車体振動加速度を用いた軌道狂いの推定手法に関する研究

日大生産工(院) ○浅見 祥平 JR 東海(株) 永沼 泰州 日大生産工 綱島 均

1 まえがき

鉄道車両を安全かつ快適に走行させるため には、軌道の維持管理が必要不可欠であり、高 頻度で軌道の状態を監視することが望ましい. 現在、新幹線軌道において、軌道狂いの計測は 「軌道検測車」と「営業列車」により行われて いる¹⁾. 軌道検測車による検測は精密な軌道検 査が可能となっているが、運用コストや維持管 理などの点から、計測頻度は制限されている. これを補間するため、高頻度な軌道状態監視を 目的に、複数編成の営業列車に計測装置を搭載 し、測定した軸箱加速度から慣性測定法により 軌道狂い波形を得ている²⁾. もしも車体にセン サを搭載し、測定した車体動揺を軌道状態監視 に用いることができるなら、営業列車による状 態監視の省メンテナンス化が期待できる.

そこで筆者らは、カルマンフィルタを用いて 車体動揺から軌道狂いを推定する手法を開発 中である³⁾. 先行研究³⁾において、一定速度条件 で車体振動加速度から高低狂いを良好な精度 で推定できることが確認されているが、実務で の使用には速度変化に対応することが必要不 可欠である.本稿では、速度変化に対応した推 定手法を考案し、走行速度の変化時における車 体振動加速度から高低狂いを推定する理論検 討を行った結果について紹介する.

2 理論検討の手順

本研究では、車体振動加速度から高低狂いを 推定する理論検討を以下(a)~(e)に示す手順で 行った.なお、本稿では、「10m弦高低狂い」 の原波形を「軌道形状」と呼ぶ.

- (a) 2階の微分方程式で表される車両モデルの 運動方程式を離散化し,状態方程式を求め る.
- (b) 軌道形状を(a)の車両モデルに入力し、後部台車直上の車体振動加速度を算出する. この車体振動加速度に正規分布ノイズを加え、観測値とする.

- (c) カルマンフィルタを用いて,(b)で観測値 とした車体振動加速度から軌道形状を推 定する.
- (d) (b)の軌道形状と(c)で推定した軌道形状を 10m弦高低狂いに換算する.
- (e) (d)で求めた10m弦高低狂いを比較することで推定精度の評価を行い,本研究における推定手法の有効性を確認する.
- 3 車両モデル構築と車体振動加速度の算出3.1 車両モデル

本研究で使用する車両モデルを図1に示す. モデルは、車体2自由度(上下動、ピッチ)、 各台車2自由度(上下動、ピッチ)の合計6自由 度を考慮した.ここで、 Z_c は車体の上下動、 Z_1 は前台車、 Z_2 は後台車の上下動を表す.また、 θ_c は車体のピッチ角、 θ_1 は前台車、 θ_2 は後台車 のピッチ角を表す. r_{1a} 、 r_{1b} 、 r_{2a} 、 r_{2b} は各輪軸に与 えられる鉛直方向の入力である.また、各パ ラメータを表1に示す.パラメータは実際の新 幹線車両を想定した.

3. 2 状態方程式

車両モデルに軌道形状を強制変位として入 力した場合の運動方程式は(1)式となる.

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{\ddot{Z}}(t) + \boldsymbol{C}\boldsymbol{\dot{Z}}(t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{Z}(t) = \boldsymbol{D}\boldsymbol{\dot{r}}(t) + \boldsymbol{E}\boldsymbol{r}(t)$$
(1)

ここで、 $Z^{T}(t)=[Z_{c} l_{c} \theta_{c} Z_{t1} l_{t} \theta_{t1} Z_{t2} l_{t} \theta_{t2}], r^{T}(t)=[r_{1a} r_{1b} r_{2a} r_{2b}]$ となる(M, C, K, D, Eは文献(2)を 参照).車両運動シミュレーションなどの時系 列解析の問題は,状態空間モデルを用いること によって状態推定の問題として定式化できる. (1)式に対してニューマーク β 法($\gamma=1/2$, $\beta=1/6$) を用いてデータ間隔hで離散化すれば,状態方 程式と観測方程式が得られる.

$$\boldsymbol{x}_{n} = \boldsymbol{F} \boldsymbol{x}_{n-1} + \boldsymbol{G} \boldsymbol{u}_{n-1} + \boldsymbol{w}_{n-1}$$
(2)

$$\boldsymbol{y}_n = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{v}_n \tag{3}$$

Estimation technique of track irregularity using car-body acceleration

Shohei AZAMI, Yasukuni NAGANUMA, and Hitoshi TSUNASHIMA

ここで, *x_n* は状態ベクトル, *u_n* は入力ベクト ル, *y_n* は出力ベクトルであり, *w_n*はシステム ノイズ, *v_n*は観測ノイズである.また, Fは状 態遷移行列, Gは入力行列, Hは観測行列であ る.状態遷移行列Fと入力行列Gは,以下の行 列A,B,Cを用いてF=B⁻¹A, G=C⁻¹Aとなる.

$$A = \begin{bmatrix} I & 0 & -\beta h^{2} \\ 0 & I & -0.5h \\ K & C & M \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} I & h & (0.5 - \beta)h^{2} \\ 0 & I & 0.5h \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F & D \end{bmatrix}$$
(4)



Table.1 Vehicle parameters						
Symbol	Description	Value	Unit			
m_c	Car-body mass	26514	kg			
m_t	Bogie mass	3005	kg			
I_c	Car-body pitch inertia	1400000	kgm ²			
I_t	Bogie pitch inertia	4695.3	kgm ²			
$2l_c$	Car-body base	17.5	m			
$2l_t$	Wheel base	2.5	m			
k_p	Primary suspension vertical stiffness	2488	kN/m			
k_s	Secondary suspension vertical stiffness	620	kN/m			
c_p	Primary suspension vertical damping	170	kNs/m			
c_s	Secondary suspension vertical damping	30	kNs/m			

3.3 車体振動加速度の算出

本研究では、車体振動加速度から高低狂いの 推定を行う理論検討として、本来、センサで測 定する車体振動加速度には車両モデルから算 出した車体振動加速度にノイズを加えたもの を使用し、シミュレーションを行う.図2に車 両モデルに入力した軌道形状、図3に車体振動 加速度の算出時における走行速度、図4に算出 した車体振動加速度を示す.走行速度の変化区 間における加速度は理論検討のため、等加速度 とし、速度領域と新幹線車両の加速度性能から 0.6km/h/sとした.算出した車体振動加速度を観 測値として用いるために加えた正規分布ノイズの標準偏差は $1.00 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ とした.



Fig.4 Car-body acceleration

4 カルマンフィルタを用いた高低狂い推定 4.1 カルマンフィルタ

車体振動加速度は測定が容易だが、その計測 波形は高低狂い波形とは異なる.よって、車体 振動加速度を軌道状態監視に用いるためには、 その計測波形から高低狂いを推定する手法が 必要となる.本研究では、車体振動加速度から 高低狂いの推定に代表的な状態推定手法であ るカルマンフィルタを用いる.カルマンフィル タを用いて高低狂いを推定するための状態空 間モデルを次式に示す⁴).

状態方程式

$$\begin{bmatrix} x_{n} \\ x_{n-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-L+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{n-1} \\ x_{n-2} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} (u_{n-1} + w_{n-1})(5)$$

観測方程式

$$\begin{bmatrix} y_n \\ y_{n-1} \\ \vdots \\ y_{n-L+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(L) & h(L-1) & \cdots & h(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ x_{n-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-L+1} \end{bmatrix} + v_n \quad (6)$$

ここで, x_nは軌道形状, y_nは車体振動加速度, v_nは観測ノイズである.通常,外部入力である 軌道形状u_nは既知の確定入力として扱われる ので,これを求めることはできない.そこで, (5)式のように軌道形状をu_nとプロセスノイズ w_nを加算してランダムウォークで表現した.観 測行列hは車体の単位インパルス応答,Lはその 総数である.カルマンフィルタのアルゴリズム を式(7)~(11)に示す.

一期先予測
$$\boldsymbol{x}_{n|n-1} = \boldsymbol{F} \boldsymbol{x}_{n-1|n-1} + \boldsymbol{G} \boldsymbol{u}_{n-1}$$
 (7)

$$\boldsymbol{P}_{n|n-1} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{P}_{n-1|n-1}\boldsymbol{F}^{T} + \boldsymbol{G}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{G}^{T}$$
(8)

$$\frac{\mathcal{T} \mathcal{I} \mathcal{V} \mathcal{P}}{\boldsymbol{K}_{n} = \boldsymbol{P}_{n|n-1} \boldsymbol{H}^{T} (\boldsymbol{H} \boldsymbol{P}_{n|n-1} \boldsymbol{H}^{T} + \boldsymbol{R})^{-1}$$
(9)

$$\boldsymbol{x}_{n|n} = \boldsymbol{x}_{n|n-1} + \boldsymbol{K}_{n}(\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_{n|n-1})$$
(10)

$$\boldsymbol{P}_{n|n} = \boldsymbol{P}_{n|n-1} - \boldsymbol{K}_n \boldsymbol{H} \boldsymbol{P}_{n|n-1}$$
(11)

ここで、状態遷移行列Fと入力行列Gおよび観 測行列Hは式(5),式(6)に示す通りである.また、 Pは誤差共分散行列、Kはカルマンゲイン、Q はプロセスノイズ、Rは観測ノイズの共分散行 列である.以上のアルゴリズムによって、車体 振動加速度から軌道形状を状態変数の一成分 として逐次推定する.

4.2 走行速度変化に対応した推定手法

走行速度は、車両特性に影響を与える.よっ て本研究におけるカルマンフィルタを用いた 軌道狂いの推定手法を走行速度の変化に対応 させるためには、速度毎にインパルス応答を切 り替える必要がある.インパルス応答の例とし て、走行速度270km/h時のインパルス応答を図5 に示す.理論上、全走行速度のインパルス応答 を用意することで対応できるが、保線実務での 使用を想定すると非現実的である.そこで本研 究では、走行速度5km/h刻みでインパルス応答 を用意し、一定速度範囲毎にインパルス応答を 切り替えることで走行速度の変化に対応した 高低狂いの推定を行う.





- 5 シミュレーション
- 5.1 評価波形

一般に、高低狂いは10m弦正矢の振幅により 計測・管理されている.そこで本研究では、高 低狂いの原波形である軌道形状を推定した後、 10m弦高低狂いに換算して比較と評価を行っ た.10m弦高低狂いを算出する式を以下に示す.

$$a(x) = b(x) - \frac{b(x+5) + b(x-5)}{2}$$
(12)

ここで, *a*(*x*)は10m弦高低狂い, *b*(*x*)は高低狂い 原波形となる.

5.2 高低狂いの推定結果

カルマンフィルタを用いて車体振動加速度 から推定した軌道形状と10m弦高低狂いを図6 に示す.また、図中には実測値を併記する.推 定におけるシステムノイズwnおよび観測ノイ ズ v_n の分散はそれぞれ σ_w^2 = 7.00×10⁻² m², $\sigma_{v}^{2} = 1.00 \times 10^{-3} (\text{m/s}^{2})^{2}$ とした.図6より、多少の 差異が見られるものの、軌道形状と10m弦高低 狂いの推定値は実測値を良く再現できている と考えられる.また、本研究における走行速度 の変化に対応した推定手法の有効性を確認す るために、同一区間を一定速度270km/hで走行 したと見なし、インパルス応答を切り替えずに 推定した結果を図7に示す.図7より、走行速度 と推定に用いたインパルス応答の速度差が大 きいほど, 軌道形状の推定精度が低下すること から,本研究における走行速度の変化に対応し た推定手法の有効性が確認できる.

5.3 推定結果の評価

本研究では,推定精度の評価方法として, MPC metrics⁵⁾を用いる.MPC metrics法は波形 の振幅と位相に着目して,2つの波形の相関性 を評価する手法である.各指標を算出する式を 以下に示す.

$$M = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{\sum m_i^2}} - 1$$
 (13)

$$P = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \frac{\sum e_i m_i}{\sqrt{\sum e_i^2 \sum m_i^2}}$$
(14)

$$C = \sqrt{M^2 + P^2} \tag{15}$$

ここで、eは推定値、mは実測値である.10m弦 高低狂いの推定結果にMPC metrics法を適用し た結果を表2に示す.各値は0に近いほど相関性 が高いことを示す.表2より、走行速度の変化 に対応した推定手法を用いた推定値と実測値 は振幅について高い相関性があることが分か



Fig.6 Simulation results with the proposed method





る. 位相については振幅と比較すると相関性が 劣るが,推定波形(図6)から許容できる範囲 であると考えられる.また,同一区間を一定速 度270km/hで走行したと見なし推定した結果で は,走行速度の変化に対応した推定手法を用い た結果と比較して,振幅についての相関性が低 下することがわかる.このことからも本手法の 有効性が確認できる.

Table.2	MPC	metrics
---------	-----	---------

	Magnitude	Phase	Combination
	М	Р	С
Estimation with the proposed method	0.0047	0.1941	0.1941
Estimation with the impulse response for 270km/h	0.0450	0.1890	0.1943

6 結言

本研究では、測定が容易な車体動揺を用いた 軌道状態監視手法の実現を目的とし、走行速度 の変化時における車体振動加速度から高低狂 いを推定する理論検討を行った.軌道形状をラ ンダムウォークモデルで表現し、状態方程式に 組み込むことで、カルマンフィルタによる逐次 推定を可能にした.また、観測方程式に用いる インパルス応答を走行速度5km/h刻みで用意し、 一定速度範囲毎に切り替えることで走行速度 の変化に対応した.その結果、走行速度の変化 時における車体振動加速度から、軌道形状と 10m弦高低狂いを良好な精度で推定すること ができた.走行速度の変化に対応することで、 本研究における軌道狂いの推定手法の軌道状 態監視への応用が期待できる.

今後は、実測の車体振動加速度と走行速度デ ータを用いることで、本研究の有効性を確認す るとともに、水準狂いなど他の軌道狂いの推定 にも取り組みたい.

「参考文献」

1) 中川正樹, 三輪昌弘, 高見沢実, 営業 列車を用いた軌道の状態監視, 第63回土木 学会年次学術講演会, (2008) pp.79-80.

2) 永沼泰州,小林幹人,中川正樹,奥村 隆之,新幹線営業列車での軌道計測,鉄道 と電気技術, Vol.19, No.12, (2008) pp.21-26. 3) Takahito Kobayashi, Yasukuni Naganuma, Hitoshi Tsunashima, "Condition Monitoring of Shinkansen Tracks Based on Inverse Analysis", CHEMICAL ENGINEERING TRANSACTIONS, Vol.33, (2013) pp.703 -708.

4) 永沼泰州,小林尊仁,綱島均,状態空間モデルを用いた軌道の状態監視,機械学会関東支部第18期総会講演会,(2012).

5) Ray, M. H., Anghileri, M. and Mongiardini, M., "Comparison of validation metrics using repeated Full-scale automobile crash tests", WCCM 8, (2008).