ISSN 2186-5647

2-43

双曲型重み関数を利用したMPS法による3次元流体シミュレーション

日大生産工（院）　○林 侑希　日大生産工　豊谷 純
日大生産工　角田 和彦

1. はじめに

近年，数値解析を行うにあたり，差分法や有限要素法等の手法が用いられてきた．しかし，大変形問題や自由表面を扱う問題の際に解析が困難なことがあるため，最近では連続体を粒子で表し，解析を行う粒子法[1]に注目が集められている．現在，粒子法は圧力計算に信頼性がなく，工業的な利用が難しいと言われている．そこで，本研究では圧力計算の向上を図るため，粒子間相互作用に用いられる重み関数の検討を試みる．重み関数には対数型や双曲型を扱った関数が提案されており[2][3]，その中でも双曲型重み関数は特性値 κ，影響半径 r_e の変化に伴い，圧力に多大な影響を及ぼすため，さらなる検討が必要である．また，密度計算の高精度化[4]や圧力補間粒子の半減化[2]の兼ね合いの調査も行う必要がある．

本研究では，安定化手法を取り入れた粒子法を用い，双曲型重み関数についての検証を行う．また，パラメータ値を検討することにより，今後のモデルへの適用も考える．

2. SI-MPS法とE-MPS法

MPS法は流体解析や構造解析に用いられる代表的な粒子法の1つである．従来，圧力計算を半陰的に解く，SI-MPS(Semi-Implicit MPS)法[1]として扱われてきたが，近年では計算速度の向上のため，圧力を陽的に解く，E-MPS(Explicit MPS)法[5]が提案されている．

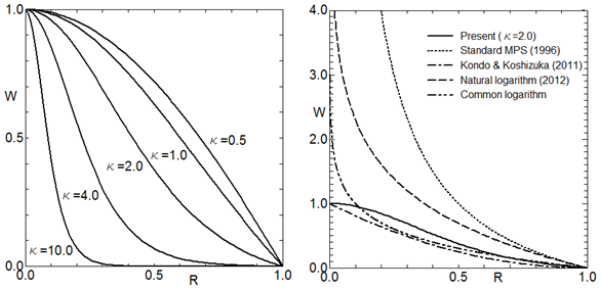
MPS法では微分方程式に現れる勾配，発散，ラプラシアン等に対して，それぞれ粒子間相互作用モデルを用意し，これらを用いて微分方程式の離散化を行う．粒子間相互作用モデルとして，式(1)のような重み関数を用いることが多いが，安定化の手段として式(2)，式(3)の対数型，双曲型の重み関数が提案されている[2][3]．本研究では，まだ未検討な箇所が多く含まれている式(3)の重み関数を用い，解析を行う．図1(a)に式(3)の重み関数の κ を変化させた場合のグラフ，図1(b)に従来の重み関数との比較を示す．

ただし，r は粒子間距離，r_e は影響半径を表す(図2参照)．

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - 1 & (0 \le r < r_e) \\ 0 & (r_e \le r) \end{cases} \quad (1)$$

$$w(r) = \begin{cases} \log \dfrac{r_e}{r} & (0 \le r < r_e) \\ 0 & (r_e \le r) \end{cases} \quad (2)$$

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{\sec h^2\left(\dfrac{\kappa r}{r_e}\right) - \sec h^2(\kappa)}{1 - \sec h^2(\kappa)} & (0 \le r < r_e) \\ 0 & (r_e \le r) \end{cases} \quad (3)$$



(a) κ による比較　(b)重み関数の比較

図1. 重み関数

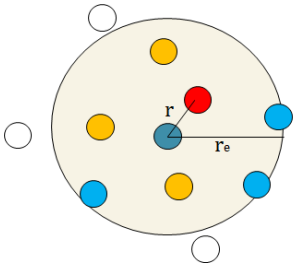


図2. 粒子間相互作用

3D Fluid Flow Simulation by MPS Method Using Hyperbolic-type Weighting Function

Yuki HAYASHI, Jun TOYOTANI and Kazuhiko KAKUDA

以下に示す式(4)は勾配モデル，式(5)はラプラシアンモデル，式(6)はラプラシアンモデルにおいての統計的な分散の増加を解析解と一致させるための係数を表す．

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \phi_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i)\ w(|r_j - r_i|) \right] \tag{4}$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} \left[(\phi_j - \phi_i)\ w(|r_j - r_i|) \right] \tag{5}$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |r_j - r_i|^2\ w(|r_j - r_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|)} \tag{6}$$

MPS 法には粒子同士が重ならないように接近の最低を決めるパラメータを設定する必要がある．本研究で扱う双曲型重み関数を使用した際の粒子最低接近距離 minlen についての検証も試みる．

E-MPS法[5]では，式(7)の圧力勾配の計算に用いる重み関数と式(8)のそれ以外の計算に用いる重み関数の2種類に分け，計算が行われる．本研究では，式(3)の双曲線の重み関数を利用し，圧力勾配の計算には κ =4.0，それ以外の計算には κ =3.0の重み関数を用いる．

$$w_{grad}(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - \dfrac{r}{r_e} & (0 \le r < r_e) \\ 0 & (r_e \le r) \end{cases} \tag{7}$$

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - \dfrac{r}{r_e} - 2 & (0 \le r < r_e) \\ 0 & (r_e \le r) \end{cases} \tag{8}$$

3. 安定化手法

従来の式の圧力のポアソン方程式では，圧力の安定性が非常に低い．そのため，密度の時間的変化を高精度化した手法が提案されている[4]．本研究ではこの手法を利用する．また，安定性が高くなる値として，β =0.5，γ =0.05 を使用する．

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 P^{k+1} = -\frac{n_i^* - 2n_i^k + n_i^{k-1}}{n^0 \Delta t^2} - \frac{\beta}{\Delta t} \frac{n_i^k - n_i^{k-1}}{n^0 \Delta t} + \frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_i^k - n^0}{n^0} \tag{9}$$

有限要素法では，数値振動を抑制する方法として流速の補間に対し，圧力の補間関数を1次下げる方法が用いられる．この手法を粒子法に応用するため，圧力を求める際の粒子間探索半径を半分にすることが行われている（図2参照）[2]．本研究では，この手法も取り入れることにより，さらなる安定化を目指す．

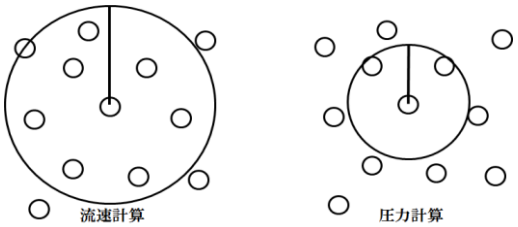


図3. 圧力補間粒子の半減

4. 数値計算例

本研究では，検証するための 3 次元解析モデルとして，自由表面を有する水柱崩壊問題を利用する．水柱崩壊問題は，水柱が重力の影響を受け，時間と共に崩れていくものである．図 4 には，水柱崩壊モデルの初期状態を示す．また，表 1 に粒子数等の各諸量，図 5 に圧力値の色分けを示す．

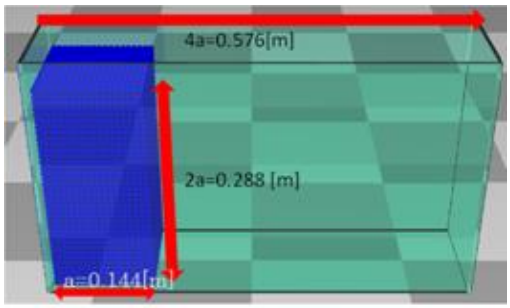


図4. 水中崩壊モデル

表1. 計算条件

	MPS法
総粒子数	62688
粒子間距離	0.008 m
密度	1000 kg / m^3
重力	9.8 m / s^2

図5. 圧力値の色分け

図 6，7，8 に水柱崩壊解析の結果（左上：κ =1.0，右上：κ =2.0，左下：κ =3.0，右下：κ =4.0）を示す．また，図 6，図 7，図 8 は，初期状態からの時間移動を表し，それぞれ 0.1 秒，0.2 秒，0.3 秒である．

κ の値が高くなるにつれ，圧力値がそれぞれ低くなっていることが確認できる．双曲型関数は圧力値の設定が簡易にでき，柔軟に対応できる可能性が秘められている．しかし，2 次元解析の際は圧力値が不安定になるため，注意しなければならない（図 9 参照）．

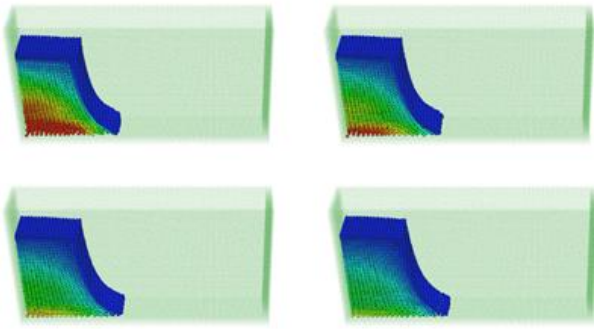


図6.　κ 値の比較（0.1s）

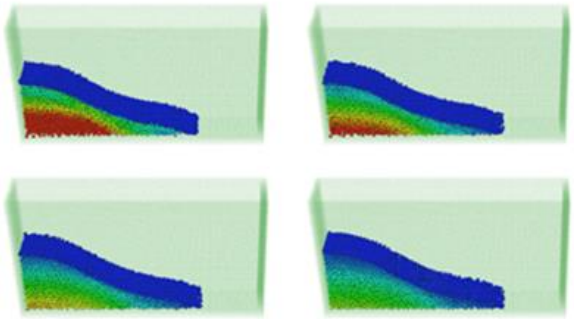


図7.　κ 値の比較（0.2s）

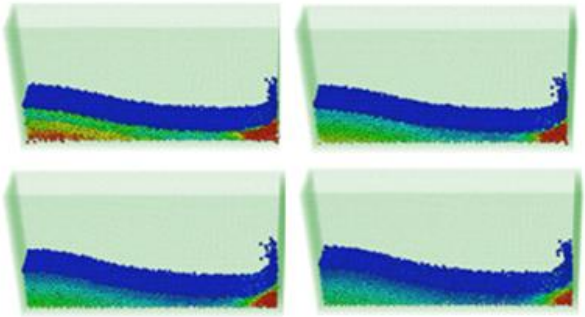


図8.　κ 値の比較（0.3s）

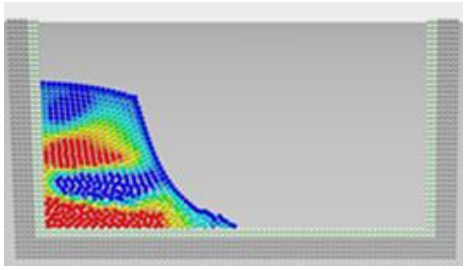


図9.　2 次元解析よる κ =4.0（0.1s）

図 10 に標準重み関数，双曲型重み関数を用いた解析データとして，それぞれ崩壊した水柱の右先端の長さを測定し，実験値（Scale 1.125, 2.25 インチ）[6] との比較を示す．2 次元解析では κ が高くなるにつれて実験値に近づいていていることが確認されていたが [3]，3 次元解析では κ が低くなるにつれて，実験値に近づくことが確認された．双曲型重み関数は次元を変化させると影響半径に影響を及ぼすため，κ の値を考慮する必要となってくると考えられる．

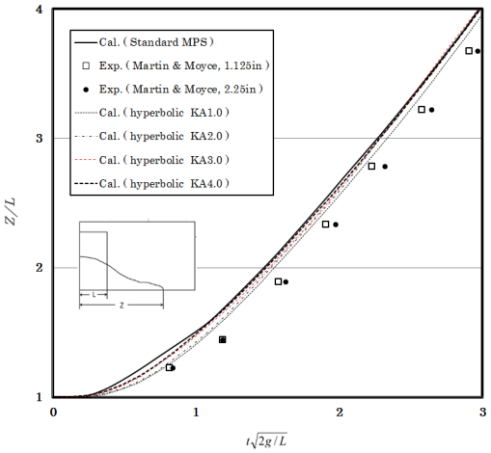


図10.　κ 値における実験値との比較

図 11 に粒子最低接近距離における水柱崩壊解析の結果（左上：minlen＝0.5，右上：minlen＝0.8，左下：minlen＝0.9，右下：minlen＝0.99）を示す．また，時間は 0.6 秒による解析結果を示す．接近距離を近づかせる（minlen を上げる）ことで，粒子の飛翔具合が抑えられることがわかる．これより，流体挙動の複雑な解析を行う事例などでは，こちらのパラメータを検討することで，問題解決に繋げられると考えられる．

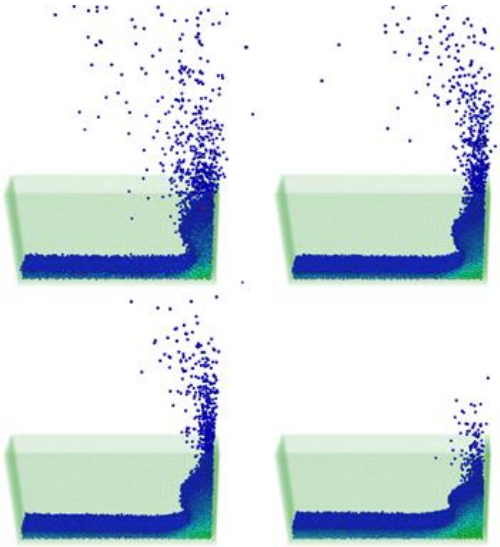


図11.　最低接近粒子の比較

図 12 に図 8 と同様な水柱先端の比較を示す（minlen 値：0.5，0.6，0.7，0.8，0.9，0.99）．接近距離を近づかせることで，実験値よりになることがわかる．しかし，接近距離を近づかせると流体が固まりのような挙動になるため，注意が必要である（図 11 参照）．

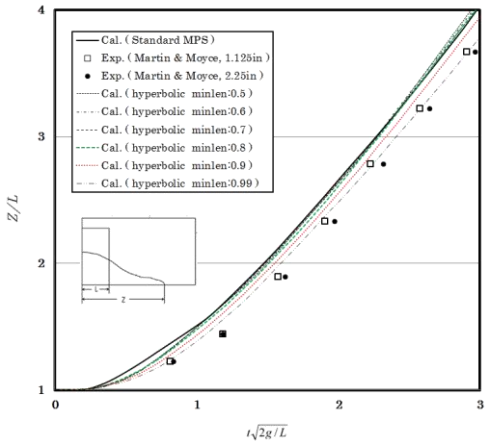
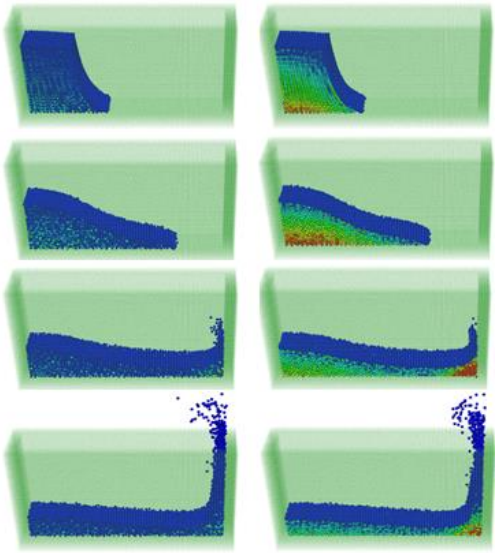


図12. 最低接近粒子における実験値との比較

図13にE-MPS法における水柱崩壊解析の結果（a：オリジナル，b：双曲型）を示す．それぞれ，0.1秒，0.2秒，0.3秒，0.4秒における時間変化である．オリジナルでは圧力分布が激しくばらついていたが，双曲型は多少抑えられている．しかし，SI-MPS法のように安定化手法を取り入れていないため，まだ圧力が不安定であり，不十分なところがある．



(a)オリジナル　　(b)双曲型

図13. EMPS法による解析結果

図 14 に図 8 と同様な水柱先端の比較を示す（SI-MPS：標準重み関数，E-MPS：標準重み関数，双曲型重み関数）．オリジナルの E-MPS 法は SI-MPS 法より，実験値から遠のいているが，双曲型重み関数を利用した E-MPS 法では実験値に 0.15 秒あたりから実験値よりになっていることが確認できた．今後，E-MPS 法も安定化手法を取り入れることで，実験値に近づけさせることが期待される．

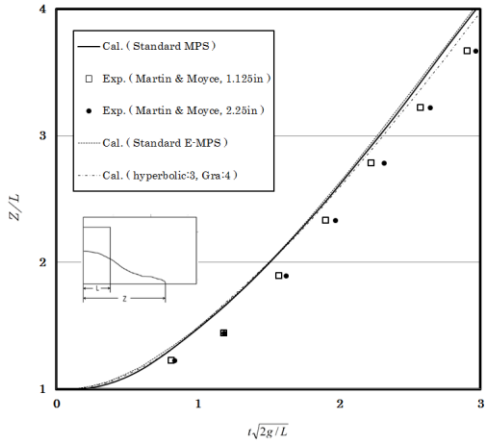


図14. EMPS法における実験値との比較

5. おわりに

本研究では安定化手法を取り入れたMPS法を用いて，双曲型重み関数についての比較検証を行った．特性値 κ により，圧力値の設定が簡易にできることが確認できた．また，次元が変更されると，影響半径reにも影響を及ぼすため，次元ごとに適正な値を検討する必要が見られた．E-MPS法では双曲型重み関数を利用することで，圧力分布の激しさを抑えることができた．

今後は，2次元解析や影響半径を変更した際の κ の適正値を検討していきたい．それから，液封式真空ポンプなどにも適用し，比較検討したい．

参考文献

1) S. Koshizuka, and Y. Oka, “Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid”, Nuclear Science and Engineering, 123, pp. 421-434, (1996)
2) 小原俊介，角田和彦，豊谷純，複雑流れの3 次元粒子法シミュレーション及び物理ベースCGに関する研究，日本大学生産工学研究科修士論文，(2012)
3) 椎名秀昌，林侑希，角田和彦，ニューラルネットに基づく双曲型重み関数を用いた粒子法シミュレーション，日本大学生産工学部第46回学術講演会，(2013)
4) M. Kondo and S. Koshizuka, “Improvement of Stability in Moving Particle Semi-Implicit Method”, Int. J. Numer.Meth.Fluids, vol. 65, pp.638-654, (2011)
5) 山田祥徳，酒井幹夫，Explicit-MPS法による三次元自由液面流れの数値解析，日本原子力学会和文論文誌, vol.10, No3, pp.185-193 , (2011)
6) J. C. Martin and W. J. Moyce, An Experimental Study of the Collapse of Liquid Columns on a Rigid Horizontal Plane, The Royal Society, vol. 244, no. 882, pp. 312-324, (1952)