ISSN 2186-5647

2-43

SPH 法による GPU を用いた非圧縮性流体シミュレーション

日大生産工(学部)　○西埜　一輝
日大生産工　三浦　慎一郎
日大生産工　　角田　和彦

1 はじめに

流れのシミュレーションで用いられる手法はいくつかあるが, その中でも主に非圧縮性流体の解析に用いられるのがSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法[1]である[2]．しかし，近年ではSPH法は非圧縮性にも応用されてきている. そこで本研究では, SPH法の非圧縮性流体解析における有用性を三次元問題の一つであるミルククラウンの生成により検証する.

また, SPH法は音速を取り扱うため, 時間刻み幅を小さくする必要があり, 多くの時間ステップを必要とする. そこで演算速度を向上させるため，GPU(Graphics Processing Unit)を使用し, 大規模な計算を高速に行うことを目的とする.

2 SPH法

SPH法に用いられる支配方程式は以下のNavier-Stokes方程式[4][5]によって表される.

$$\rho\frac{d\boldsymbol{u}}{dt} = -\nabla p + \mu\nabla^2\boldsymbol{u} + \sigma\kappa\boldsymbol{n}\delta \qquad (1)$$

ただし，右辺第一項は圧力勾配項,第二項は粘性項,第三項が表面張力項である．加えて $\mu, \sigma, \kappa, \boldsymbol{n}$はそれぞれ粘性係数，表面張力係数, 表面曲率および表面法線である.

また，SPH法に関する定式化として，ある関数$f(x)$と滑らかなカーネル関数$W(x, r_e)$を用いて以下のように表される.

$$f(x) = \int_\Omega f(r_i)W(r_i - r_j, h)dr_i \qquad (2)$$

ただし，r_eは影響半径を表し，以下の正規化された条件を満足する.

$$\int_\Omega W(r_i - r_j, h)dr_i = 1 \qquad (3)$$

SPH 法では，まず式(2)を用いて密度，圧力勾配項, 粘性項を求め, これらを式(1)に適用することで流体の流れを解析する. その際用いる密度は以下の式によって表される.

$$\rho_i = \sum_j m_j W(r_i - r_j, h) \qquad (4)$$

ただし，m_jは粒子の質量を表す.

圧力勾配項は以下の式によって表される.

$$-\nabla p = -\sum_{j\neq i}\frac{p_i + p_j}{2}\frac{m_j}{\rho_j}\nabla W(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j, h) \qquad (5)$$

粘性項は以下の式によって表される.

$$-\nabla p = \frac{\mu}{\rho_i}\sum_j(\boldsymbol{u}_j - \boldsymbol{u}_i)m_j\nabla^2 W(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j, h) \qquad (6)$$

なお式(4)で用いられるカーネル関数は，以下の式によって表される.

$W(r, h)$

$$= \alpha_1\begin{cases}\left(3-\frac{3r}{h}\right)^5 - 6\left(2-\frac{3r}{h}\right)^5 + 15\left(1-\frac{3r}{h}\right)^5 & 0 \le \frac{3r}{h} \le 1 \\ \left(3-\frac{3r}{h}\right)^5 - 6\left(2-\frac{3r}{h}\right)^5 & 0 \le \frac{3r}{h} \le 1 \\ \left(3-\frac{3r}{h}\right)^5 & 0 \le \frac{3r}{h} \le 1 \\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$\alpha_1 = \frac{63}{478\pi h^3}, \frac{9}{40\pi \mathrm{h}^3} \quad \text{for2D, 3D}$$

また，ミルククラウンを生成するためには表面張力項を計算する必要があるが, 本研究では以下の粒子間ポテンシャル力を用いる.

$$P(r) = CP(r)$$

$$p(r) = \frac{1}{3}\left(r - \frac{3}{2}r_{min} + \frac{1}{2}r_e\right)(r - r_e)^2$$

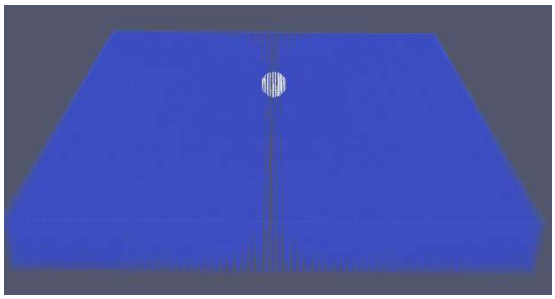
ただし$r, r_{min}, \mathrm{r_e}$は，粒子間距離，初期最近接粒子間距離，ポテンシャル力の影響半径である．また，$p(r), C$はそれぞれポテンシャルの形状およびポテンシャル力の強さを表す係数である.

Incompressible Fluid Simulation Using GPU and SPH Method

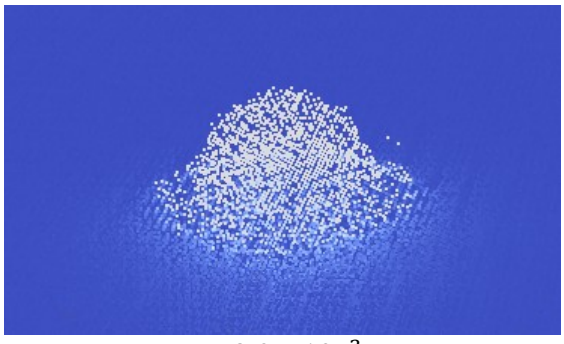
Ikki NISHINO, Shinichiro MIURA and Kazuhiko KAKUDA

3　ミルククラウンの作成

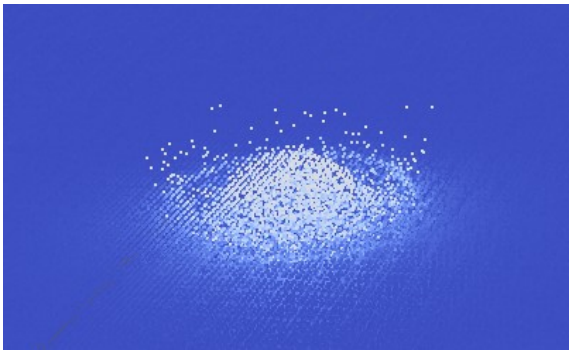
水域の横，奥行き，高さ方向の領域を0.32×0.32×0.04[m]において，高さ0.4[m]から半径0.01[m]の水滴を落としたと仮定する初期値を与え，水面衝突からミルククラウン生成までの過程の計算を行う．計算に使用したGPUはNvidia TITAN X (Pascal, 12GB)である．以下で水面衝突からミルククラウン生成までの過程を示す．



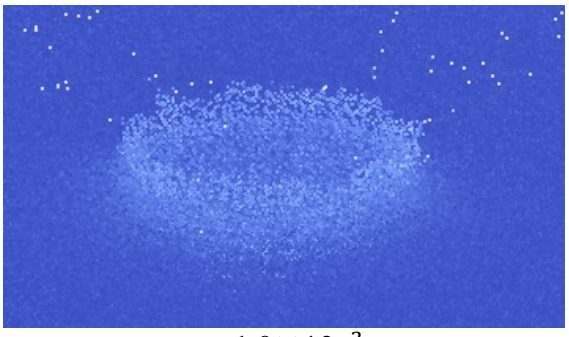
t=0.0



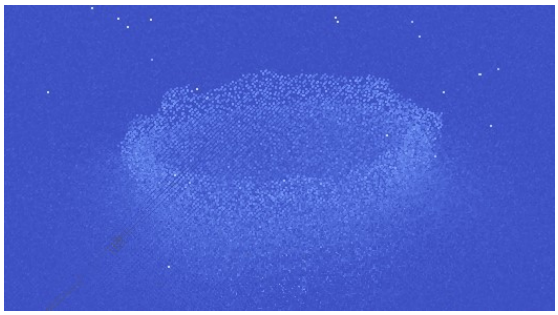
$t=3.0\times10^{-3}$



$t=4.0\times10^{-3}$



$t=1.0\times10^{-2}$



$t=1.5\times10^{-2}$

図1．ミルククラウン

4　おわりに

本研究では、SPH法の非圧縮性流体解析における有用性を三次元問題により検証した．また，演算速度向上のためにGPUの適用を行った．現段階では図1のようにミルククラウンの形状をはっきりと確認することはできなかった．今後は各種パラメータや粒子数を見直し，より理想形に近い解析結果を目指す．

「参考文献」

1) Micky Kelager, Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics, 2016, p.4-22

2)越塚誠一，計算力学レクチャーシリーズ5 粒子法，丸善出版株式会社, 2005, p7

3) 角田和彦，粒子法による流体解析，第36回数理科学講演会, 2017, p1-4

4) 中山司，数値解析のための流体力学の基礎, p.12-16

5)近藤雅祐,越塚誠一,滝本正人，MPS法における粒子間ポテンシャル力を用いた表面張力モデル，みずほ情報総研株式会社, 2007, p2-3