

車両運動方程式と非線形タイヤ特性とからなる非線形車両数理モデルの線形化手法に関する研究

日大生産工(院) ○伊澤 正樹 日大生産工 見坐地 一人 景山 一郎

1 まえがき

車両の運動性能解析は、横加速度が小さく線形近似できる運動領域では平面2自由度モデルを基本とし必要に応じてロール挙動との連成を考慮できるヨー、横、ロール運動のメカニズム解析手法が提案され車両設計の初期段階における簡易的解析手法として用いられている⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。また旋回中の加減速を含む運動は準定常状態の概念を導入した解析手法⁽⁶⁾あるいは重心点スリップ角を基準としたヨーモーメントで安定性を判定する手法⁽⁷⁾など解析解算の代替手法が提案・実用化されている。周知のように線形域から非線形域までのすべての車両運動を表現するためには剛体6自由度の運動方程式を用いる必要があるが、非線形運動方程式となるため一般には取り扱いが煩雑であり、商用ソフトウェアが実用化されているが数値解析による時系列計算を主とするものである。本報告では非線形運動方程式を非線形特性タイヤも含めて線形表現する手法を示し車両特性の線形解析への応用と将来的には車両運動制御への応用展開に繋げていく。

2 解析手順

線形化手法の概略フローを図1に示す。車両の非線形運動方程式とタイヤ特性を定義する。

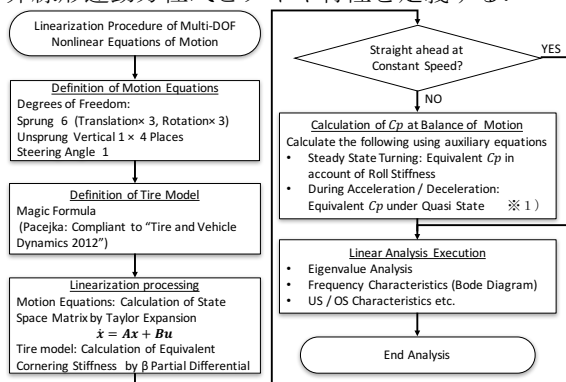


Fig.1. Analysis Flow of Linearized Model

車両ばね上6自由度、ばね下系、操舵系を含む多自由度非線形運動方程式のテイラー展開と、タイヤモデルのスリップ角偏微分による接地荷重を考慮した等価コーナリングパワー⁽⁸⁾の算出により、解析的に扱いやすい状態空間表現による線形近似モデルを導出する。定常円旋回時は補助方程式を用いて解析したい横加速度でのタイヤ等価コーナリングパワーを求める。

3 運動方程式

3. 1 座標系の定義

計算には必要に応じて3種類の座標を用いる。図2aはばね上重心位置を原点に取り車両前方進行方向をx軸としたボディ座標であり、ばね上の運動を記述するために用いるISO座標である。

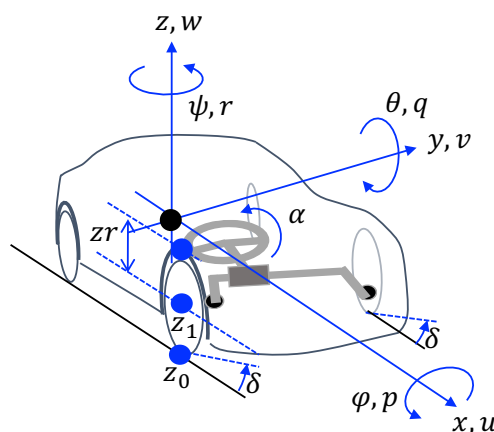


Fig.2a Body Coordinate System

図2bにボディ座標と中間座標の関係を示す。中間座標はx方向、y方向、ヨー運動はボディ座標と一体に動き、路面に平行にx-y軸を取り車体に作用する路面に平行な前後力、横力とばね下の上下運動と記述する目的で用いる。

図2cにタイヤ座標を示す、路面に平行にタイヤ回転面をx軸、直角方向をy軸としてタイヤ発生力を直接計算するために用いる。

Study on Linearization Method of Nonlinear Vehicle Mathematical Model consisting of Vehicle Equations of Motion and Nonlinear Tire Characteristics

Masaki IZAWA, Kazuhito MISAJI, and Ichiro KAGEYAMA

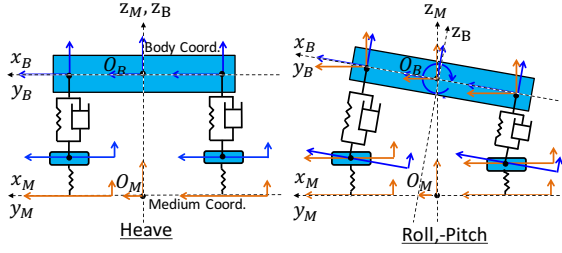


Fig. 2b Medium Coordinate System

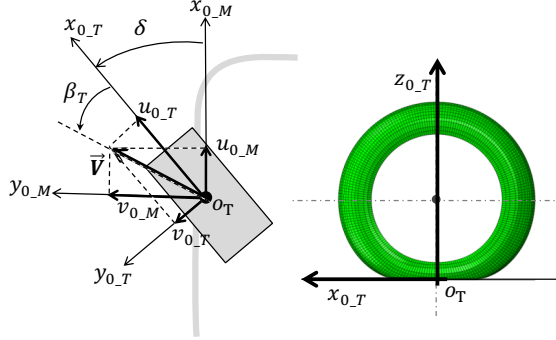


Fig. 2c Tire Coordinate System

3. 2 運動方程式

表 1 に変数名一覧及び代表的な数値例を示す。

Table1 Model Parameters

Parameters	Symbols	Values
Sprung Mass	m_2	1250 [kg]
Unsprung Mass	m_1	30 [kg]
Moment of Inertia	I_x, I_y, I_z	680, 1920, 2580 [kgm ²]
Tire Moment of Inertia	I_{yT}, I_{zT}	1.0, 1.0 [kgm ²]
Product of Inertia	I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	0, 0, -18.0 [kgm ²]
Spring Rate	$K_{fr}, K_{fl}, K_{rl}, K_{rr}$	50, 50, 22.5, 22.5 [kN/m]
Damping Coefficient	$C_{fr}, C_{fl}, C_{rl}, C_{rr}$	2.4, 2.4, 2.4, 2.4 [kNs/m]
Tire Spring Rate	K_{tire}	265 [kN/m]
Cornering Stiffness	$C_{pfr}, C_{pfl}, C_{prl}, C_{prr}$	55, 55, 60, 60 $\times 10^3$ [N/rad]
Tread	$T_{fr}, T_{fl}, T_{rl}, T_{rr}$	0.765, 0.765, 0.75, 0.75 [m]
Distance between Axle and COG	$L_{fr}, L_{fl}, L_{rl}, L_{rr}$	1.02, 1.02, 1.56, 1.56 [m]
Distance between Unsprung mass and COG	$H_{1fr}, H_{1fl}, H_{1rl}, H_{1rr}, H_1$	0.16, 0.16, 0.16, 0.16, 0.16 [m]
Tire Radius	R_L	0.32 [m]
Steer System Properties	I_s, K_s, C_s	0.05 [kgm ²], 127 [Nm/rad], 4 [Nms/rad]
Tire Slip Angle	β	[rad]
Steering Wheel Angle	α	[rad]

位置を表す添え字 (その 1) :

右前 fr 左前 fl 左後 rl 右後 rr

位置を表す添え字 (その 2) :

路面とタイヤとの接点 0 ばね下 1 ばね上 2

座標の添え字 :

ボディ B, 中間 M, タイヤ T

以下に計算に用いる運動方程式を示す。

- ばね上並進運動に関する運動方程式

$$m_2(\dot{u} + qw - rv) = F_x$$

$$m_2(\dot{v} + ru - pw) = F_y$$

$$m_2(\dot{w} + pv - qu) = F_z$$

- ばね上回転運動の運動方程式

$$I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)qr - I_{xz}pq = M_x$$

$$I_y \dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2) + (I_x - I_z)rp = M_y$$

$$I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x)pq + I_{xz}qr = M_z$$

- オイラー角とばね上角速度の関係

$$\dot{\varphi} = p + q \tan \theta \sin \varphi + r \tan \theta \cos \varphi$$

$$\dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi$$

$$\dot{\psi} = r \cos \varphi / \cos \theta + q \sin \varphi / \cos \theta$$

- ステアリング系の運動方程式

ステアリング系は角度入力による運動方程式を用いた。

$$I_s \ddot{\delta} + C_s \dot{\delta} + K_s(\delta - \alpha) = \xi(C_{pfr} \cdot \beta_{fr} + C_{pfl} \cdot \beta_{fl})$$

ただし既述の通り $\xi = 0$ として切れ

戻りを考慮せず等価 C_p 値に反映した⁽⁹⁾。

以下に作用荷重, モーメントを示す。

- サスペンション力

$$F_{z2ii_B} = -K_{ii}(z_{2ii_B} - z_{1ii_B}) - C_{ii}(w_{2ii_B} - w_{1ii_B})$$

ただし $ii = fr, fl, rl, rr$

- タイヤ横力

$$F_{y0ii_T} = -C_{pii}\beta_{ii}$$

$$\beta_{ii} = \tan^{-1}(v_{0ii_M}/u_{0ii_M}) - \delta_{ii}$$

ただし $ii = fr, fl, rl, rr$

本検討では $\delta_{rl} = 0, \delta_{rr} = 0$

- 路面入力

$$F_{z1ii_M} = -K_{tire}(z_{1ii_M} - z_{0ii_M})$$

ただし $ii = fr, fl, rl, rr$

- ばね下運動方程式

$$\ddot{z}_{1ii_M} = -(F_{z2ii_M} - F_{z1ii_M} - m_1 g)/m_1$$

ただし $ii = fr, fl, rl, rr$

- 重力

$$F_{xg_B} = -m_2 g \sin \theta$$

$$F_{yg_B} = m_2 g \sin \varphi \cos \theta$$

$$F_{zg_B} = m_2 g \cos \varphi \cos \theta$$

ただし g : 重力加速度とし

$$g = -9.80665 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

4 車両運動方程式の線形化

運動方程式を多変数関数と考え、そのテイラー展開の 1 次近似からヤコビ行列を求め初期値を与えたものを線形システム行列 A とする。同様に入力行列 B は入力に関する非線形方程式に初期値を与えたものとする。

- 非線形運動方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x))^T$$

- テイラー展開式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(0) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}|_{\mathbf{x}=0} \mathbf{x} + \mathbf{g}(0)\mathbf{u} + \mathbf{O}^2(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}|_{\mathbf{x}=0}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{g}(0)$$

- 状態空間表現

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

ただし

$$\mathbf{x} =$$

$$[u, v, w, p, q, r, \phi, \psi, z_{fr}, z_{fl}, z_{rl}, z_{rr}, z_{1fr_M}, z_{1fl_M}, z_{1rl_M}, z_{1rr_M}, \dot{z}_{1fr_M}, \dot{z}_{1fl_M}, \dot{z}_{1rl_M}, \dot{z}_{1rr_M}, \delta, \dot{\delta}]^T$$

$$\mathbf{u} = [\alpha, z_{0fr_M}, z_{0fl_M}, z_{0rl_M}, z_{0rr_M}]^T$$

行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ の具体的表現を巻末付録に示す。

- タイヤ特性の線形化

マジックフォーミュラ式⁽¹⁰⁾をスリップアングルで偏微分し等価コーナリングパワーCp を求めシステム行列に適用する

$$Y = D \cdot \sin[C \cdot \tan^{-1}\{B \cdot x - E(B \cdot x - \tan^{-1} B \cdot x)\}] + S_V$$

$$x = X + S_H \quad (\text{ただし } X \rightarrow \beta)$$

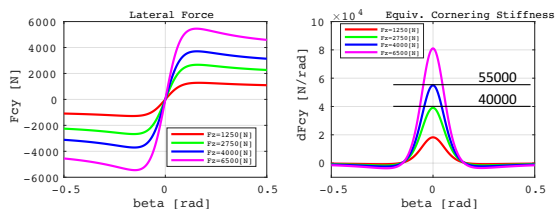


Fig.4 Tire Equivalent Cornering Power

5 線形化モデルの検証

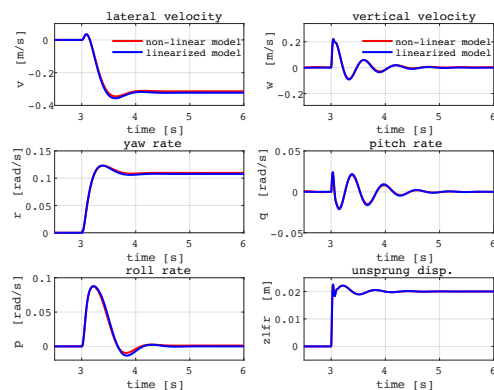


Fig.5 Comparison Results

図5に表1の計算パラメータを用いて $u=30$ [m/s]での線形化モデルと非線形モデルの代表的平面運動と上下運動の結果を示す図5左側に横加速度が 3.0 [m/s²]になるよう調整した操舵角によるステップ入力の結果を、また右側には路面入力 0.02 [m]のステップ段差入力の結果を示す。非線形モデルと良い一致が確認できる。

6 定常円旋回時の挙動

6.1 切り増し操舵時の挙動解析

定常円旋回の解析のために補助方程式を用いて等価コーナリングパワーを求める。図6に表1のパラメータを用いて求めた等価Cp値その他の例を示す。計算の際の解析点を横加速度 $A_y=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ [m/s²]とし点で示す。

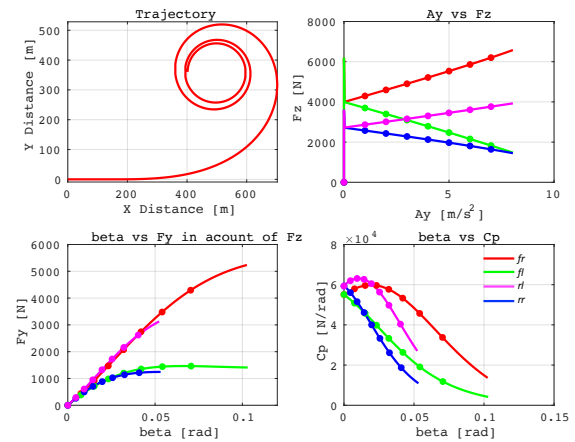


Fig.6 Equivalent Cornering Power

また、この時の等価Cpその他の値を表2に示す。

Table2 Parameters on Steady State Turn

A_y [m/s ²]	F_{x1_M} [N]				C_p [N/rad]			
	f_r	f_l	r_l	r_r	f_r	f_l	r_l	r_r
0	4009.7	4009.7	2707.9	2707.9	55114	55114	59324	59324
1.000	4295.6	3698.2	2575.2	2866.2	57945	50823	56061	61999
2.000	4597.4	3398.0	2428.9	3011.0	59596	45722	51541	63083
3.000	4902.8	3095.1	2280.3	3156.9	59634	39826	46149	62666
4.000	5213.8	2788.1	2128.4	3304.7	57698	33297	40016	60510
5.000	5532.2	2475.6	1972.2	3454.9	53296	26317	33288	56327
6.000	5860.7	2155.8	1810.0	3608.2	45704	19084	26124	49761
7.000	6202.8	1827.5	1639.7	3764.6	33762	11807	18709	40379

この等価Cpを用いて定常円旋回をさせ、さらに舵角を切り増した際の車両挙動の比較を非線形モデルで行った結果を図7に示す。両者の良い一致が確認できるとともに、舵角切り増し後の車両挙動は横加速度ごとに異なっていることが確認できる。

