

最頻値 MODE に基づく AHP・DAP 特性

日大生産工(院) ○新田 翔平

日大生産工 篠原 正明

1. はじめに

動的平均化プロセス DAP(Dynamic Averaging Process) は、AHP などにおいて、項目間の一対比較情報から、項目間の相互比較と平均化により、項目重要度が定まってくる過程を数理モデルとして定式化したものである。従来の DAP は、算術平均や一般化平均を採用してきたが、本論では、DAP の Averaging 平均化操作を最頻値で取り上げ、DAP の特性を考察する。

2. DAP の更新式

以下に、 $N=5, 10$ についての Mode-DAP の更新式を示す。

$N=5$ の場合

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{11}x_1(t)), d(a_{12}x_2(t)), d(a_{13}x_3(t)), d(a_{14}x_4(t)), d(a_{15}x_5(t))) \\ x_2(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{21}x_1(t)), d(a_{22}x_2(t)), d(a_{23}x_3(t)), d(a_{24}x_4(t)), d(a_{25}x_5(t))) \\ x_3(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{31}x_1(t)), d(a_{32}x_2(t)), d(a_{33}x_3(t)), d(a_{34}x_4(t)), d(a_{35}x_5(t))) \\ x_4(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{41}x_1(t)), d(a_{42}x_2(t)), d(a_{43}x_3(t)), d(a_{44}x_4(t)), d(a_{45}x_5(t))) \\ x_5(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{51}x_1(t)), d(a_{52}x_2(t)), d(a_{53}x_3(t)), d(a_{54}x_4(t)), d(a_{55}x_5(t))) \end{aligned}$$

$N=10$ の場合

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{11}x_1(t)), d(a_{12}x_2(t)), d(a_{13}x_3(t)), d(a_{14}x_4(t)), d(a_{15}x_5(t)), \\ &\quad d(a_{16}x_6(t)), d(a_{17}x_7(t)), d(a_{18}x_8(t)), d(a_{19}x_9(t)), d(a_{110}x_{10}(t))) \\ x_2(t+1) &= \text{Mode}(d(a_{21}x_1(t)), d(a_{22}x_2(t)), d(a_{23}x_3(t)), d(a_{24}x_4(t)), d(a_{25}x_5(t)), \\ &\quad d(a_{26}x_6(t)), d(a_{27}x_7(t)), d(a_{28}x_8(t)), d(a_{29}x_9(t)), d(a_{210}x_{10}(t))) \end{aligned}$$

...以下省略

引数群に異なる値が出る（最頻値がない）場合を考慮し、各項目に離散化操作 d を行った。その時の引数を Z とすると式(1)を得る。

$$d(Z) = a[\log_a Z] \quad (a=2, 1.5, 1.2) \quad (1)$$

（[]内は四捨五入の操作が行われているとする）

また、Excel 上の具体的な書き方は以下ようになる。

$$=\text{POWER}(a, \text{ROUND}(\text{LOG}(Z, a), 0))$$

3. 具体例

以下に、 $N=5, 10$ の底 $a=2, 1.5, 1.2$ とした場合について (2)～(5)式の行列の DAP 特性を計算する。また、(2),(4)は異常値を入れた場合とする。

[3.1] $N=5$ の場合

	1	2	3	4	5
	0.5	1	1.5	2	2.5
A=	0.33333	0.66666	1	1.33333	1.66666
	0.25	0.5	0.75	1	1.25
	0.2	0.4	0.6	0.8	1

(2)

	1	2	3	4	50
	0.5	1	1.5	50	2.5
A=	0.33333	0.66666	1	1.33333	1.66666
	0.25	50	0.75	1	1.25
	50	0.4	0.6	0.8	1

(3)

[3.1.1] 式(2)の底を 2 にした例のグラフ

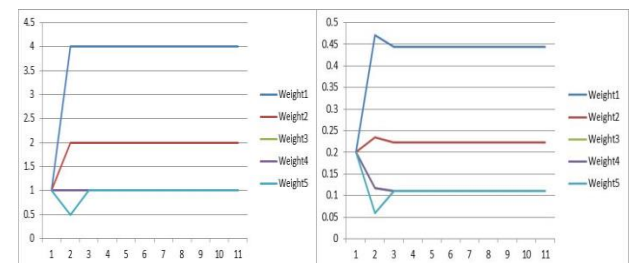


図 1：生データ(左)と正規化データ(右)のグラフ

[3.1.2] 式(2)の底を 1.5 にした例のグラフ

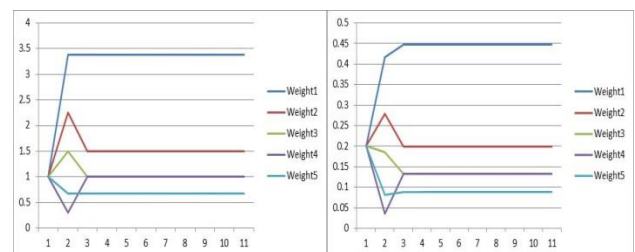


図 2：生データ(左)と正規化データ(右)のグラフ

[3.1.3] 式(3)の底を2にした場合のグラフ

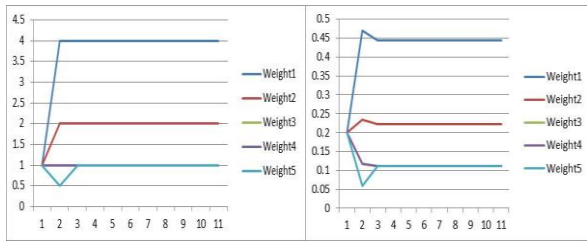


図3：生データ(左)と正規化データ(右)のグラフ

[3.2.3] 式(5)の底を1.5にした場合のグラフ

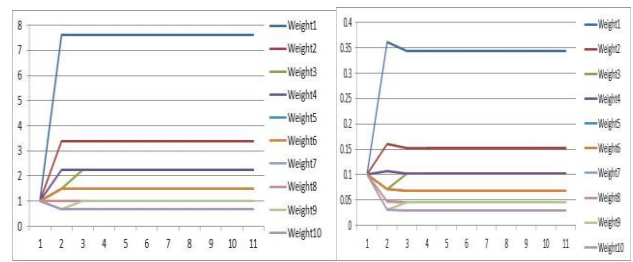


図6：生データ(左)と正規化データ(右)のグラフ

[3.2] N=10 の場合

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
	0.33333	0.6666	1	1.3333	1.6666	1.9999	2.3333	2.6666	2.9999	3.3333
	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5
A-	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
	0.16666	0.3333	0.5	0.6666	0.8333	1	1.1666	1.3333	1.5	1.667
	0.1428	0.2857	0.4285	0.5714	0.7142	0.8571	1	1.1428	1.2858	1.4282
	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1	1.125	1.25
	0.11111	0.2222	0.3333	0.4444	0.5555	0.6666	0.7777	0.8888	1	1.1111
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1

(4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	100
	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	100	5
	0.33333	0.6666	1	1.3333	1.6666	1.9999	2.3333	100	2.9999	3.3333
	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	100	2.25	2.5
A-	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
	0.16666	0.3333	0.5	0.6666	100	1	1.1666	1.3333	1.5	1.667
	0.1428	0.2857	0.4285	100	0.7142	0.8571	1	1.1428	1.2858	1.4282
	0.125	0.25	100	0.5	0.625	0.75	0.875	1	1.125	1.25
	0.11111	100	0.3333	0.4444	0.5555	0.6666	0.7777	0.8888	1	1.1111
	100	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1

(5)

[3.2.1] 式(4)の底を1.5にした場合のグラフ

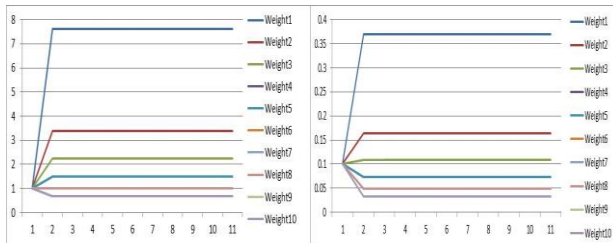


図4：生データ(左)と正規化データ(右)のグラフ

[3.2.2] 式(4)底を1.2にした場合のグラフ

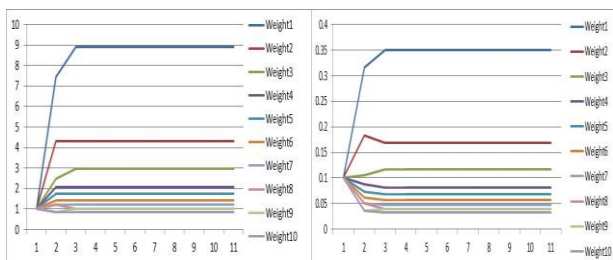


図5：生データ(左)と正規化データ(右)のグラフ

4.考察・おわりに

本研究では以下のことが確認された。

- ・従来のDAPでは、項目の重要度が直接、値に影響するため、異常値に弱いことがある。それに対し、MODEは値を離散化することで、ある一定の値になることや、最頻値で重みが決定するため、異常値に強いことが確認された。
- ・対数の底を変えても、Mode-DAP特性は一定収束値になる。また、底を変え数値の刻みを細かくすると、収束レベル数も増加する。
- ・Saaty博士は、AHP基本尺度の設計に当たって、「心理学的に人間はせいぜい5～6レベルの大小関係を識別可能」との学説に基づいて、「5段階スケール」を提唱している。Mode-DAPにおいても収束値が5-6レベルに収まる傾向が部分的に観測できた。この事は、人間の脳神経ネットにおいて、多数決論理あるいは閾値論理などのMode関数に類似したロジックが動作している可能性を示唆している([1])。
- ・規則的なN=10の比較行列で数値実験を行ったが、不規則(ランダム)な比較行列の数値実験は今後の課題とする。

参考文献

- [1] フォールトトレラントシステム - Wikipedia : <http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%95%E3%82%A9%E3%83%BC%E3%83%AB%E3%83%88%E3%83%88%E3%83%AC%E3%83%A9%E3%83%B3%E3%83%88%E3%82%B7%E3%82%B9%E3%83%86%E3%83%A0>