

水平2方向復元力モデルを考慮した 非線形振動解析に関する研究

日大生産工(院) ○土屋 朋之

日大生産工 高橋 亜佑美

日大生産工 見坐地 一人

1. はじめに

高減衰積層ゴムは水平2方向加振においてゴムのねじれが発生し1方向加振時よりも復元力特性が増加する現象が起きる¹⁾。これまで1方向のみで解析されていた力学モデルも2方向モデルに拡張する必要がある。そこで本研究は水平2方向モデルであるMSS(Multiple Shear Springs)モデル²⁾を本研究室で提案したべき関数型等価線形系解析手法(Equivalent linear system using the restoring force model of power function type : PFT-ELS法)³⁾に適用し、水平2方向の解析が可能な手法に拡張する。本手法を用いて地震応答解析を行い、その結果を修正バイリニア法⁴⁾と比較し検討する。

2. 解析手法

2.1. MSSモデル²⁾

本モデルは、ばねを水平方向に等間隔で配置し、それぞれのばね方向の復元力を合成させることで、2軸方向の復元力を算出することができるモデルである。MSSモデルをFig. 1で示す。以下の式を用いることで表現できる。

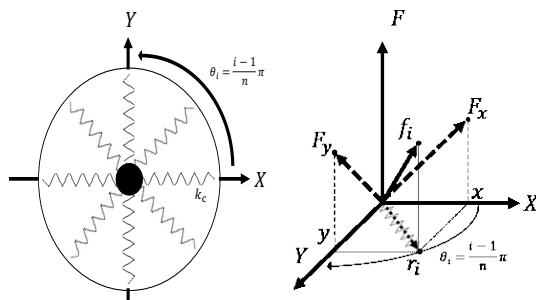


Fig. 1 MSS モデル

次に、1番目のばねにおける軸をX軸、X軸に垂直である軸をY軸とし、それぞれの軸における変位を x , y 、復元力を F_x , F_y とする。ここで、 i 番目のばねの変位を d 、ばねの分割数を N 、 i 番目のばねの角度を θ_i (0 から π)とすると次式のように表される。

$$d_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i \quad (1)$$

$$\theta_i = \frac{i-1}{N} \pi \quad (2)$$

ここで、分割されたばね(以下構成ばねとする)を k_c とし、構成ばねにおける復元力を f_c とし、次式のように示す。

$$k_c = K / \sum_{i=1}^{N-1} \sin^2 \theta_i \quad (3)$$

$$f_c = F / \sum_{i=1}^{N-1} \sin \theta_i \quad (4)$$

また、ばね、復元力にかかる倍率を次式のように簡略化することができる。

$$r_1 = 1 / \sum_{i=1}^{N-1} \sin^2 \theta_i = \frac{2}{N} \quad (5)$$

$$r_2 = 1 / \sum_{i=1}^{N-1} \sin \theta_i = \tan\left(\frac{\pi}{2N}\right) \quad (6)$$

この時、各モデルにおける復元力を算出する関数を f とすると i 番目のばねにおける復元力は次式より得られる。

$$f_i = r_2 f \left(\frac{r_1}{r_2} d_i \right) \quad (7)$$

また、 F_x , F_y は次式のように表される。

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{N-1} \begin{pmatrix} f_i \cdot \cos \theta_i \\ f_i \cdot \sin \theta_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

また、水平2方向に拡張された運動方程式は次式のように連立させることができる。

$$\begin{aligned} m\ddot{d}_x + f_x(d) &= -ma_x \\ m\ddot{d}_y + f_y(d) &= -ma_y \end{aligned} \quad (9)$$

このように、上式を直交座標における連立運動方程式に拡張させるモデルを **MSS モデル** という。本論は、構成ばねを 8 本とした **MSS モデル** を用いて解析を行った。なお、構成ばねが 8 本の時のばね、復元力及び変位にかかる倍率の数値を Table 1 に示す。本モデルを **PFT-ELS 法** に拡張した。

Table 1 MSS モデルの倍率

N	r_1	r_2	r_1/r_2
8	0.250	0.199	1.257

2.2. PFT-ELS法³⁾

本手法は、変位振幅を変化させた履歴復元力曲線から骨曲線と面積を求め、その値が等価となるべき関数型復元力モデル(以下**PFT-RFM**と略す)を作成し、減衰係数、ばね定数を求める手法である。一般に1自由度系の強制外力(加速度 $\ddot{y}$)が作用する場合の運動方程式は質点の質量を m 、変位を x 、復元力特性を $f(x, \dot{x})$ とすると次式で表される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{y} \quad (10)$$

上式を無次元化させ、履歴振動系を等価な線形振動系に置き換えると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{d\tau^2} + 2H_{eq} \frac{dX}{d\tau} + K_{eq} X &= -\frac{d^2 Y}{d\tau^2} \\ \left(\begin{array}{l} X = x/x_s, \quad X_0 = x_0/x_s, \quad Y = y/x_s \\ \omega_s^2 = F_s/(x_s \cdot m), \quad \eta = \omega/\omega_s, \quad \tau = \omega_s t \\ P_0 = p_0/F_s, \quad k_s = F_s/x_s \end{array} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

x_s , F_s , ω_s はそれぞれ線形限界における変位と復元力、固有振動数、 x_0 は変位振幅を表す。

次に、Fig. 2に**PFT-RFM**を示す。骨曲線、加力線、減力線の復元力を F_{bc} , F_a , F_d とし、次式に示す。

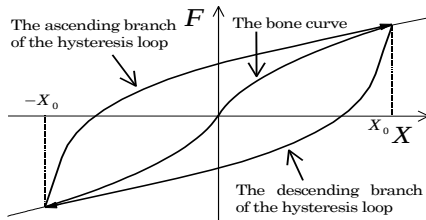


Fig. 2 PFT-RFM

$$\left. \begin{aligned} F_{bc}(x_0) &= kX_0^\alpha \\ F_a(x_0) &= 2k \left\{ \frac{1}{2}(X_0 + X) \right\}^\alpha - kX_0^\alpha \\ F_d(x_0) &= -2k \left\{ \frac{1}{2}(X_0 - X) \right\}^\alpha + kX_0^\alpha \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで α , k は**PFT-RFM**の形状パラメータであり、次式で求めることができる。

$$\alpha(X_0) = \frac{4F_0(X_0)X_0 - G_0(X_0)}{4F_0(X_0)X_0 + G_0(X_0)} \quad (5)$$

$$k(X_0) = \frac{F_0(X_0)}{X_0^\alpha} \quad (6)$$

これらの形状パラメータから等価減衰係数、等価ばね剛性は次式で表わすことができ、これを運動方程式に代入し応答計算する手法が**PFT-ELS法**である。

$$K_{eq} = \frac{2k}{\pi} \frac{1}{\eta} \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) X_0^{\alpha+1} \quad (5)$$

$$H_{eq} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \frac{\Gamma(\alpha+0.5)}{\Gamma(\alpha+1)} X_0^{\alpha-1} \quad (6)$$

2.3. 修正バイリニア法⁴⁾

修正バイリニア法は、高減衰積層ゴム特有のひずみ依存性を考慮した解析手法である。Fig. 3に修正バイリニアモデルを示す。

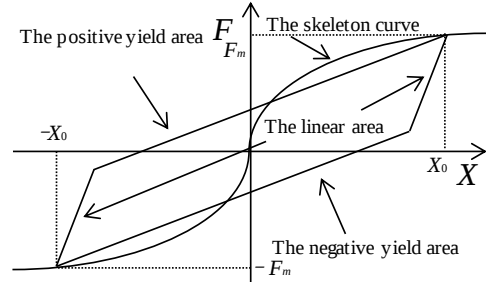


Fig. 3 修正バイリニアモデル

2本の傾きが異なる直線を組み合わせることでバイリニア型の復元力曲線を描くことができる。一次剛性を K_1 、二次剛性を K_2 、等価剛性を K_h とすると次式で表わされる。但し、 G_{eq} , h_{eq} , u はせん断ひずみ γ の関数である。

$$K_1 = \frac{u - (\pi/2) \cdot h_{eq} + u \cdot (\pi/2) \cdot h_{eq}}{u - (\pi/2) \cdot h_{eq}} K_h \quad (20)$$

$$K_2 = (1 - u) K_h \quad (21)$$

$$K_h = \frac{A}{H_r} G_{eq} \quad (22)$$

ここで、 A は免震積層ゴムの有効断面積、 H_r は免震積層ゴムの総高さである。また、線形域、正降伏域、負降伏域における復元力を F_l , F_{py} , F_{ny} とし、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} F_l &= K_1 \cdot (x_n - x_{n-1}) + F_{n-1} \\ F_{py} &= K_2 \cdot (x_n - X_M) + F_M \\ F_{ny} &= K_2 \cdot (x_n + X_M) - F_M \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

また、最大変位 X_M を超える場合には、各剛性 K_1 、 K_2 を逐次変化させるために用いる、スケルトンカーブを F_{sc} とする。次式を用いてスケルトンカーブ F_{sc} を計算し、 K_1 、 K_2 を再び算出する。

$$F_{sc} = K_h(X_m) \cdot x \quad (24)$$

以上の式(23)、式(24)を用いて解く手法を修正バイリニア法という。

3. 解析結果

3.1. MSSモデルを用いたPFT-RFM

ここでは、2章で述べたMSSモデルをPFT-RFMに適用し、入力変位を与えたときの履歴復元力曲線を算出した。入力変位は1方向で最大変位振幅は0.015[m]から0.450[m]とし、MSSを適用したときとしていないときで、PFT-RFMの復元力曲線はおおよそ一致することを確認する。その結果をFig. 4に示す。またその他の解析手法として、修正バイリニア法に対しても適用した。修正バイリニアはFig. 5に示す。その結果、PFT-RFMは0.015[m]から0.375[m]までの復元力曲線はMSS有り無しで概ね一致するが、0.450[m]では頂点に差が生じた(Fig. 4中のA)。これは変位にかかる倍率(r_1/r_2)が1を超えているため、その倍率によって増加した変位振幅が、ばね剛性の増加につながったと考えられる。特に、今回の解析対象である免震積層ゴムは、ハードバネタイプであり変位が増加すると剛性が急激に増加するため、0.45[m]の1.2倍では、剛性が特に増加したと考えられる。修正バイリニアでは頂点は概ね一致し、線形域から降伏域に変化するときMSSモデルの特徴である曲線を表現することがわかった(Fig. 5中のB)。

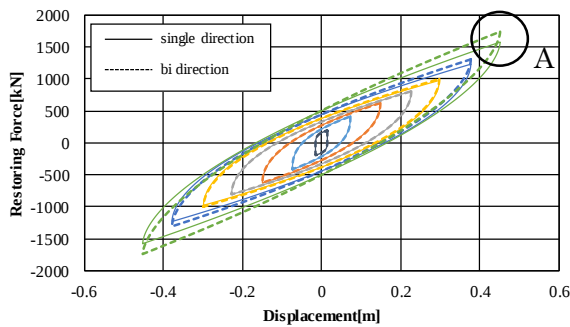


Fig. 4 PFT-RFM の復元力曲線

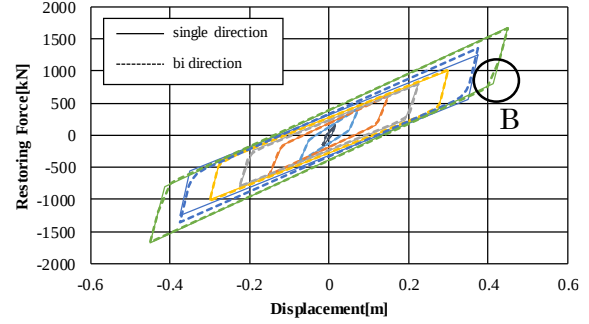


Fig. 5 修正バイリニアモデル型の復元力曲線

3.2. 2方向解析結果

水平2方向の復元力特性を考慮したPFT-ELS法(以降、MSSPFT-ELSとする)を免震積層ゴムの地震応答解析を行い、MSSバイリニア法の解析結果と比較した。入力地震にはEl Centro地震のEW方向とNS方向を同時に入力し、各方向の復元力特性と応答変位の軌跡を算出した。Fig. 6は、EW方向におけるMSSPFT-ELSの履歴復元力曲線を示し、Fig. 7はMSSバイリニアの履歴復元力曲線を示す。Fig. 8は、NS方向におけるMSSPFT-ELSの履歴復元力曲線を示し、Fig. 9はMSSバイリニアの履歴復元力曲線を示す。これらの結果からEW、NSともに、MSSモデルとしてPFT-ELSで水平2方向の地震応答解析を行うことができた。しかしMSSPFT-ELSの履歴復元力曲線で不連続が見られ、MSSバイリニアよりも履歴形状が再現できていないことがわかった。

次に、Fig. 10はMSSPFT-ELS法によるEW方向(x軸)とNS方向(y軸)の応答変位軌跡を示し、Fig. 11はMSSバイリニア法の応答変位軌跡を示す。MSSPFT-ELS法と修正バイリニア法の軌跡は、EW方向に差があるものの、傾向が一致していることがわかった。

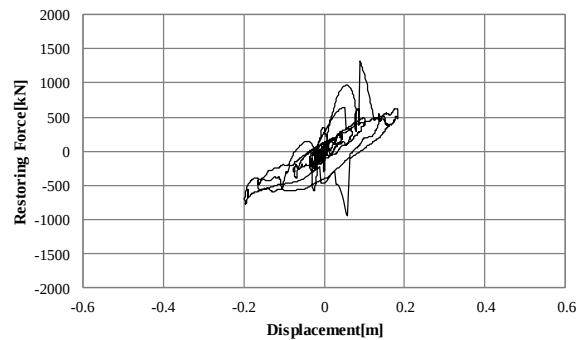


Fig. 6 PFT-ELS 法(EW 方向)

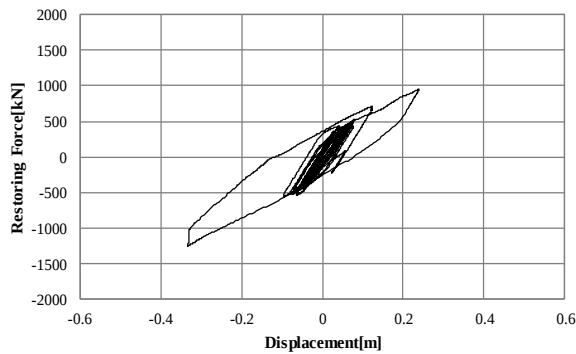


Fig. 7 修正バイリニア法(EW 方向)

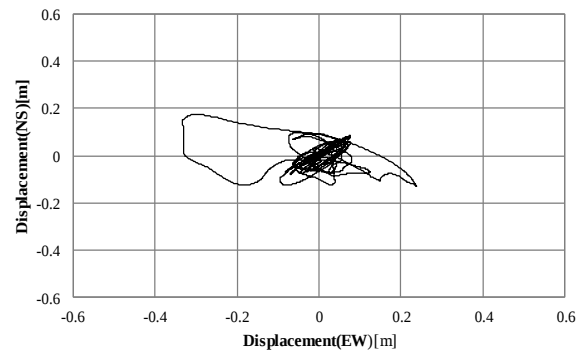


Fig. 11 修正バイリニア法の応答変位軌跡

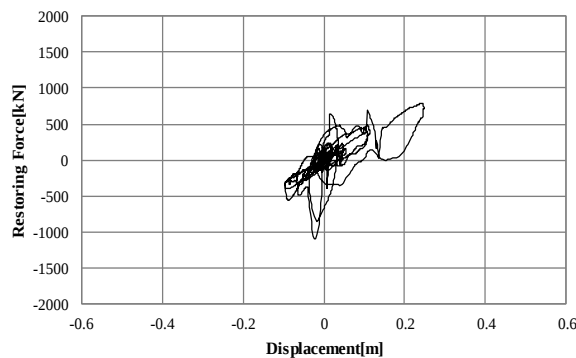


Fig. 8 PFT-ELS 法(NS 方向)

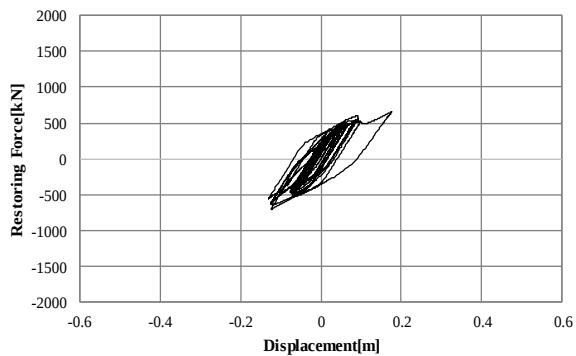


Fig. 9 修正バイリニア法(NS 方向)

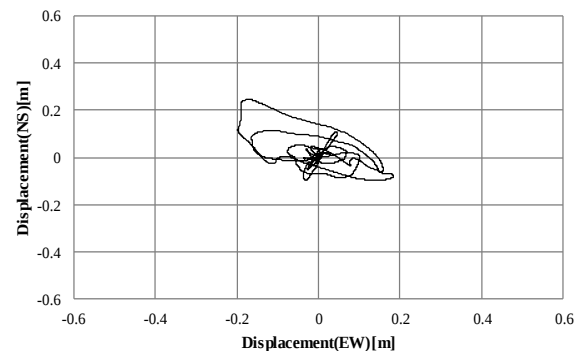


Fig. 10 PFT-ELS 法の応答変位軌跡

4. 結論

本論は免震積層ゴムの水平2方向地震応答解析にMSSモデルを考慮したPFT-ELS法を適用させ、MSSバイリニア法と比較した結果以下のことが明らかとなった。

- これまで1方向の地震応答解析に用いていたPFT-ELS法に、水平2方向の力学モデルであるMSSモデルを適用し水平2方向の地震応答解析に拡張することができた。
- MSSPFT-ELS法の2方向の応答変位軌跡は、MSS修正バイリニア法の軌跡と概ね傾向が一致することがわかった。
- MSSモデルをPFT-ELS法に適用することができたことから、履歴復元力特性を運動方程式に直接代入し応答計算することができる、べき関数型履歴系解析手法にも適用可能であることを示すことができた。

今後は、PFT-ELSよりも履歴復元力曲線の形状を再現できるPFT-HYS法をMSSモデルに拡張させ、さらに実験値との比較による手法の妥当性検証を実施していきたいと考える。

参考文献

- 1) 水平2方向加力時の高減衰ゴム系の積層ゴム支承の性状について-応答特性-(2010), pp. 1.
- 2) 水平2方向加力時の高減衰ゴム系の積層ゴム支承の性状について-応答特性-(2010), pp. 2-4.
- 3) 柴田耕一など、免震用積層ゴムの振動特性に関する研究(履歴復元力特性のモデル化と非線形振動特性), 日本建築学会構造系論文集第475号, (1995), pp. 93-102.
- 4) 藤田隆史, 鈴木重信, 藤田聡, 建物免震用の高減衰積層ゴムに関する研究(第1報, 履歴復元力の基本特性と解析モデル), 日本機械学論文集, (1990), pp. 136-138.
- 5) 一般社団法人 建築性能基準推進協会「代表的な観測地震波(加速度データ)」, <https://www.seinokyo.jp/jsh/top/>