ISSN 2186-5647

P-71

信号伝播することによって変化する樹状経路形成のシミュレーション

日大生産工（院）　○末永 裕之　　東北大学　元池 育子
日大生産工　　野々村 真規子

1. はじめに

神経細胞や血管、肺、葉脈、粘菌などは樹状という不思議な形状をしている。これらの樹状経路はその上を信号が伝播することによって少しずつ形を変化させていることが知られている。この樹状という形状をとることによる利点はどのようなものがあるのか、またその形状変化に法則などはあるのかどうか、といったことを簡単な数理モデルを用いた数値計算により、樹状経路構造と信号伝播のシミュレーションをしていく。

2. モデル方程式

文献 1)のモデルをもとに数値計算を行い、樹状経路形成と経路上をはしる信号伝播を再現した。系の記述には時空間状態を離散化したセルオートマトン法を用いる。

樹状の経路形成には、経路形成因子a_{ij}と成長痕因子w_{ij}、成長促進因子f_{ij}の３変数を用いる。経路上を走る信号伝播には、興奮系の一般的なモデルである活性因子u_{ij}と抑制因子v_{ij}の２変数を使用している。

まずは、信号電波履歴に依らない形状形成ダイナミクスのみの場合の数値計算を行った。経路形成因子が成長促進因子を取得し成長痕因子を残しながら樹状経路を形成していく様子を表した式を次に示す。1)

$$\begin{aligned}&\text{If } [f_{ij}(t) \geq f_c \quad and \quad E^a_{ij}(t) > a_c] \text{ then}\\&\qquad \Rightarrow a_{ij}(t+1) = 1\\&\quad \text{else If } (a_{ij}(t) = 1) \quad \text{then}\\&\qquad \Rightarrow a_{ij}(t+1) = 0,\ w_{ij}(t+1) = 1\end{aligned} \tag{1}$$

成長促進因子f_{ij}の拡散していく様子を表した式を以下に示す。

$$f_{ij}(t+1) = \max\left[\frac{1}{\#N_{fr(kl-ij)\leq R_f}}\Sigma f_{kl}(t) - f_{cons}a_{ij}(t), 0\right] \tag{2}$$

ここで、E^a_{ij}はセル$(\mathrm{i,j})$との距離がR_a以下となるすべてのセル$(\mathrm{k,l})$でのa_{kl}の和を、$\#N_{fr(kl-ij)\leq R_f}$はセル$(\mathrm{i,j})$との距離がR_f以下となるセル$(\mathrm{k,l})$の数を表す。

以上の式を用いて数値計算を行った。パラメータの値は$R_a = 2$、$R_f = 9$、$f0 = 65$、$f_c = 50$、$a_c = 1$、$f_{cons} = 50$とした。初期値は、図の中心部分の４セルで$a_{ij} = 1$、それ以外のセルで$a_{ij} = 0$とし、全てのセルで$w_{ij} = 0$とした。式(1)と式(2)を用いて、１００ステップまで計算した結果を図１に示す。$w_{ij} = 1$となるセルを黒で表示している。図２にR_a/R_fと$f0$を変えた場合の結果を示す。右上に行くほど枝分かれが多くなり最終的に黒い円のようになってしまうことがわかる。$\mathrm{R_a} = 2$、$\mathrm{R_f} = 9$、$\mathrm{f0} = 65$の付近できれいな樹状経路が形成されている。

Simulation of dendritic path formation varied by the signal propagation
Hiroyuki SUENAGA, Makiko NONOMURA, Ikuko N. MOTOIKE

図 1：樹状形成ダイナミクスのみの場合の樹状経路形成

次に信号伝播との相互作用があり、場の中心から定期的に信号が送られてくる場合の数値計算を行った。活性因子u_{ij}と抑制因子v_{ij}を用いた式を次に示す。

If $(u_{ij}(t) = 0)$ then

$$\Rightarrow \quad v_{ij}(t+1) = \max[v_{ij}(t) - g_{dw}, 0]$$

If $(v_{ij}(t) \le V_{exc}$ and $E^u_{ij} \ge k_{exc})$ then

$$\Rightarrow u_{ij}(t+1) = 1 \qquad (3)$$

If $\left(u_{ij}(t) = 1\right)$ then

$$\Rightarrow u_{ij}(t+1) = \min[v_{ij}(t) + g_{up}, V_{max}]$$

If $\left(v_{ij}(t) \ge V_{rec}\right)$ then

$$\Rightarrow u_{ij}(t+1) = 0 \qquad (4)$$

隣接する対象のセルと減衰定数にいける波の伝播履歴S^u_{ij}の時間発展は

$$S^u_{ij}(t+1) = S^u_{ij}(t) + m_u E^u_{ij}(t) - 1 \qquad (5)$$

とした。式(1)に、成長痕因子から経路形成因子に変換可能な波の信号伝播の効果を加えた式は以下のとおりである。

If $([f_{ij}(t) \ge f_c \quad and \quad S^u_{ij}(t) > S_c]$ and

$[E^a_{ij}(t) > a_c \quad or \quad w_{ij}(t) > 0])$ then

$$\Rightarrow a_{ij}(t+1) = 1, \ S^u_{ij}(t+1) = 0$$

else If $a_{ij}(t) = 1$ (6)

3. まとめ

樹状の枝分かれした分岐形状は経路形成因子が成長促進因子を取得しようと競い合った際の成長痕の空間分布として形作られている。その形状特性は、経路形成因子の易動度や成長促進因子の初期値などに依存していることがわかった。学術講演会では。式(3)-(6)を用いた数値計算結果や信号伝搬による経路の縮退効果等について紹介する。

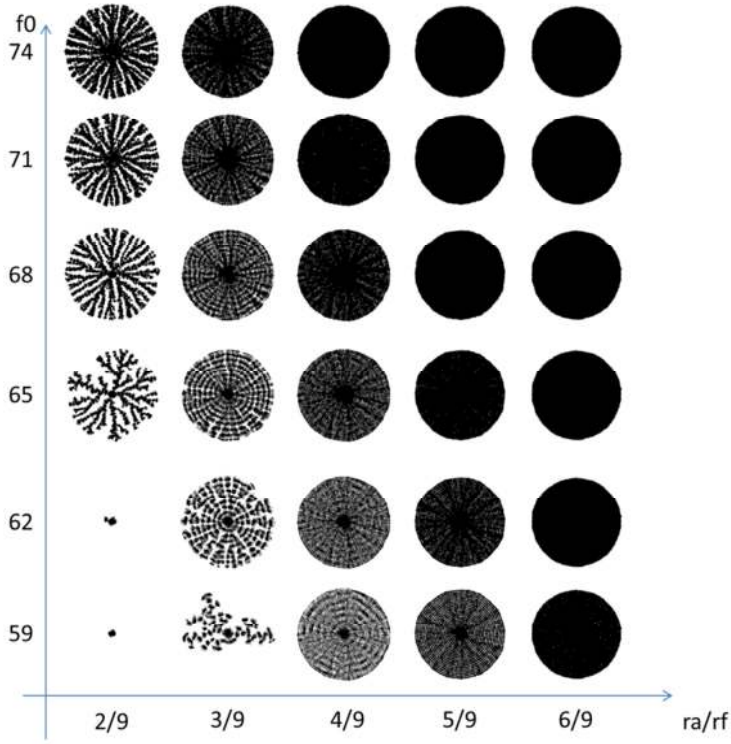

図２：信号伝播なし

参考文献

1) Ikuko N. Motoike and Hisako Takigawa-Imamura:PHYSICAL REVIEW E 82 (2010).