_n \quad (17)$$

3.2　べき関数型等価線形解析手法(PFT-ELS法)

本手法は， PFT-RFMを作成し，等価減衰係数，等価ばね定数を求める手法である．(12), (13)の形状パラメータから等価減衰係数，等価ばね定数は次式で表わすことができ, これを運動方程式に代入し応答計算する手法がPFT-ELS法である．

$$H_{eq} = \frac{2k}{\pi}\frac{1}{\eta}\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)X_0^{\alpha+1} \quad (19)$$

$$K_{eq} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)\frac{\Gamma(\alpha+1/2)}{\Gamma(\alpha+1)}X_0^{\alpha-1} \quad (20)$$

3.3　修正バイリニア法[3]

修正バイリニア法は､高減衰積層ゴム特有のひずみ依存性を考慮した解析手法である. Fig.4に修正バイリニアモデルを示す．２本の傾きが異なる直線を組み合わせることでバイリニア型の復元力曲線を描くことができる. 一次剛性をK_1二次剛性をK_2，等価剛性をK_hとすると次式で表わされる．但し，G_{eq}，h_{eq}，uはせん断ひずみγの関数である.

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= \frac{u-\left(\frac{\pi}{2}\right)*h_{eq}+u*\left(\frac{\pi}{2}\right)*h_{eq}}{u-\left(\frac{\pi}{2}\right)*h_{eq}} \\ K_2 &= (1-\mathrm{u})K_h \\ K_h &= \frac{A}{Hr}G_{eq} \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

ここで，Aは免震積層ゴムの有効断面積， Hrは免震積層ゴムの総高さである. また, 線形域, 正降伏域，負降伏域における復元力をF_l, F_{py}, F_{ny}として，次式で表される.

$$\left.\begin{aligned} F_l &= K_1*(x_n - x_{n-1}) + F_{n-1} \\ F_{py} &= K_2*(x_n - X_M) + F_M \\ F_{ny} &= K_2*(x_n - X_M) - F_M \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

また，最大変位X_mを超える場合には，各剛性K_1, K_2を逐次変化させるために用いる．スケルトンカーブをF_{sc}とする．次式を用いてスケルトンカーブF_{sc}を計算し, K_1, K_2を再び算出する.

$$F_{sc} = K_h(X_m)*x \quad (23)$$

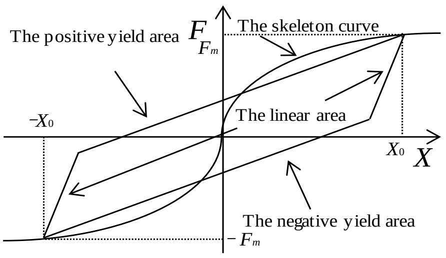

Fig.4　修正バイリニアモデル

4.　解析結果

次に，水平2方向の復元力特性を考慮したPFT-HYS法(以降，MSSPFT-HYS法とする)を免震積層ゴムの地震応答解析に適用し，水平2方向の復元力特性を考慮したMSS修正バイリニア法とMSSモデルを適用したPFT-ELS法(MSSPFT-ELS法)の解析結果と比較した．入力地震波にはEl Centro地震のEW方向とNS方向を同時に入力し, 各方向の復元力特性と応答変位の軌跡を算出した．Fig.5はMSSPFT-HYS法とMSS修正バイリニア法のEW方向の履歴復元力曲線を示し，Fig.6はMSSPFT-HYS法とMSSPFT-ELS法のEW方向の履歴復元力曲線を示す．Fig.7はMSSPFT-HYS法とMSS修正バイリニア法のNS方向の履歴復元力曲線を示し，Fig.8はMSSPFT-HYS法とMSSPFT-ELS法のNS方向の履歴復元力曲線を示す. これらの結果からEW方向，NS方向ともにMSSPFT-ELS法に見られた不連続がMSSPFT-HYS法では解消出来ていることがわかる. MSS修正バイリニア法とMSSPFT-HYS法ではEW, NS方向ともに近い形状を再現できているが, 傾きに違いが生じてしまっている．

次に，Fig.9はMSSPFT-HYS法とMSS修正バイリニアによる, EW方向(x軸)とNS方向(y軸)の応答変位軌跡を示し，Fig.10はMSSPFT-HYS法とMSSPFT-ELS法の比較結果を示す．これらの結果からMSSPFT-HYS法は修正バイリニアと

は傾向が一致しており，MSSPFT-ELS法とは傾向が概ね一致しているものの，Fig.10のAにおいて差が生じていることがわかった.

5. 結論

本論は免震積層ゴムの水平2方向地震応答解析にMSSモデルを考慮したPFT-HYS法を適用させ，MSS修正バイリニア法と比較した結果，以下のようなことが明らかとなった.

- MSSPFT-HYS法における2方向の地震応答解析ではMSSPFT-ELS法の課題であった不連続を解消することができた.
- MSSPFT-HYS法における2方向の地震応答解析ではMSS修正バイリニアと比較した際, 形としては概ね一致しているが傾きに違いが生じていることが分かった.
- 2方向の入力加速度を与えた結果，PFT-HYS法の２方向の応答変位軌跡はMSS修正バイリニアとMSSPFT-ELS法と概ね一致した.

今後は, これらの解析結果を実測値と比較することで本手法の妥当性を検証する.

参考文献

(1) 五十嵐晃，党紀，村越雄太，伊東俊彦，免震ゴム支承の水平2方向復元力特性に関する載荷実験および復元力モデルの比較検討，土木学会論文A1(構造・地震工学), Vol 69, No. 4, (2013), pp. 311-325.

(2) 柴田耕一，一ノ瀬博明，桜井弘幸，大澤慶吉，免震用積層ゴムの振動特性に関する研究(履歴復元力特性のモデル化と非線形振動特性), 日本建築学会構造系論文集第475号, (1995), pp. 93-102.

(3) 藤田隆史, 鈴木重信, 藤田聡, 建物免震用の高減衰積層ゴムに関する研究(第1報, 履歴復元力の基本特性と解析モデル), 日本機械学論文集, (1990), pp. 136-138.

(4) 土屋朋之，髙橋亜佑美，見坐地一人，水平２方向復元力モデルを考慮した免震積層ゴムの非線形振動解析に関する研究，日本機械学会 関東支部 第26期総会・講演会 2020年3月17日

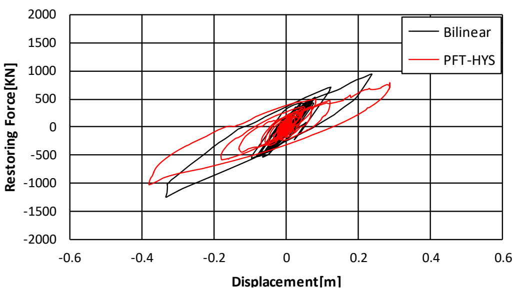

Fig.5 履歴復元力曲線(EW方向)

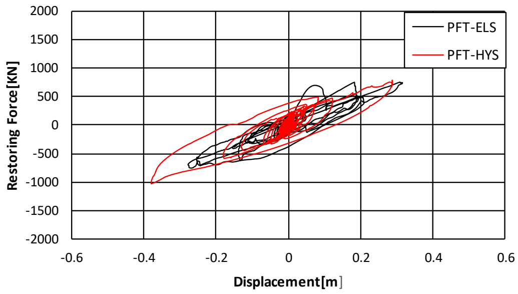

Fig.6 履歴復元力曲線(EW方向)

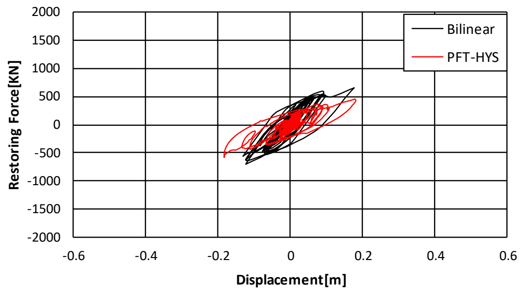

Fig.7 履歴復元力曲線(NS方向)

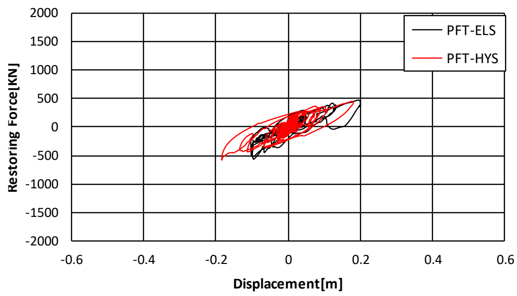

Fig.8 履歴復元力曲線(NS方向)

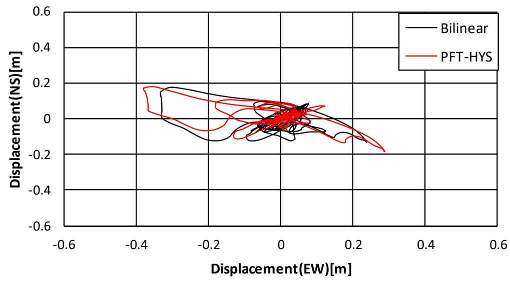

Fig.9 応答変位軌跡(修正バイリニア)

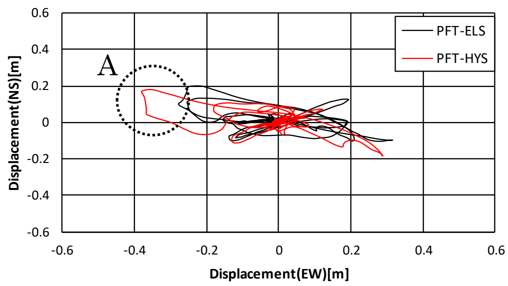

Fig.10 応答変位軌跡(PFT-ELS法)