

MPS 法による液滴落下の挙動解析

日大生産工(院) ○岡庭 渉

日大生産工 角田 和彦

日大生産工 三浦 慎一郎

1 はじめに

近年、コンピュータの発展に伴い、様々な分野で流体解析が使われている。その解析手法の中でも有限要素法などの格子法が多用されている。しかし、格子法では格子を用いて解析を行っているため、界面の大変形を伴うような問題の解析が困難であることが知られている。そこで、最近では粒子法の研究が進められている。粒子法では格子法とは異なり、解析に格子を用いないため、界面の大変形を伴うような問題の解析を行うことができる。

代表的な粒子法として、SPH法(Smoothed Particle Hydrodynamics method)¹⁾、MPS法(Moving Particle Semi-implicit method)²⁾が挙げられる。SPH法は主に圧縮性のある流れの解析に用いられる。また、MPS法は主に非圧縮性流体の解析に用いられる手法である。本研究では非圧縮性粘性流体を解析するため、MPS法を用いる。

本研究では、MPS法を用いて液滴落下の解析を行い、液滴が液面と衝突した際に形成される溝の深さを実測値と比較することでその妥当性を示すことを目的としている。

2 支配方程式

非圧縮性流体の解析に用いる支配方程式にはナビエストークス方程式を用いる。外力として表面張力と空気抵抗を追加した支配方程式を、以下に示す。

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \mu \nabla^2 \vec{v} - \nabla p + \vec{f} \quad (1)$$

ただし、右辺の第1項が粘性項、第2項が圧力勾配項、第3項が表面張力、空気抵抗を考慮した外力で構成されている。

また、粒子間相互作用に用いる重み関数を、以下に示す。

$$w_{ij} = \frac{r_e}{r_{ij}} - 1 \quad (2)$$

ただし、 r_e は影響半径、 r_{ij} は粒子*i*と粒子*j*との距離である。

本研究では近藤らによって提案された圧力のポアソン方程式を用いる。その方程式を以下に示す。

$$\nabla^2 p^{k+1} = -\frac{\rho}{(\Delta t)^2} \left[(1 - \beta) \frac{n^* - 2n^k + n^{k+1}}{n^0} + (\beta - r) \frac{n^k - n^{k-1}}{n^0} + \gamma \frac{n^* - n^0}{n^0} \right] \quad (3)$$

本研究では入部らによって提案された勾配モデルを用いる³⁾。その方程式を以下に示す。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \left[\frac{1}{n^0} \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|} \otimes \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|} \right]^{-1} \times \left(\frac{1}{n^0} \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) \frac{\phi_j - \hat{\phi}_i(r_j - r_i)}{r_j - r_i} \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|} \right) \quad (4)$$

3 粒子間ポテンシャル

本研究では近藤らによって提案されている粒子間ポテンシャル力による表面張力のモデルを用いて解析を行う。導入するポテンシャル力を以下に示す。

$$p(r) = \frac{1}{3} \left(r - \frac{3}{2} r_{min} + \frac{1}{2} r_e \right) (r - r_e)^2 \quad (5)$$

$$p(r) = Cp(r) \quad (6)$$

ただし、 r 、 r_{min} 、 r_e はそれぞれ、粒子間距離、初期最近接粒子間距離、ポテンシャル力の影

Behavior Analysis of Droplet Fall Using MPS Method

Wataru Okaniwa, Kazuhiko KAKUDA and Shinichiro Miura

響半径. また, $p(r)$, C はそれぞれ, ポテンシャルの形状およびポテンシャル力の強さを表す係数である.

4 GPU計算

GPU(Graphics Processing Unit)は複数のコアを用いることで計算処理を高速化することができるプロセッサである. 現在では主に画像処理や流体解析などに用いられている⁴⁾.

MPS法では粒子数 N の場合, 基本的に $O(N^2)$ となるためCPUのみの解析では時間がかかりすぎてしまう. そこで, 本研究ではGPUを用いることで計算を並列化し, 解析時間の短縮を図る. 本研究の解析に使用したGPUは, Nvidia TITAN X(Pascal 12GB)である.

5 液滴落下の検証

本研究では液滴落下の様子を観察するため, 表面張力と空気抵抗を追加し検証を行った. 解析に用いたパラメータを表1に示す.

Table1 parameter

Liquid surface area	$6.25 \times 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$
Liquid depth	0.007 [m]
Droplet radius	0.001 [m]
Droplet initial height	0.01 [m]
Droplet initial velocity	1.930[m/s]
Number of total particles	886432[-]
Number of fluid particles	538652[-]
Initial distance of two particles	0.0002 [m]
Density	1032 [kg/m ³]
Viscosity coefficient	0.0025 [Pa · s]
Surface tension coefficient	0.002361 [N/m]
Time increment	0.00005 [s]

本研究の解析では, 表1のパラメータを用いて液滴を自由落下させ, 液面に衝突させた. その際に液面に発生する溝の深さの観察を行った. その結果を図1に示す.

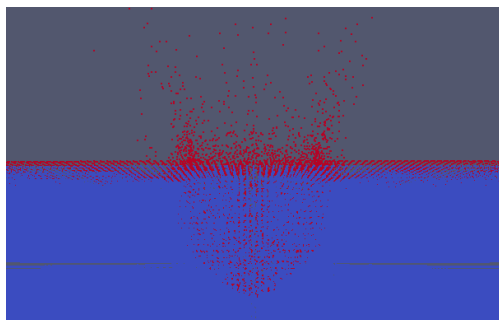


Fig.1 $t = 0.21451 \text{ [s]}$

6 理論値との比較

本研究の妥当性を示すために, 表1と同じ条件で行われた実測値⁵⁾と比較することにする. 今回用いる実測値は, 液滴が液面と衝突した際に形成される溝の最大深さとする. 実測値の溝の最大深さは4.115[mm]であった. 対して, 本研究の解析で得られた溝の最大深さは4.547[mm]であった. この結果から, 本研究における実測値との相対誤差は, 約10.5%であることが解った.

7 おわりに

本研究では, MPS法を用いて液滴落下の解析を行った. 解析の結果, 表1のパラメータでは約10.5%まで相対誤差を抑えることができることが示された. しかし, まだ実測値との差があることから, 解析を続けていく余地があると思われる. また, 本研究では粒子数が十分でなかったため, 今後は粒子数を増やすことで, 解析値をより実際のものに近づけていこうと考えている.

「参考文献」

- 1) Micky Kelager, “Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics”, January 9, 2006.
- 2) S.Kosizuka and Y.Oka, “Moving – Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid”, NUCLEAR SCIENCE AND ENGINEERING, Vol.123, pp. 421-434, 1996.
- 3) Tsunakiyo Irabe, Eizo Nakaza, “Animprovement of Accuracy of the MPS Method With A New Gradient Calculation Model”, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol. 67, NO. 1, 36 – 48, 2011.
- 4) 青木 孝之, 額田 彰, “はじめてのCUDAプログラミング”, 工学社, 2010年12月25日.
- 5) Liow, J. L. Splash formation by spherical drops, Journal of Fluid Mechanics, vol.427, pp.73-105, 2001.