ISSN 2186-5647

－日本大学生産工学部第51回学術講演会講演概要（2018-12-1）－

5-23

整数変数を含む最適化問題に対する群知能アルゴリズムの検証

日大生産工(非常勤)　○村山 要司　日大生産工　鈴木 邦成
日大生産工　豊谷 純　日大生産工　若林 敬造
日大生産工(非常勤)　渡邊 昭廣　日大生産工(院)　けい 怡

1　はじめに

乗務員・看護師などの勤務表などのシフトスケジューリング問題，カーナビのルート検索，乗換案内などの最短路問題，ガスのパイプライン網の設計などネットワーク設計問題，工場・店舗・公共施設など施設配置問題など現実問題の多くが，組合せ最適化問題として定式化できる．組合せ最適化問題の多くはNP困難であり，どのくらいの規模の問題で計算量の増大が発生するかの予測は難しく，同じ問題でも，実際に数値を入れた問題の構造によって解ける規模が全く異なる．

このような計算困難な問題に対するアプローチとして，時間がかかっても最適性の保証された解を求める厳密解法と現実的な計算時間で良い実行可能解を求める近似解法がある．

組合せ最適化問題に対する汎用ソルバーとしては，混合整数計画問題（Mixed Integer Programming: MIP）のソルバーが代表的であり，商用，非商用を含め多数のパッケージが存在する．MIPソルバーで採用されている解法は，分枝限定法であり，厳密解が得られる．近年，計算機パワーの増大，最適化アルゴリズムの進化により，汎用ソルバーの性能は向上し，計算不可能であった大規模な問題が扱えるようになってきているものの，複雑な条件を持ち，また大規模な問題に対しては，現実的な時間で解を得ることが不可能として，シフトスケジューリング問題などの整数計画問題での厳密解法の採用はまれである．

一方，多大な時間をかけて厳密解を求めることより，現実的な時間である程度精度の高い解を求めるアルゴリズムとして，メタヒューリスティクスが多く提案されている．最適性の保証は無いが，発見的法則，経験則によって問題解決を目指すアルゴリズムを総称してヒューリスティクスといい，特定の問題に依存せずに汎用的に対応できるように設計された基本的な枠組みをメタヒューリスティクスという．代表的なメタヒューリスティクスとしては，焼きなまし法（Simulated Annealing: SA），タブー・サーチ（Tabu Search: TS），遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm: GA）などがある．

近年，複雑かつ多変数の最適化問題に対して有効であるとして，動物や昆虫の特徴的な行動から考えられた群知能が着目されている．代表例として，人工蜂コロニー（Artificial Bee Colony : ABC）[1)]，ホタルアルゴリズム（Firefly Algorithm: FA）[2)] が挙げられる．海外において注目を集めているが，シフトスケジューリング問題などの整数変数を含んだ最適化問題の国内事例においては応用例がない．

本研究では，整数計画問題で有効性が確認されているGAとともに，ABC及びFAを用い，その効果を検証した．

2　ABCアルゴリズム

ABCアルゴリズムは，蜜蜂の群れによる知的な採餌行動にヒントを得た，最適化アルゴリズムであり，複雑かつ多変数の最適化問題に対して有効であるとして近年欧米の研究者を中心に注目を集めている群知能の一種である．ABCアルゴリズムは，収穫蜂（Employed bees），追従蜂（Onlooker bees），偵察蜂（Scout bees）の3種類の人工蜂群の行動に基づいた3フェーズからなる．収穫蜂と追従蜂のフェーズでは，解候補近傍の局所探索を行うが，偵察蜂フェーズは，採餌行動において尽きた食糧源を捨てる行動を真似たもので，探索の進捗において有益ではなくなった解候補を捨て，探索空間の新たな領域を探索するための新たな解候補を挿入する．

ABCアルゴリズムの探索手順を以下に示す．

STEP 0　初期化

問題の定義内に解候補である食糧源をランダムに生成する．食糧源の数をN_Fとすると，

A Verification of Optimization by Swarm Intelligence to Integer Programming Problem

Yoji MURAYAMA, Kuninori SUZUKI, Jun TOYOTANI,
Keizou WAKABAYASHI, Akihiro WATANABE and Yi KEI

収穫蜂の数N_Eと追従蜂の数N_Oは，$N_F = N_E = N_O$となる．

食糧源x_{ij}の初期化は(1)式に従う．

$$x_{ij} = L_B + \varphi_{ij} \cdot (U_B - L_B) \tag{1}$$
$$(i = 1,2,\ldots,N_F; j = 1,2,\ldots,D)$$

ここで，φ_{ij}は$[0,1)$の一様乱数，L_BとU_Bはx_{ij}の下限値，上限値，Dは次元数である．

<u>STEP 1 収穫蜂による探索</u>

１つの食糧源に1匹ずつ割り当てられた収穫蜂は，(2)式により更新候補を求める．

$$v_{ij} = x_{ij} + \Phi_{ij} \cdot (x_{ij} - x_{kj}) \tag{2}$$
$$(i = 1,2,\ldots,N_F)$$

ここで，Φ_{ij}は$[-1,1]$の一様乱数，kはランダムに選ばれたi以外の食糧源，jは，ランダムに選ばれた次元である．

v_{ij}とx_{ij}を比較し，もしv_{ij}の方が良い評価であれば，v_{ij}でx_{ij}を更新する．更新が行われない場合は，その数C_iを１増やし，更新が行われた場合は，$C_i = 0$とする．

<u>STEP 2 追従蜂による探索</u>

追従蜂は，(3)式，(4)式によって計算された各蜜源の正規化された適応度P_iにより，ルーレット選択を行う．

$$fit_i = \begin{cases} \dfrac{1}{f_i\ (\vec{x}_i) + 1} & if \quad f_i\ (\vec{x}_i)\ \geq 0 \\ 1 + |f_i\ (\vec{x}_i)| & if \quad f_i\ (\vec{x}_i) < 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$P_i = \frac{fit_i}{\sum_{n=1}^{N_F} fit_i} \tag{4}$$

ここで，fit_iは食糧源iの適応度，$f_i\ (\vec{x}_i)$は食糧源iでの目的関数による評価値である．ルーレット選択により，適応度の高い食糧源はより多くの追従蜂が訪れ，更新候補を求める．更新候補の求め方，更新方法は収穫蜂と同様である．

<u>STEP 3 偵察蜂による探索</u>

更新が行われなかった数C_iが，一定回数を超えた食糧源は，(1)式により，新たな食糧源に置換する．置換が行われた場合は，$C_i = 0$とする．

<u>STEP 4 最良食糧源の更新</u>

収穫蜂，追従蜂，偵察蜂による探索での最良の適応度が，前回の探索での最良の適応度を上回った場合，最良食糧源を更新する．

<u>STEP 5 終了条件の判定</u>

最良食糧源の適応度が最適解に収束するか，探索回数が，最大探索回数を超えていれば，探索を終了し，そうでなければ，SETP 1に戻り，探索回数を1増やして，探索を続ける．

図１にアルゴリズムのフローを示す．

３ FA（ホタルアルゴリズム）

FA は，ホタルの求愛行動を参考に提案されたアルゴリズムであり，多峰性の最適化問題に適している比較的新しい手法である．

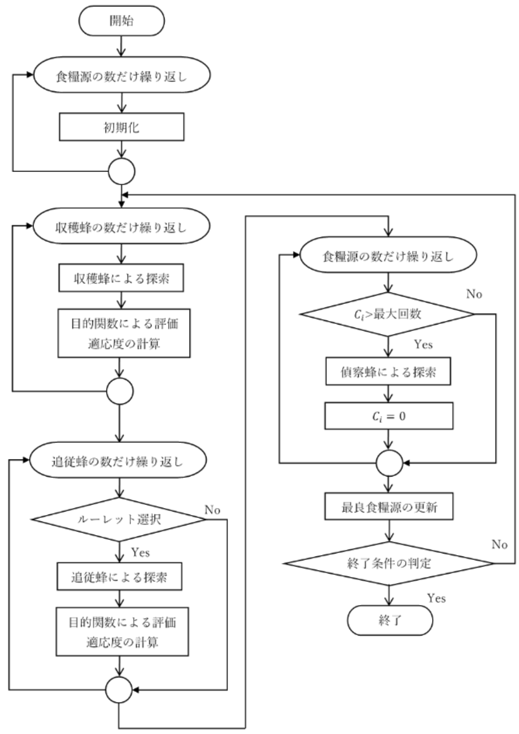

図１　ABC アルゴリズムのフロー

FA は，ホタルの点滅の様子から考えられていて，以下の３つの規則に従って探索を行う．

(1) あるホタルは他のホタルに引き寄せられる．

(2) あるホタルが，他のホタルを引き寄せる力は，光の強さに比例する．暗いホタルは，より明るいホタルに引き寄せられる．光の強さは，ホタル間の距離の増加によって減衰する．

(3) ホタルの光の強さは，目的関数によって決定される．最小化問題を解く場合，より低い場所のホタルがより強い光を放つ．

FA の探索手順を以下に示す．

<u>STEP 0 初期化</u>

問題の定義内に解候補であるホタルの位置をランダムに生成する．ホタルの数を N_F とすると，初期化は，ABC アルゴリズムと同様に，(1)式に従う．

<u>STEP 1 光の強さの計算</u>

光の強さは目的関数による評価による．最

大値を求める最適化問題の場合，光の強さI_iは，(5)式で定義される．

$$I_i = f_i\ (\vec{x}_i) \tag{5}$$

また，最小値を求める最適化問題の場合，(6)式で定義される．

$$I_i = \frac{1}{f_i\ (\vec{x}_i)} \tag{6}$$

STEP 2 ホタルの移動

ホタルiが，より明るいホタルkに引き寄せられるときの移動は(7)式に従う．

$$x_{ij} = x_{ij} + \beta_{ik} \cdot \left(x_{kj} - x_{ij}\right) + \alpha \cdot \left(\Phi_{ij} - \frac{1}{2}\right) \tag{7}$$

$(i = 1,2,\ldots,N_F; j = 1,2,\ldots,D)$

αはランダム値の大きさを決めるパラメータである．β_{ik}はホタルiに対するホタルkの魅力の強さであり，式(8)で定義される．

$$\beta_{ik} = \beta_0 \cdot e^{-\gamma^{r_{ik}^2}} \tag{8}$$

ここで，γは吸引係数，r_{ik}はホタルiとホタルk間の距離，β_0は，$r_{ik} = 0$のときの魅力の強さである．

距離r_{ik}はユークリッド距離であり(9)式による．

$$r_{ik} = \sqrt{\sum_{j=1}^{D}\left(x_{ij} - x_{kj}\right)^2} \tag{9}$$

STEP 3 最良ホタル位置の更新

光の強さI_iを新しいホタルの位置で更新し，最も明るいホタルが$\vec{x}_1$となるように，並べ替えを行う．

STEP 4 終了条件の判定

$\vec{x}_1$の適応度が最適解に収束するか，探索回数が，最大探索回数を超えていれば，探索を終了し，そうでなければ，SETP 1に戻り，探索回数を１増やして，探索を続ける．

図２にアルゴリズムのフローを示す．

４ 数値実験

整数計画問題で有効性が確認されているGAとともに，ABC及びFAを用い、その効果を検証した．

GAは，SAなど他のメタヒューリスティクスと比較して限られた時間内に，良好な近似解が得られるとされているが，計算負荷が高い，パラメータの調整が複雑で試行錯誤を要する，といった問題が存在する．これらの問題の対処方法として，パラメータフリーの遺伝的アルゴリズム（Parameter Free Genetic Algorithm：PfGA）がある．[3)]

ここでは，最も単純なGAを単純遺伝的アルゴリズム（Simple GA：SGA）とし，PfGAと2種類のGAを用いる．

ABC及びFAは，整数計画問題として解くために，(1)式のx_{ij}，(2)式のv_{ij}，(7)式のx_{ij}を整数とした．

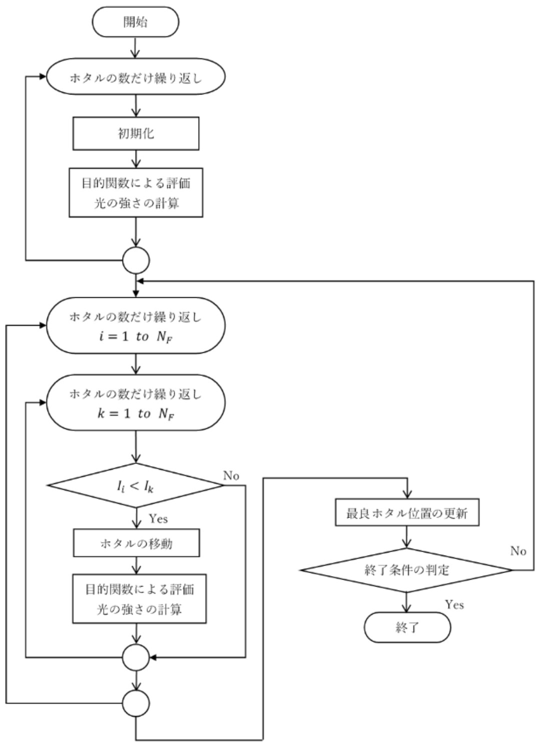

図２　FAのアルゴリズムフロー

比較実験の対象として，関数最適化問題のベンチマークとして知られるSphere関数，Rastrigin関数の２種類の関数を用いた．Sphere関数は単峰性，Rastrigin関数は多峰性という特徴を持つ．それぞれの式を，(10)式，(11)式に示す．

Sphere関数

$$f(x_1 \cdots x_D) = \sum_{i=1}^{D} x_i^2 \tag{11}$$

$(-10 \leq \mathrm{x}_i \leq 10)$

最適解 $f_{min}(0 \cdots 0) = 0$

Rastrigin関数

$$f(x_1 \cdots x_N) = 10D + \sum_{i=1}^{D}\left[\left(\frac{x_i}{100}\right)^2 - 10 \cdot cos\left(2\pi \cdot \frac{x_i}{100}\right)\right] \tag{12}$$

$(-512 \leq \mathrm{x}_i \leq 512)$

最適解 $f_{min}(0 \cdots 0) = 0$

ここで，Sphere関数は，-10～+10と範囲を限定し，Rastrigin関数は-512～+512の範囲になるように，式に変更を加えている．

シミュレーションで設定した各手法のパラメータを表1，表2に示す．

表１　各解法のパラメータ

解法	SGA	PfGA	ABC	FA
個体数N_F	20			20
食糧源N_F			20	
次元数D	5, 10, 100	5, 10, 100	5, 10, 100	5, 10, 100
最大探索回数	10000	10000	10000	10000
選択方式	Tournament			
交叉	一様交叉	一様交叉		
交叉率	0.9			
突然変異率	0.6			

表２　FA特有のパラメータ

対象関数	Sphere			Rastrigin		
次元数	5	10	100	5	10	100
スケールα	1.002	1.002	1.002	1.1	1.1	1.1
魅力の強さβ_0	1	2	2	5	2	2
吸引係数γ	0.001	0.0005	0.00005	7.63E-07	3.81E-07	3.81E-08

SGA，PfGA，ABC，FAを用いて行った関数最適化の結果を表3に，それぞれの探索回数を表4に示す．

ABCを除き，最適解を求めることができないケースがあった．最大探索回数を超えてしまったケースには表4にMAXと記している．

表３　最適化結果

		SGA	PfGA	ABC	FA
Sphere	5	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	10	0.0000	0.0000	0.0000	25.000
	100	0.0000	0.0000	0.0000	3806.0
Rastrigin	5	4.9992	0.0793	0.0000	6.1983
	10	9.9983	0.1983	0.0000	30.205
	100	1.9833	0.0000	0.0000	1737.5

表４　探索回数

		SGA	PfGA	ABC	FA
Sphere	5	MAX	1597	25	4181
	10	36	1731	94	MAX
	100	204	6121	1054	MAX
Rastrigin	5	MAX	MAX	94	MAX
	10	MAX	MAX	257	MAX
	100	MAX	4844	5988	MAX

単峰性で，次元数が低いケースが求めやすい傾向があるが，SGAは最適解に至らなかった．これは早い時点で局所解に陥ってしまい，脱するための交叉・突然変異が効果を発揮できなかったと考えられる．

ABCはすべてのケース最適解を求めることができた．整数計画問題においても、その有効性が発揮できると考えられる．

一方，FAは，最適解に至らないケースが多くみられた．いずれも，局所解に陥るのではなく，最大探索回数を超えても，収束しなかった．高次元または上限値と下限値の幅が大きいケースでは，ホタル間の距離が非常に大きくなり，収束に時間がかかると考えられる．パラメータが探索に与える影響が大きく，有効な組み合わせを解析する必要が生じた．

5　まとめと今後の展開

複雑かつ多変数の最適化問題に対して有効であるとして，着目されている群知能について，整数計画問題でも応用が可能か，ベンチマーク関数を用いて，効果の検証を行った．

ABC は，すべてのケースで良い結果が得られ，その有効性が確認できた．

FA は，ベンチマークのケースが高次元，あるいは上限値と下限値の幅は大きい問題であったため，収束に至らなかった．パラメータの設定を含め，適用すべき問題かどうかの検討が必要である．

今後は，スケジュール問題など整数変数を含んだ最適化問題においては群知能を応用していく．

「参考文献」

1) D. Karaboga and B. Basturk, “A powerful and efficient algorithm for numerical function opti-mi-zation:Artificial bee colony (ABC) algorithm”, J. Global Optimization, Vol.39, (2007), p.459-471

2) X.-S. Yang, “Firefly algorithms for multi-modal optimization”, Stochastic Algo-rithms:Foundations and Applications, Vol.5792, (2009), pp. 169-178

3) 渡邊 俊彦，藪下 良樹，近藤 忠孝，「子個体生成数を適応的に変化させる分散型パラメータフリー遺伝的アルゴリズム」，バイオメディカル・ファジィ・システム学会誌，Vo.12，No.2，(2010)，pp.47-55