

## MPS法によるGPUを用いた非圧縮性流体シミュレーション

日大生産工(学部) ○岡庭 渉

日大生産工 三浦 慎一郎

日大生産工 角田 和彦

## 1 まえがき

近年、コンピュータの発展に伴い様々な分野で流体解析が使われている。その解析手法の中でも有限要素法といった格子法が多用されている。しかし、界面の大変形を伴うような問題では解析が困難になることが多いことが知られている。そこで、最近では粒子法と呼ばれる解析手法の研究が進められている。粒子法は格子法とは異なり、特殊な場合を除いては格子を用いて解析を行う必要がなく、大変形を伴うような問題においても解析することができる手法である。

代表的な粒子法として、SPH法(Smoothed Particle Hydrodynamics)<sup>1)</sup>、MPS法(Moving Particle Semi-implicit method)<sup>2)</sup>の2種類があげられるが、本研究では非圧縮性粘性流体の流れを解析するため、MPS法を用いる。MPS法とは、非圧縮性粘性流体の流れを解析するために越塚らによって提案されている粒子法の一つである。MPS法では水やミルクといった液体の流れを扱うことが多いが、そういった液体には必ず表面張力が存在する。よって、ミルククラウン現象を実現させたい場合には表面張力を考慮しなければならない。

本研究では、近藤らが提案した表面張力のモデルをMPS法に導入し、表面張力を考慮したミルククラウン現象の実現を目的としている。

## 2 支配方程式

非圧縮性流体の支配方程式に表面張力項を追加することで、流体に表面張力を発生させることができる。

非圧縮性流体の支配方程式に外力を追加したものを、以下に記す。

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \mu \nabla^2 \vec{v} - \nabla p + \vec{f} \quad (1)$$

ただし、第1項が粘性項、第2項が圧力項、第3項が表面張力を考慮した外力である。

また、粒子間相互作用に用いる重み関数を、以下に記す。

$$w_{ij} = \frac{r_e}{r_{ij}} - 1 \quad (2)$$

ただし、 $r_e$  は影響半径、 $r_{ij}$  は粒子iと粒子jとの距離である。

MPS法に用いる圧力のポアソン方程式の右辺のソース項は通常

$$\nabla^2 p^{k+1} = -\frac{P_0}{\Delta t^2} \frac{n^* - n^0}{n^0} \quad (3)$$

であるが、この方程式では圧力振動が生じてしまう。よって、本研究では近藤らによって提案された圧力の安定化がなされたモデルを用いる。その方程式を以下に記す。

$$\nabla^2 p^{k+1} = -\frac{\rho}{(\Delta t)^2} \left[ (1-\beta) \frac{n^* - 2n^k + n^{k-1}}{n^0} + (\beta-r) \frac{n^k - n^{k-1}}{n^0} + \gamma \frac{n^* - n^0}{n^0} \right] \quad (4)$$

また、通常のMPS法では

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} [w(|r_j - r_i|) \frac{\phi_j - \hat{\phi}_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i)] \quad (5)$$

を用いて圧力勾配項を求めるが、この方程式では圧力振動が生じてしまう。よって、本研究では入部らによって提案されたモデル<sup>3)</sup>を用いる。その方程式を以下に記す。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \left[ \frac{1}{n^0} w(|r_j - r_i|) \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|} \otimes \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|} \right]^{-1} \times \left( \frac{1}{n^0} w(|r_j - r_i|) \frac{\phi_j - \hat{\phi}_i}{r_j - r_i} \frac{(r_j - r_i)}{|r_j - r_i|} \right) \quad (6)$$

ただし、演算記号 $\otimes$ はテンソル積である。

Incompressible Fluid Simulation by MPS Method Using GPU

Wataru OKANIWA, Shinichiro MIURA and Kazuhiko KAKUDA

### 3 粒子間ポテンシャル力

粒子法における表面張力の計算は、分子間力の計算に近いとされている。よって、分子間力のような粒子間ポテンシャル力を用いて計算する。

本研究では近藤らによって提案されている粒子間ポテンシャル力を用いた表面張力の計算を行う。導入するポテンシャル力を以下に記す。

$$p(r) = \frac{1}{3}(r - \frac{3}{2}r_{min} + \frac{1}{2}r_e)(r - r_e)^2 \quad (7)$$

$$P(r) = Cp(r) \quad (8)$$

ただし、 $r$ ,  $r_{min}$ ,  $r_e$  はそれぞれ、粒子間距離、初期最近接粒子間距離、ポテンシャル力の影響半径であり、 $p(r)$ ,  $C$ はそれぞれポテンシャルの形状およびポテンシャル力の強さを表す係数である。

### 4 ミルククラウン現象の検証

本研究ではミルククラウン現象の観察のために、表面張力を追加し検証を行った。この結果を表面張力のないものと比較するために本手法では、流体粒子数201044、 $5.0 \times 0.5 \times 5.0[m^3]$ の液体に、界面からの高さ1.0[m]から初速0[m/s]で水滴を自由落下させ、界面に衝突した際に生じるミルククラウン現象の観察を行った。また、表面張力があるものとないものを、同様の条件で検証した。その結果を図1、図2、図3に示す。

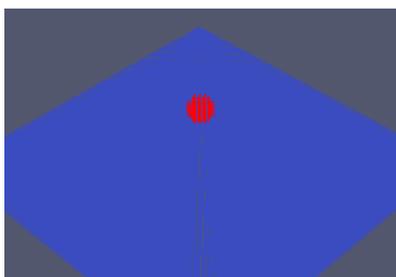


図1. t = 0.00s

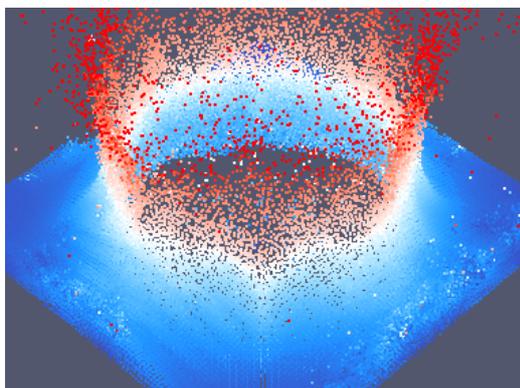


図2. t = 0.1s (表面張力なし)

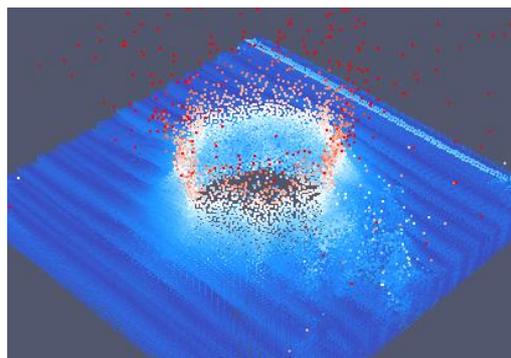


図3. t = 0.1s (表面張力あり)

### 5 まとめ

本研究では、MPS法による表面張力を考慮したミルククラウン現象の検証を行った。検証の結果、まだ現実のミルククラウン現象とかなりの違いがあるところから、検証を続けていく余地があると思われる。また、今回の検証では粒子数が少なかったため、今後は粒子数を増やしていくことで、より本物のミルククラウン現象に近づけようと考えている。

#### 「参考文献」

- 1) Micky Kelager, “Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics”, January 9, 2006
- 2) S.Kosizuka and Y.Oka, “Moving – Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid”, NUCLEAR SCIENCE AND ENGINEERING, Vol.123, pp. 421-434, (1996)
- 3) Tsunakiyo Irabe, Eizo Nakaza, “An improvement of Accuracy of the MPS Method With A New Gradient Calculation Model”, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol. 67, NO. 1, 36 – 48, (2011)