

東京スカイツリーの剛性非線形の数理モデル

日大生産工(院) ○柴田 拓実 日大生産工 高橋 亜佑美
日大生産工 見坐地 一人

1. はじめに

2011年3月11日に東北地方太平洋沖でM9の巨大地震が発生し、東日本一帯に大きな被害をもたらした。また、近年関東地方でも巨大地震が起これると言われている。

過去に我々はSimulinkを用いて、東京スカイツリーを10層に分割し、各層を質量、剛性、減衰で構成された、数理モデルとして表現した。その後、作成した数理モデルに東北地方太平洋沖地震の地震波を入力し、地震応答解析を行うことで各層における挙動を示した。

地震応答解析の際、スカイツリーの剛性特性は定数、つまり線形を用いていたが実際の剛性は、非線形を成しているケースが多い。そこで本研究では、スカイツリーモデルをより実物に近づけるため、スカイツリー剛性特性の非線形化を行う。その後、作成したモデルを用いて地震応答解析を行い、非線形化による有用性を確認する。

2. 解析手法

スカイツリーを数理モデル化する際に用いるSimulinkと、Simulinkでの計算で用いられる4次ルンゲクッタ法について述べる。

2.1 4次ルンゲクッタ法

4次ルンゲクッタ法とは常微分方程式を解くために傾きを重み付けし、平均化することで、次の時刻歴の値を予測する近似解析手法である。

2.2 Simulink

SimulinkとはMATLABのツールのごとくでブロックダイアグラムツールとブロックライブラリを使うことで、プログラムを書かずモデルを組み立ててシミュレーションすることができる。例として、Fig1に正弦波を表示するためのSimulinkモデルを示す。



Fig1. 正弦波を表示するためのSIMULINKモデル

3. バイリニア型剛性非線形特性

剛性定数の非線形化として、バイリニア(bilinear)型モデルを用いる。バイリニア型とは曲線を直線で近似的に示したものである。本研究ではバイリニア型で表現した。線形時の剛性を Fig2 に、バイリニア型の剛性を Fig3 に示す。

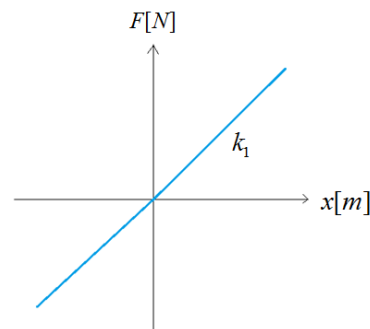


Fig2. 線形時の剛性

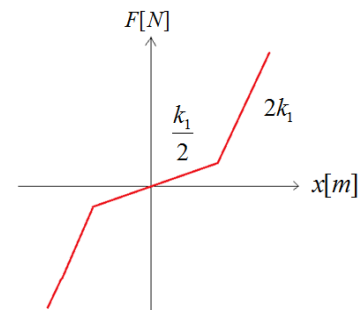


Fig3. バイリニア型の剛性

Fig2の k_1 は1層目の剛性定数である。線形時の最大変位を x_1 とする。バイリニア型では線形時の最大変位の半分までは剛性定数を $k_1/2$ 、最大変位の半分を超えたときの剛性定数を $2k_1$ とした。

4. 剛性非線形スカイツリーの数理モデル化

スカイツリーの数理モデル化はスカイツリーを10層に分割し、各層ごとに質量、剛

Mathematical model of non-linear stiffness of Tokyo Sky Tree

Takumi SHIBATA, Kazuhito MISAJI, Ayumi TAKAHASHI

性、減衰で構成されたバネマス質点系で表現した。Fig4に10層に分割したスカイツリーの模式図を示す。

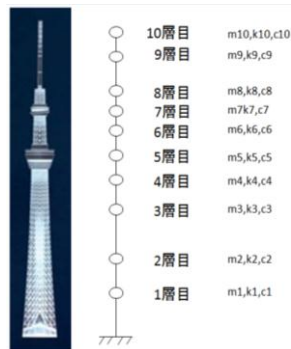


Fig4. 10層スカイツリーの模式図

Fig4の模式図から各層のつり合い式を求め、10層の運動方程式を立てると(1)式になる。

$$\left. \begin{aligned}
 m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{y}) + c_1\dot{x}_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\
 + k_1x_1 - k_2(x_2 - x_1) = 0 \\
 m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{y}) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) \\
 + k_2(x_2 - x_1) - k_3(x_3 - x_2) = 0 \\
 \vdots \\
 m_9(\ddot{x}_9 + \ddot{y}) + c_8(\dot{x}_8 - \dot{x}_7) - c_9(\dot{x}_9 - \dot{x}_8) \\
 + k_8(x_8 - x_7) - k_9(x_9 - x_8) = 0 \\
 m_{10}(\ddot{x}_{10} + \ddot{y}) + c_{10}(\dot{x}_{10} - \dot{x}_9) \\
 + k_{10}(x_{10} - x_9) = 0
 \end{aligned} \right\} \dots(1)$$

(1)式から Simulink を用いてスカイツリーモデルを作成する。作成した Simulink モデルを Fig5 に示す。

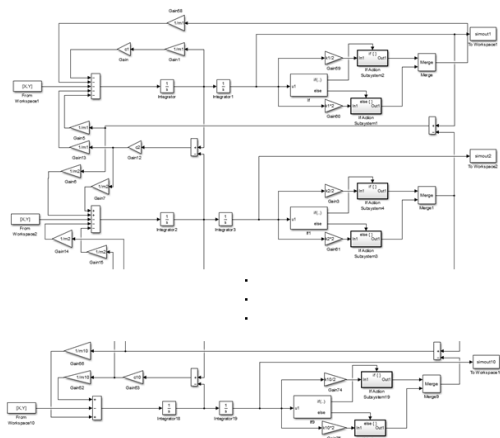


Fig5. 10層剛性非線形の Simulink モデル

5. 解析結果

作成した Simulink モデルに東北地方太平洋沖地震の地震波を入力することで各層の挙動を見ていく。ここでは最下層、最上層である1層目、10層目を見る。

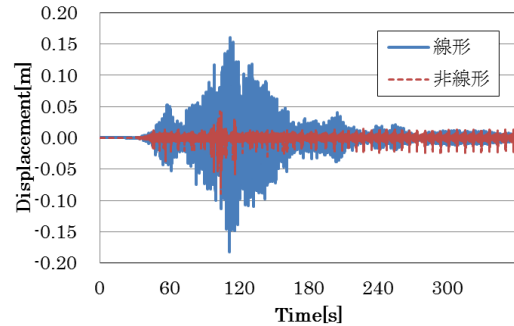


Fig6. 1層目変位の比較

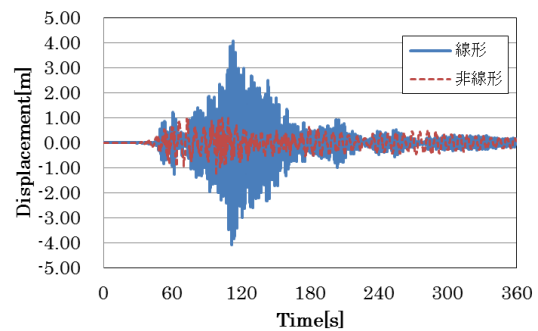


Fig7. 10層目変位の比較

Fig6より、1層目の変位は最大で0.15[m]から0.05[m]まで揺れを抑えられた。Fig7より、10層目の変位は最大で4.2[m]から1.0[m]に抑えられた。

6. 考察および結論

解析結果から以下のことがわかった。1層目、10層目共に60秒から120秒の変位を抑えることができた。これは変位の大きいところで剛性が2倍になったため、変位を抑えられたと考えられる。

今後は3次関数の形を成した非線形型の剛性特性を求め、地震応答解析を行い、有用性を検証していきたい。

参考文献

- 1) 青山貴伸(2007)「使える!MATLAB/Simulink プログラミング」講談社。