ISSN 2186-5647
－日本大学生産工学部第46回学術講演会講演概要（2013-12-7）－
P-61

信号伝播履歴を反映した樹状経路形成のシミュレーション

日大生産工（院）　○末永 裕之　　東北大学　元池 育子
日大生産工　　野々村 真規子

1. はじめに

神経細胞や血管、肺、葉脈、粘菌などは樹状という不思議な形状をしている。これらの樹状経路はその上を信号が伝播することによって少しずつ形を変化させていることが知られている。この樹状という形状をとることによる利点はどのようなものがあるのか、またその形状変化に法則などはあるのかどうか、といったことを簡単な数理モデルを用いた数値計算により、樹状経路構造と信号伝播のシミュレーションをしていく。

2. モデル方程式

文献 1)のモデルをもとに数値計算を行い、樹状経路形成と経路上をはしる信号伝播を再現した。系の記述には時空間状態を離散化したセルオートマトン法を用いる。

樹状の経路形成には、経路形成因子(a_{ij})と成長痕因子(w_{ij})、成長促進因子(f_{ij})の３変数を用いる。経路上を走る信号伝播には、興奮系の一般的なモデルである活性因子(u_{ij})と抑制因子(v_{ij})の２変数を使用している。

まずは、信号電波履歴に依らない形状形成ダイナミクスのみの場合の数値計算を行った。経路形成因子が成長促進因子を取得し成長痕因子を残しながら樹状経路を形成していく様子を表した式を次に示す。1)

$$\text{If } [f_{ij}(t) \geq f_c \quad \textit{and} \quad E^{a}_{ij}(t) > a_c] \text{ then}$$
$$\Rightarrow a_{ij}(t+1) = 1$$
$$\text{else if } (a_{ij}(t) = 1) \quad \text{then}$$
$$\Rightarrow a_{ij}(t+1) = 0,\ w_{ij}(t+1) = 1 \tag{1}$$

成長促進因子(f_{ij})の拡散していく様子を表した式を以下に示す。

$$f_{ij}(t+1) = \max\left[\frac{1}{\#N_{fr(kl-ij)\leq R_f}}\Sigma f_{kl}(t) - f_{cons}a_{ij}(t), 0\right] \tag{2}$$

E^{a}_{ij}は(i, j)と(k, l)がR_a以下となる(k, l)という点すべてでのa_{kl}の和であり、$\#N_{fr(kl-ij)\leq R_f}$は(i, j)と(k, l)がR_f以下となる(k, l)という点の数である。

以上の式を用いて作成した図1を示す。$f_c = 50$、$a_c = 1$、$f_{cons} = 50$としたときの結果である。経路が太くて分かりづらいが枝分かれしていっていることがわかる。

次に信号伝播との相互作用があり、場の中心から定期的に信号が送られてくる場合の数値計算を行った。活性因子(u_{ij})と抑制因子(v_{ij})を用いた式を次に示す。

$$\text{If } (u_{ij}(t) = 0) \quad \text{then}$$
$$\Rightarrow v_{ij}(t+1) = \max[v_{ij}(t) - g_{dw}, 0]$$
$$\text{If } (v_{ij}(t) \leq V_{exc} \quad \text{and} \quad E^{u}_{ij} \geq k_{exc}) \text{ then}$$
$$\Rightarrow u_{ij}(t+1) = 1 \tag{3}$$

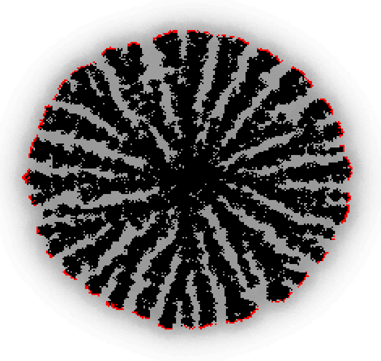

図 1：樹状形成ダイナミクスのみの場合の樹状経路形成

Simulation of dendritic formation pathway that reflects the signal propagation history

Hiroyuki SUENAGA, Makiko NONOMURA, Ikuko N. MOTOIKE

If $\left(u_{ij}(t)=1\right)$ then

$$\Rightarrow u_{ij}(t+1)=\min[v_{ij}(t)+g_{up},V_{max}]$$

If $\left(v_{ij}(t)\geq V_{rec}\right)$ then

$$\Rightarrow u_{ij}(t+1)=0 \qquad (4)$$

隣接する対象のセルと減衰定数にいける波の伝播履歴(S_{ij}^{u})の時間発展は、

$S_{ij}^{u}(t+1)=S_{ij}^{u}(t)+m_{u}E_{ij}^{u}(t)-1$ (5)とした。

(1)の式に(5)を与え成長痕因子から経路形成因子に変換可能な波の信号伝播を加えた式は以下のとおりである。

$$\mathrm{If}(\ [f_{ij}(t)\geq f_{c}\quad and\quad S_{ij}^{u}(t)>S_{c}]\ \ \mathrm{and}$$

$$[E_{ij}^{a}(t)>a_{c}\quad or\quad w_{ij}(t)>0])\ \mathrm{then}$$

$$\Rightarrow a_{ij}(t+1)=1,\ \ S_{ij}^{u}(t+1)=0$$

$$\mathrm{else\ if}\ \ a_{ij}(t)=1 \qquad (6)$$

上記によって作成した図 2 を示す。$g_{dw}=1$、$V_{exc}=5$、$k_{exc}^{o}=1$、$g_{up}=15$、$V_{max}=20$、$V_{rec}=15$、$m_{u}=3$、$S_{c}=1$として計算を行った。信号入力の間隔を 25 ステップ毎、興奮系 5 ステップ毎に樹状形成系 1 ステップ更新としたときの結果である。図 1 からは形状が大きく異なることがわかる。

最後に、信号伝播が途絶えた場合の樹状経路の縮退効果を表した式を以下に示す。

$$\mathrm{If}\ [w_{ij}(t)>0\ and\ S_{ij}^{u}(t)\leq S_{c}\ \ \mathrm{and}\ \ E_{ij}^{u}(t)< w_{c}]\ \ \mathrm{then}\ \ \Rightarrow w_{ij}(t+1)=0 \qquad (7)$$

右側の図3を見ると信号入力は中心から定期的に入力され、外側に広がっていくので信号が流れるのが最も遅い端の部分からだんだん縮退していっていることがわかる。

3. まとめ

樹状の枝分かれした分岐形状は経路形成因子が成長促進因子を取得しようと競い合った際の成長痕の空間分布として形作られている。その形状特性は、経路形成因子の易動度や成長促進因子の初期値などに依存している。

樹状形成ダイナミクスのみの場合（図 4）は多数の枝分かれがあるため形成された経路が多く太いが、信号伝播との相互作用を含む場合（図 5）では枝の本数が減少し細くなるという明らかな形状の違いがある。

学術講演会では縮退効果に焦点をあて、信号入力の発生の仕方に変化を加えた結果についても発表する予定である。

図 2：信号伝播との相互作用を含む場合の樹状経路形成

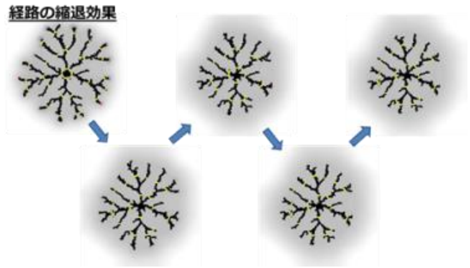

図3：縮退していく様子

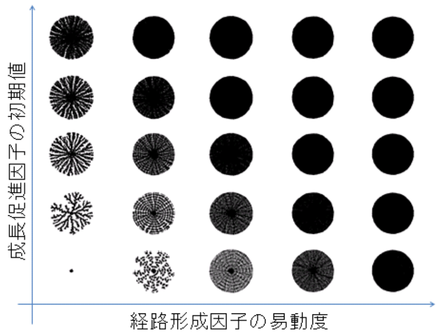

図 4：信号伝播なし

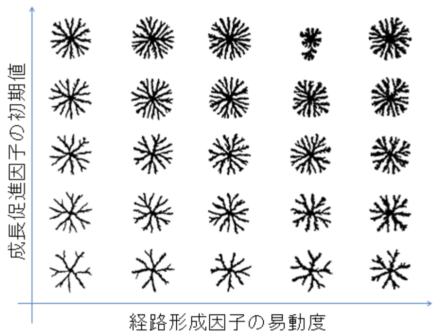

図 5：信号伝播あり

参考文献

1) Ikuko N. Motoike and Hisako Takigawa-Imamura:PHYSICAL REVIEW E 82 (2010).