

拡張カルマンフィルタを用いた鉄道車両のクリープ係数推定に関する研究

日大生産工(院)

○長南 慎悟

日大生産工

綱島 均

1. 緒言

鉄道車両において、車輪・レール間の摩擦係数が低下するとブレーキ力が不足し、車両が信号機を暴進するなど大きな事故につながる可能性がある。

このような問題を防ぐためには、低摩擦時の車輪・レール間に発生する摩擦係数を監視する必要がある。拡張カルマンフィルタを使用し、車輪とレール間の摩擦係数を推定する方法が提案されている。

本研究は、摩擦力とクリープ力が同一の関係にあることから、摩擦係数が低下した時にクリープ係数も低下すると仮定している。拡張カルマンフィルタ (Extended Kalman Filter, 以下EKFと呼ぶ) を使用して鉄道車両のクリープ係数の変化推定方法を検討した。

2. クリープ力と摩擦力

鉄道車両がレールの上を走行し前に向かって進んでいる時、車輪はレール上を転がりながら走行している。車輪自ら加速しながら進む時、車輪の回転数と回転半径から計算できる車輪の走行距離と、実際に車輪がレール上を進む距離は車輪がレール上を滑りながら転がって走行しているため、一致しない。

鋼を材料とする車輪とレールは接触している面がそれぞれ弾性変形し、接触面を形成する。転がっている車輪の接触面は車輪表面上を時々刻々と移動し、その移動に伴って接触面内には車輪とレールの材料が互にくっつき合いながらその接触面に平行な方向に弾性変形した状態にある粘着領域と互いの材料がくっつき合う力を失って接触しながら相対的にすべった状態にあるすべり領域が生成される。

接触面がこのような状態にある微小すべりのことをクリープといい、微小な転がりすべりによって接触面内に働く力を接線力といい、こ

の接線力のうち車輪とレールの間のすべりが小さいものを特にクリープ力²⁾と呼ぶ。接線力のすべりが十分に大きくなると接線力はある値に飽和する。その飽和した力が摩擦力である。また、すべりの大小はクリープ率といい、 $\Delta V/V$ で表される。

ここで ΔV は、車輪の回転半径 r と回転角速度 ω から得られる速度 $r\omega$ と速度 V との差を指す。接触面とクリープの関係を図1に示す。摩擦力とクリープ力との関係を図2に示す。図2において、摩擦力とクリープ力は同じものであることがわかる。

クリープ力を車両の進行方向の成分である前後クリープ力とそれに垂直な方向の成分である左右クリープ力に分けて考えると、左右クリープ力と前後クリープ力はそれぞれ以下のように表される。

$$T_{11} = -f_{11}v_1 \quad (1)$$

$$T_{22} = -f_{22}v_2 \quad (2)$$

ここで、 f_{11} を前後クリープ係数、 v_1 を前後クリープ率、 f_{22} を左右クリープ係数、 v_2 は左右クリープ率を指す。クリープ係数は車輪、レールの縦弾性係数に比例するため大きな値となる。

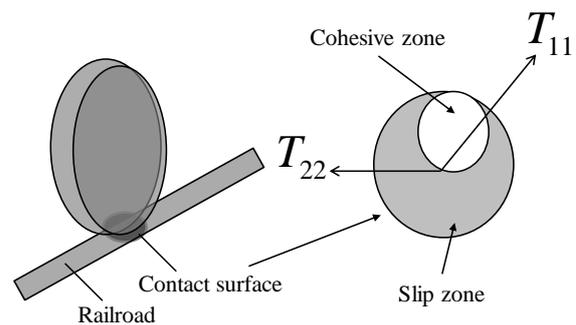


Fig.1 Relationship between the contact surface and the creep

Estimation of Railways creep factor using Extended Kalman Filter

Shingo CHONAN, Hitoshi TSUNASHIMA

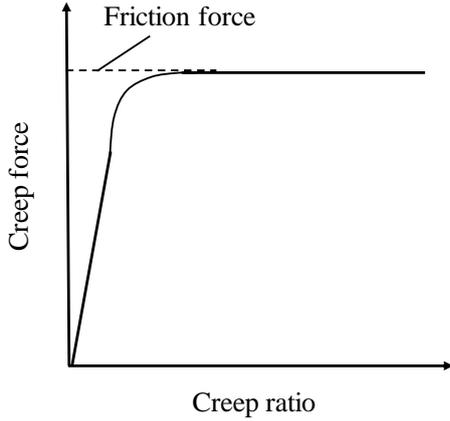


Fig.2 Relationship of the creep force and friction force

3. クリープ係数推定

3.1 車両モデル

使用した車両モデルは1車両モデルとし、各輪軸2自由度（左右動，ヨー），各台車2自由度（左右動，ヨー），車体2自由度（左右動，ヨー）を考慮した計14自由度を使用した。

一方，推定用モデルは1車両を低次元化した7自由度の半車両モデルを使用した．推定用モデルを図3に示す．

ここで， y_{w1} ， y_{w2} ， y_b ， y_v は前輪軸，後輪軸，台車，車体の左右変位を表し， ψ_b は台車ヨー角を表す．また， ψ_{w1} ， ψ_{w2} は輪軸のヨー角を表す．輪軸に発生するクリープ力には車両の進行方向に働く前後クリープ力 T_{11} と進行方向の垂直方向に働く左右クリープ力 T_{22} が発生する．使用した推定用モデルの運動方程式を以下に示す．

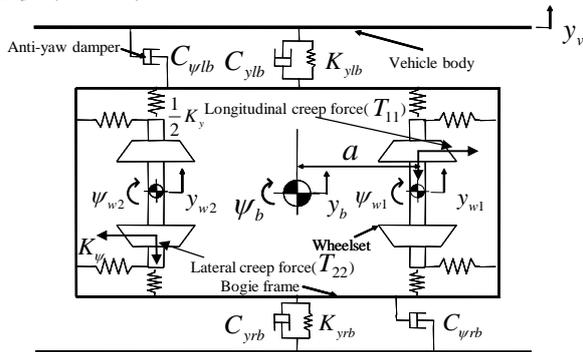


Fig.3 Estimated Model

$$m_{w1}\ddot{y}_{w1} = \frac{2cf_{22}}{v}\dot{y}_{w1} + K_y y_{w1} + 2cf_{22}\psi_{w1} + K_y y_b + a_0 K_y \psi_b \quad (1)$$

$$I_{w1}\ddot{\psi}_{w1} = \frac{2cf_{11}l_0^2}{v}\dot{\psi}_{w1} + K_p\psi_{w1} - \frac{2cf_{11}\lambda_0}{r_0}y_{w1} + K_p\psi_b + \frac{2cf_{11}\lambda_0}{r_0}y_{r1} \quad (2)$$

$$m_{w1}\ddot{y}_{w2} = \frac{2cf_{22}}{v}\dot{y}_{w2} + K_y y_{w2} + 2cf_{22}\psi_{w2} + K_y y_b + a_0 K_y \psi_b \quad (3)$$

$$I_{w2}\ddot{\psi}_{w2} = \frac{2cf_{11}l_0^2}{v}\dot{\psi}_{w2} + K_p\psi_{w2} - \frac{2cf_{11}\lambda_0}{r_0}y_{w2} + K_p\psi_b + \frac{2cf_{11}\lambda_0}{r_0}y_{r2} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m_b\ddot{y}_b &= K_y y_{w1} + K_y y_{w2} + (C_{yrb} + C_{ylb})\dot{y}_b \\ &+ (2K_y + (K_{yrb} + K_{ylb}))y_b + (C_{yrb} + C_{ylb})\dot{y}_v \\ &+ (K_{yrb} + K_{ylb})y_v \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} I_b\ddot{\psi}_b &= a_0 K_y y_{w1} + K_p\psi_{w1} - a_0 K_y y_{w2} + K_p\psi_{w2} \\ &+ (C_{pib} + C_{pirb})\dot{\psi}_b + \{2a_0^2 K_y + 2K_p\}\psi_b \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} m_v\ddot{y}_v &= (C_{yrb} + C_{ylb})\dot{y}_b + (K_{yrb} + K_{ylb})y_b \\ &+ (C_{yrb} + C_{ylb})\dot{y}_v + (K_{yrb} + K_{ylb})y_v \end{aligned} \quad (7)$$

ここで， c はクリープ係数の変化度合いを指す．表1に今回使用した車両諸元を示す．

Table.1 Railway Vehicle parameters of the Estimated model

Symbol	Discription	Unit	Value
m_w	Wheelset mass	kg	1250
I_w	Wheelset yaw inertia	kgm ²	700
m_b	Bogie mass	kg	2500
I_b	Bogie yaw inertia	kgm ²	2300
m_v	Body mass	kg	11000
K_y	Primary lateral stiffness per wheelset	kN/m	4000
K_p	Primary yaw stiffness per wheelset	kNs/rad	2500
K_{ylb}	Secondary lateral stiffness per bogie of left	kN/m	500
K_{yrb}	Secondary lateral stiffness per bogie of right	kN/m	500
C_{ylb}	Secondary lateral damping per bogie of left	kNs/m	30
C_{yrb}	Secondary lateral damping per bogie of right	kNs/m	30
C_{pylb}	Secondary anti-yaw damping per bogie of left	kNs/m	500
C_{pyrb}	Secondary anti-yaw damping per bogie of right	kNs/m	500
f_{11}	Longitudinal creep coefficient	MN	7.44
f_{22}	Lateral creep coefficient	MN	6.79
a_0	Semi-wheel spacing	m	1.05
l_0	Half gauge	m	0.75
λ	Conicity		0.15
v	Vehicle forward velocity	m/s	40
r_0	Wheelset radius	m	0.37

3.2 EKF アルゴリズム

ここでは、拡張カルマンフィルタ (EKF) を使用して未知のクリープ係数の変化を推定することを考える。EKF アルゴリズム³⁾を使用して状態量と同時に未知の係数を同時に推定することが可能になる。

状態方程式と観測方程式は次式となる。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(\theta)\mathbf{x}_k + \mathbf{G}(\theta)\mathbf{u}_k + \mathbf{D}(\theta)\mathbf{w}_k \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(\theta)\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (9)$$

$$\mathbf{E}[\mathbf{w}_i\mathbf{w}_j] = \mathbf{Q}_w\delta_{ij}, \quad \mathbf{E}[\mathbf{v}_i\mathbf{v}_j] = \mathbf{Q}_v\delta_{ij} \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{w}_k 、 \mathbf{v}_k はガウス白色雑音であり、互いに独立である。

ここで、

$$\mathbf{x}_k = [y_{w1} \quad \dot{y}_{w1} \quad \Psi_{w1} \quad \dot{\Psi}_{w1} \quad y_{w2} \quad \dot{y}_{w2} \quad \Psi_{w2} \quad \dot{\Psi}_{w2} \quad y_b \quad \dot{y}_b \quad \Psi_b \quad \dot{\Psi}_b \quad y_v \quad \dot{y}_v]^T$$

$$\mathbf{y}_k = [y_{w1} \quad \dot{y}_{w1} \quad \Psi_{w1} \quad \dot{\Psi}_{w1} \quad y_{w2} \quad \dot{y}_{w2} \quad \Psi_{w2} \quad \dot{\Psi}_{w2} \quad y_b \quad \dot{y}_b \quad \Psi_b \quad \dot{\Psi}_b \quad y_v \quad \dot{y}_v]^T$$

$$\mathbf{c} = \theta$$

観測するパラメータ \mathbf{c} を推定する状態方程式と観測方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(\theta_k)\mathbf{x}_k + \mathbf{G}(\theta_k)\mathbf{u}_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}(\theta_k) \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{w}_k \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(\theta_k)\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (12)$$

使用した時間更新式、観測更新式は次式となる。

(時間更新式)

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ \hat{\theta}_{k|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(\hat{\theta}_{k-1|k-1}) & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \\ \hat{\theta}_{k-1|k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}(\hat{\theta}_{k-1|k-1}) \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{k-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{D}_{k-1}\mathbf{Q}_{w-1}\mathbf{D}_{k-1}^T \quad (14)$$

ここで、

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(\theta) & \frac{\partial}{\partial \theta}(\mathbf{F}(\theta)\mathbf{x} + \mathbf{G}(\theta)\mathbf{u}_k) \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k} \\ \theta=\hat{\theta}_{k|k}}}$$

(観測更新式)

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \Psi_{k|k-1}^T \mathbf{R}_k^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_k = \Psi_{k|k-1} \mathbf{P}_{k|k-1} \Psi_{k|k-1}^T + \mathbf{Q}_v \quad (16)$$

$$(17)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \\ \hat{\theta}_{k|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ \hat{\theta}_{k|k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_k [y_k - \mathbf{H}(\hat{\theta}_{k|k-1})\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \Psi_{k|k-1} \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (20)$$

ここで、

$$\Psi_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\theta) & \frac{\partial}{\partial \theta}(\mathbf{H}(\theta)\mathbf{x}) \end{bmatrix} \Bigg|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\ \theta=\hat{\theta}_{k|k-1}}} \quad (21)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 、 $\hat{\theta}_{k|k}$ は EKF により計算された状態推定量を表す。

4. シミュレーション

4.1 シミュレーション条件

直線区間を144km/hで走行中にブレーキをかけた後、発生する f_{11} と f_{22} のクリープ係数を同時に変化させクリープ係数を推定するシミュレーションを行った。シミュレーション時間は15秒で、走行開始から5秒後にクリープ係数が通常状態(100%)から40%に減少し、10秒後に40%から60%まで増加するシミュレーションを行う。シミュレーションにクリープ係数の変化度合いを図4に示す。

観測値の数によって推定精度が変わるか検討するために3パターンのシミュレーションを行った。

- 1) 輪軸左右変位, 輪軸左右速度, 輪軸ヨー角, 輪軸ヨー角速度, 台車左右変位, 台車左右速度, 台車ヨー角, 台車ヨー角速度, 車体左右変位, 車体左右速度を観測する (パターンA) .
- 2) 台車左右変位, 台車左右速度, 台車ヨー角, 台車ヨー角速度, 車体左右変位, 車体左右速度を観測する (パターンB) .
- 3) 台車左右変位, 台車左右速度, 車体左右変位, 車体左右速度を観測する (パターンC) .

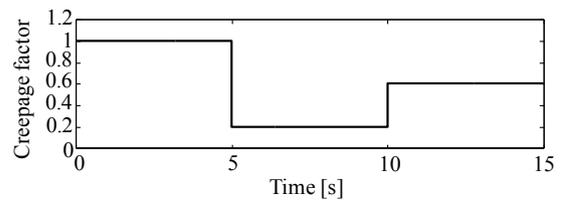


Fig.4 Estimation of Creep factor

4.2 シミュレーション結果

- 1 車両モデルの入力波形, 車体左右変位を

それぞれ図 5, 図 6 に示す.

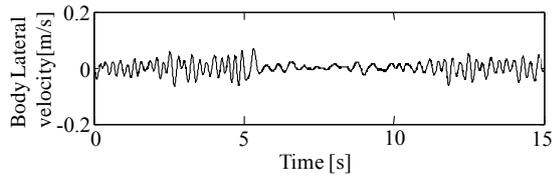


Fig.5 Body lateral displace

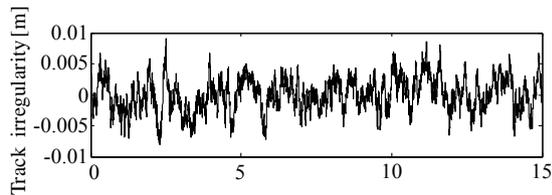


Fig.6 Track irregularity

4.3 シミュレーション推定結果

それぞれパターン A の推定結果を図 6, パターン B の推定結果を図 7, パターン C の推定結果を図 8 に示す.

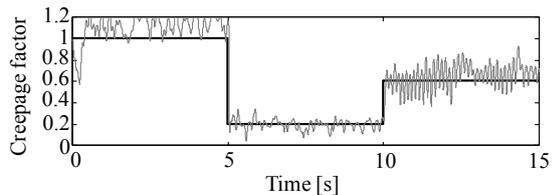


Fig.7 Estimation of Creep factor using EKF
Creep factor: Step change, Track condition:
Uniform CaseA

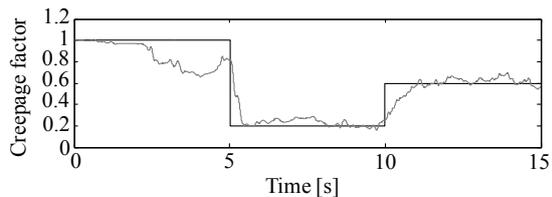


Fig.8 Estimation of Creep factor using EKF
Creep factor: Step change, Track condition:
Uniform CaseB

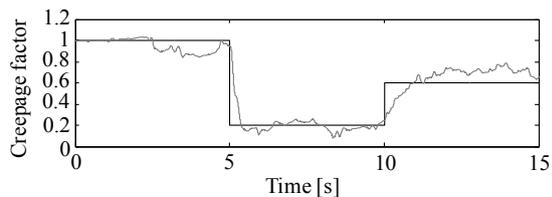


Fig.9 Estimation of Creep factor using EKF
Creep factor: Step change, Track condition:
Uniform CaseC

4.4 推定結果の評価

パターン A, B, C いずれもは, 比較的精度良く推定できている. パターン B とパターン C の比較結果から, 推定精度にヨー運動は関係しにくいことがわかった. 簡易的な結果を求める場合であれば, 台車左右と車体左右の 4 状態量の観測で十分であることがわかった.

5. 結 言

本研究では, 摩擦力とクリープ力が同一の関係にあることから, 摩擦係数が低下した時にクリープ係数も低下すると仮定し, EKF を使用して鉄道車両のクリープ係数の変化推定方法について検討した. 1 車両モデルを作成し, 半車両モデルを推定用モデルとし, EKF アルゴリズムを構築した. その結果, クリープ係数推定が可能であることがわかった.

「参考文献」

- 1) STEFANO BRUNI, ROGER GOODALL, TX MEI, HITOSHI TSUNASHIMA, Control Monitoring for Railway Vehicle , Dynamics, State of the Papers of the 20th IASD Symposium, Volume 45, (2007)
- 2) 土井久代, 宮本岳史, 他, 車輪とレールの間のクリープ力, RRR2008.8, (2008), pp.6-9
- 3) P.Li, R.Goodall, V.Kaderkaman ath an, Estimation of parameters in a linear state space Model using a Rao-Blackwellised particle filter, IEE Proc-Control Theory Appl, Vol.151, No.6, (2004)