

Chaos Hopfield Network による TSP 問題の動的生成

日大生産工 ○工藤 典希 日大生産工 山内 ゆかり

1 まえがき

清野らは、従来ホップフィールドネットワーク(Hopfield Network : HN)で提案されていた巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem : TSP)の解法を、カオスホップフィールドネットワーク(Chaos Hopfield Network : CHN)を用いることで、HN より CHN の方が最適解の出る割合が高いことを検証し、結果として HN より CHN の方が、高い情報処理能力が得られていることを証明した。[1]

従来、CHN の TSP 問題の解をカオスニューロンの移動平均興奮率から構成されており、解が巡回路とならない場合が起きている。

本研究では、カオスニューロンの出力を基に TSP 問題の解を構成することで、難易度の高い問題でも解を得られるよう評価関数の式を改善し、解の出現確率を高め、また、最短経路長取得の高速化を試みる。

2 CHNによるTSP問題の解法

TSP問題とは、N個ある都市を一度だけ訪問してまたもとの都市へと戻ってくる経路で最も短い経路を求める問題である。経路の数は、一般的に $(N-1)!$ 通りが存在し、Nが大きくなるにつれてその数は増加し、解を見つける事が困難になる。

CHNは、HNの単一ニューロンの内部保持値 $P(n)$ という変数を導入し、ネットワークでの自己結合の値を用いて、この変数の力学系を以下に示す単純な一次元写像を行えるように改良したものである。

$$q_i(n) = \frac{1}{\tau} \left\{ \sum_{j \neq i}^M T_{ij} P_j(n) + I_i \right\} \quad (1)$$

$$F_q(p) = \gamma p + (1 - \gamma) \left[1 - \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\frac{p-q}{2\beta} \right) \right\} \right] \quad (2)$$

離散時刻 n におけるニューロン i の内部保持値 $P_i(n)$ ($0 < P_i(n) < 1$)は、

$$P_i(n+1) = \frac{\Delta t}{\tau} \left\{ \sum_{k=0}^n \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau} \right)^k V_i(n-1-k) \right\} \quad (3)$$

である。

q_i は1次元写像 F_{q_i} の制御パラメータ、 I_i は、ネットへの外部入力である。各々の単一ニューロンをその内部保持値がカオス状態を示すように設定した後に、それらのニューロンを連結すれば、各ニューロンは、カオス状態の少しの差を増幅させてその状態がバラバラになろうとするのに対し

て、他のニューロンとの結合が、各ニューロンを同期させようと相反する運動が生成される。この時、自己結合の大きさ T の値により、ネットワークの有効自由度を決めることが可能になり、他のニューロンとの結合の強さを制御することができるので、全体に多様な状態の生成が可能となる。

$N \times N$ 個のニューロンの内部保持値 $P_{xi}(n)$ の振舞いを決める一次元写像 $F_{q_{xi}}$ が、 $P_{xi}(n)$ のカオス軌道を生成できるように制御パラメータを設定する。

結合荷重 $T_{xi,yj}$ 、外部入力 I_i 、自己結合 $T_{xi,xi}$ を式(4)~(6)で決定し、カオス状態にある $N \times N$ のニューロンによって、CHNを構成する。

$$T_{xi,yj} = -\delta_{xy}(1 - \delta_{ij}) - \delta_{ij}(1 - \delta_{xy}) - s \cdot \varphi_{norm} \cdot d_{xy}(\delta_{j,i-1} + \delta_{j,i+1}) \quad (4)$$

$$T_{xi,xi} = -2\omega \quad (5)$$

$$I_{xi} = 2\gamma \quad (6)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーデルタ、 ω ($\omega > 0$)は自己結合 $T_{xi,xi}$ に対する制御パラメータであり、自己結合の大きさは、 ω によって調節する。

時刻 n でのニューロンのカオス的興奮状態は、以下に示す移動平均興奮率から求められる。

$$\rho_{xi}(n) = \frac{1}{\tau} \sum_{m=0}^{n-1} P_{xi}(n-m) \quad |X, i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

各ニューロンの時刻 n における興奮状態は、この平均興奮率 $\rho_{xi}(n)$ を用いて

$$J_{xi}(n) = 1[\rho_{xi}(n) - \rho^+(n)] \quad (8)$$

となり、 $N \times N$ 個の要素からなる2値コード $J(n) = \{J_{xi}(n) | X, i = 1, 2, \dots, N\}$ へと符号化される。

ここで、 $1[x] = \begin{cases} 1 & (x \leq 0) \\ 0 & (x > 0) \end{cases}$ であり、 $\rho^+(n)$ は $\{\rho_{xi}(n) | X, i = 1, 2, \dots, N\}$ のうち、N番目に大きい値である。

生成された興奮パターン $J(n)$ に対するTSPの評価関数を式(9)~(11)で定式化する事で $\varphi_1(n) = 0$ とする興奮パターン $J(n)$ をTSP問題の解の一つとして識別する。

$$\varphi_1(n) = \sum_{X=0}^N \left\{ \sum_{i=0}^N J_{xi}(n) - 1 \right\}^2 + \sum_{i=0}^N \left\{ \sum_{X=0}^N J_{xi}(n) - 1 \right\}^2 \quad (9)$$

$$\varphi_2(n) = \sum_{X=0}^N \sum_{Y=0}^N \sum_{i=1}^N d_{XY} J_{xi}(n) \left(J_{Y,i+1}(n) + J_{Y,i-1}(n) \right) \quad (10)$$

$$\varphi_{norm} = \frac{\varphi_{1max}}{\varphi_{2max}} \quad (11)$$

φ_{1max} は $\varphi_1(n)$ の最大値、 φ_{2max} は $\varphi_2(n)$ の最大値である。

本研究では、ニューロンの出力 V_i の最も高い値を持つ順序を都市 i の訪問順序とし、TSPの解を更新する。

3 実験方法および評価方法

本研究では、CHN を用いて TSP 問題を解法し、その最短距離及び最適解の出現確率を算出する。本実験で用いる都市データ 1 は、Hopfield らが文献[3]で Hopfield ネットによる TSP 問題の解法実験に使用したものであり、都市データ 2 は文献[4]で用いられているデータである。

CHNは以下の探索手順に基づいておこなった。
都市の数 CN 10

ニューロン数 N (CN×CN)

試行回数 nMAX 1000

実験回数 100

移動平均時間 tau 20.0

カオスの探索手順の各パラメータを $\beta=0.006$ 、 $QC=0.09$ 、 $S=0.4$ 、 $\omega=0.75$ 、 $T=-1.5$ 、 $\gamma = QC \times \omega$ と設定する。

評価方法として、次の3つの値を定義する。
1回の探索(n=0,...,1000)で解を1つ以上想起する割合(VR)

$$VR = \frac{\text{解が1つ以上想起された回数}}{\text{探索回数}}(\%) \quad (12)$$

最適解が得られる割合(OR)

$$OR = \frac{\text{最適解が得られた回数}}{\text{探索回数}}(\%) \quad (13)$$

得られる解の経路長と最適解との経路長に対する平均誤差率(ER)

$$ER = \sum \frac{\text{得られた解の経路長} - \text{最適解の経路長}}{\text{最適解の経路長}}(\%) \quad (14)$$

4 実験結果および検討

従来手法であるCHNと提案手法の3つの評価方法を基に解法能力を表1に示す。

表1. CHN,提案手法との解法能力の比較

都市 データ	CHN			提案手法		
	VR(%)	OR(%)	ER(%)	VR(%)	OR(%)	ER(%)
データ1	100.0	100.0	0.0	100.0	16.0	2.377
データ2	80.50	32.40	2.370	100.0	11.0	1.415

この結果を見ると、都市データ1の場合、CHNではVR、ORが100%と確実に最適解が得られている。提案手法の場合、VRは100%と良い解だが、ORが16%と低い値となっている。

都市データ2の場合、CHNでは、VRが20%の確率で解が想起されていないが、提案手法では必ず解が想起されるため、100%とCHNより良い解が得られた。ORでは、CHNでは32.4%、提案手法では11%と共に低い値が求められた。ERは、

CHNでは2.37%だが、提案手法では1.415%と誤差が少ない値で求められた。

提案手法の課題として、ORの確率を上げる為に評価関数の式(9)、(10)の見直しが必要である。

5 まとめ

TSP問題の解法を試行回数 1000 回、実験回数 100 回を行い、VR、OR、ER の確率を求めた。都市データ 1 の場合、CHN では 100%想起もされ最適解が得られているのに対して、提案手法の VR は 100%だが、OR が 16%と低い値が得られ、ER も 2.377%と良い結果とは言えなかった。

配置に偏りのある都市データ 2 の場合、CHN より提案手法の方が、VR と ER が良い解が得られた。しかし、OR が 11%と低い値だった。

提案手法の最適解が得られる割合を高めるために、評価関数の式(9)、(10)の見直し、または別の評価関数の式を考える事と、興奮パターンである $J_{xi}(n)$ の式の改善が今後の課題としてあげられる。

「参考文献」

- 1) 清野 裕之, 雨森 道紘, カオスニューラルモデルによる TSP 問題の解法, Bull. Fac. Sci. Tech. Hirosaki Univ. 2, 161-171(2000)
- 2) 野沢 浩, 大域結合写像としてのニューラルネットワークモデルとその応用, 物性研究(1992), 59(3): 340-341 (1992-12-20)
- 3) J.J.Hopfield&D.W.Tank: "Neural computation of decision in optimization problem", Biol. Cybern., Vol.52, pp.141-152(1985)
- 4) Tokuta, T. and Amemori, M.: "The actual solution to Travelling-Salesman Problem (TSP) by Hopfield network", Science Reports of Hirosaki University, Vol.44, No.1(1997)