ISSN 2186-5647
－日本大学生産工学部第46回学術講演会講演概要（2013-12-7）－
2-76

完全情報下の様々な平均代表値DAPの特性

日大生産工(院)　○山田　遥輝　日大生産工(院)　渡辺　大貴
日大生産工(院)　新田　翔平　日大生産工　篠原　正明

1. はじめに

AHP などにおいて一対比較行列から各項目ウェイトを決定する評価プロセスとして、動的平均化プロセス(DAP)が提案されている。研究[1]において、DAP を用いて、Max 基準下においての研究(MAX-DAP)を行った。本論文では、Max 基準化以外の様々な平均を用いて、5×5 の欠落要素の無い完全情報・一対比較行列に対して、整合性をなくしたり、逆比性をなくすことでどのようにDAP特性が変化をするかを、実験例を通して、考察する。

2. DAP とは

n 個の項目間の一対比較情報が与えられた時に、その情報を基に各項目の重要度が定まっていくプロセスとしてDAPを提案した。本来は、「比較行列Aの右固有ベクトルを項目の重要度ベクトルとして採用することの正当性」を示すためにDAPは提起された。すなわち、離散時間DAP(Dynamic Averaging Process)においては、ある時点 t における項目 i の重要度 $X_i(t)$は、前時点 t−1 における項目 k からみた注目項目 i のウェイト $a_{ij}x_k(t-1)(k=1, 2, \cdots, n)$の何らかの関数として定まると考える。

$$\begin{aligned} x_i(t) &= f(a_{i1}x_1(t-1), a_{i2}x_2(t-1), \cdots, a_{in}x_n(t-1)) \\ &= f(a_{ik}x_k(t-1); k=1,2,\cdots,n)) \end{aligned} \quad (1)$$

最も直観的な関数は算術平均であろう。

$$f(a_{ik}x_k; k=1,2,\cdots,n) = \frac{1}{n}\sum a_{ik}x_k \quad (2)$$

このように、DAP の基本的考え方は、「注目する項目 i の新しい重要度評価に、その項目 i との一対比較が可能な項目 k からの注目項目 i の評価値 $a_{ij}x_k(k \in S_i)$の何らかの要約統計量(単に、統計量あるいはaverage)を採用する」である。DAP の A はaveraging の頭文字で、「平均化」と訳すが、正確には「何らかの平均などの統計的代表値化」の意味である。日本語の「平均(英語でmean)」には統計的代表値の意味は無いが、英語のaverage(日本語で「平均」)には、統計的代表値の意味があり、DAP の Averaging はその意味で使用している。

今回用いた平均は算術平均、幾何平均、調和平均、中央値平均、最頻値である。

3. DAP 特性

3.1 整合性がある一対比較行列

表1：行列A

1.00	2.00	3.00	4.00	5.00
0.50	1.00	1.50	2.00	2.50
0.33	0.67	1.00	1.33	1.67
0.25	0.50	0.75	1.00	1.25
0.20	0.40	0.60	0.80	1.00

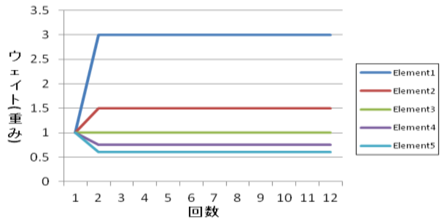

図1-1:N=5 算術平均生データ

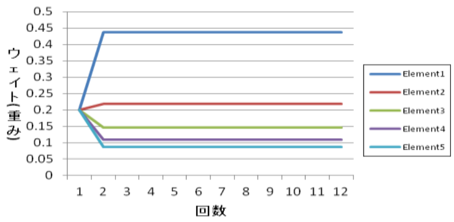

図1-2:N=5 算術平均正規化データ

AHP･DAP Performance with Various Averaging Functions for Complete Information Comparison Matrices
Haruki YAMADA, Daiki WATANABE, Shohei NITTA and Masaaki SHINOHARA

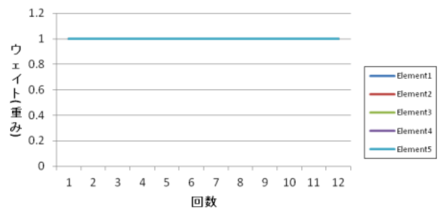

図 1-3:N=5 最頻値生データ

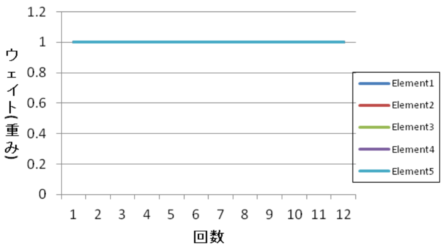

図 1-4:N=5 最頻値正規化データ

整合性がある場合は、算術平均、幾何平均、調和平均、中央値について正規化データは同一となるので省略した。

最頻値については、DAP 更新式で対角要素を追加したので、その値 1 が優先され、1 つの値に収束する特性となった。

3-2. 整合性なく逆比性がある場合[a_{13}, a_{31} 変化]

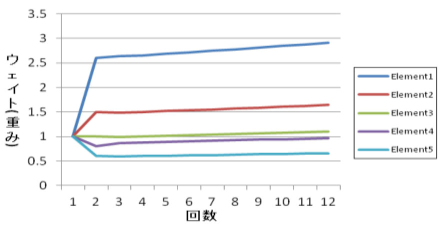

図 2-1:N=5 算術平均生データ[2,0.5]

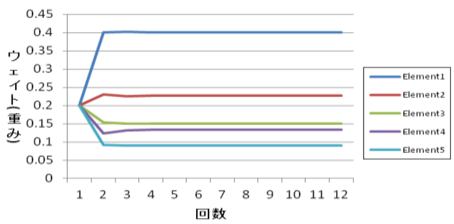

図 2-2:N=5 算術平均正規化データ[2,0.5]

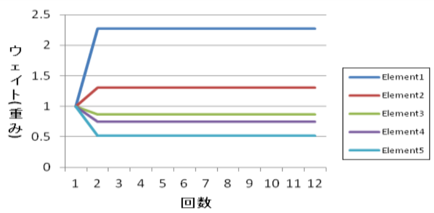

図 2-3N=5 幾何平均生データ[2,0.5]

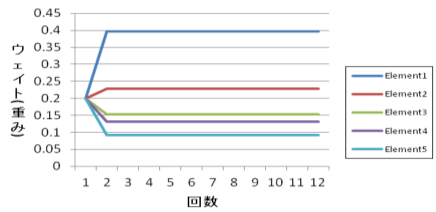

図 2-4:N=5 幾何平均正規化データ[2,0.5]

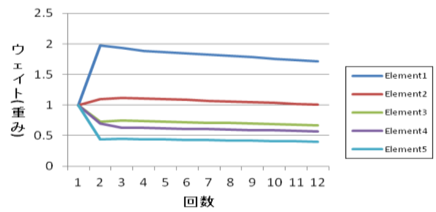

図 2-5:N=5 調和平均生データ[2,0.5]

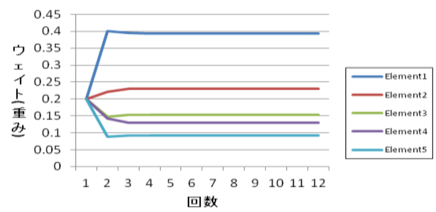

図 2-6:N=5 調和正規化データ[2,0.5]

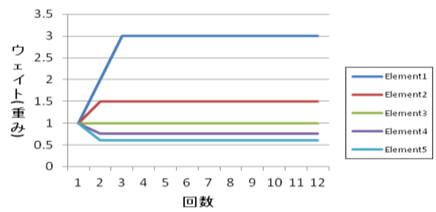

図 2-7:N=5 中央値生データ[2,0.5]

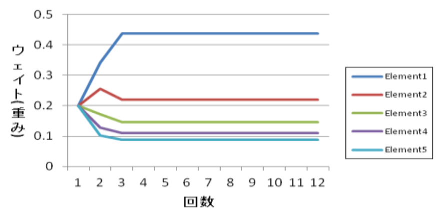

図 2-8:N=5 中央値正規化データ[2,0.5]

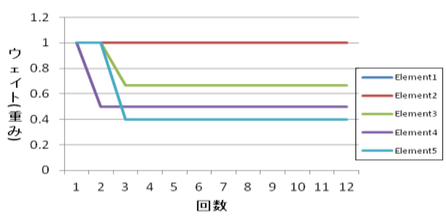

図 2-9:N=5 最頻値生データ[2,0.5]

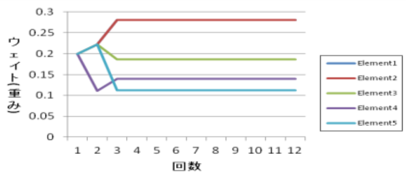

図 2-10:N=5 最頻値正規化データ[2,0.5]

3-3.　整合性がなく逆比性が 1 つない場合[a_{12} のみ変化]

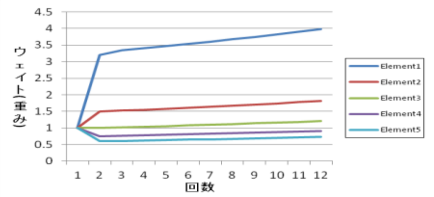

図 3-1:N=5 算術平均生データ[3]

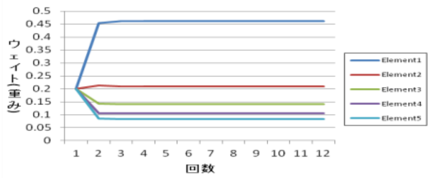

図 3-2:N=5 算術平均正規化データ[3]

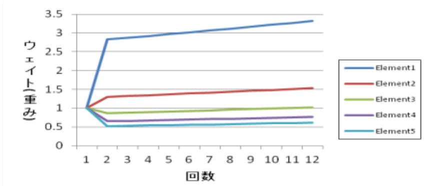

図 3-3N=5 幾何平均生データ[3]

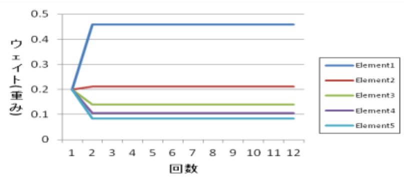

図 3-4:N=5 幾何平均正規化データ[3]

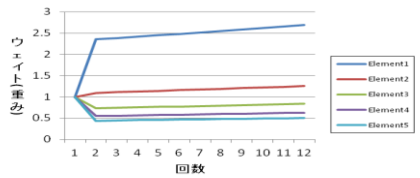

図 3-5:N=5 調和平均生データ[3]

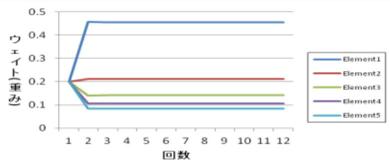

図 3-6:N=5 調和正規化データ[3]

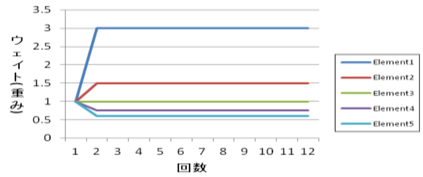

図 3-7:N=5 中央値生データ[3]

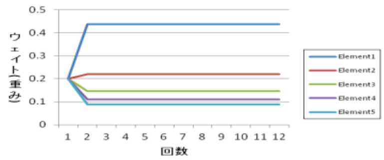

図 3-8:N=5 中央値正規化データ[3]

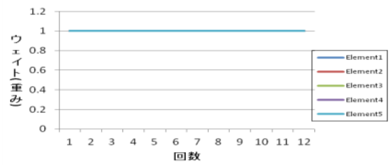

図 3-9:N=5 最頻値生データ[3]

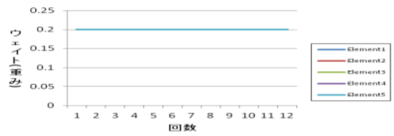

図 3-10:N=5 最頻値正規化データ[3]

4-4.　整合性がなく逆比性が複数ない場合

4-4-1 行列 A から 5 つ数値を変化させる。

表 2：行列 B

1.00	2.00	3.00	4.00	5.00
0.50	1.00	1.50	2.00	4.00
0.33	1.00	1.00	1.33	5.00
0.50	0.50	1.00	1.00	1.25
0.20	0.40	0.60	5.00	1.00

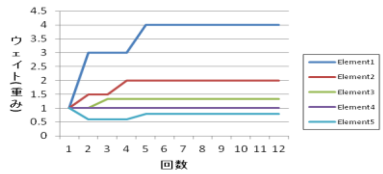

図 4-1:N=5 中央値生データ

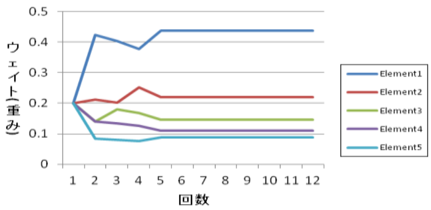

図 4-2:N=5 中央値正規化データ

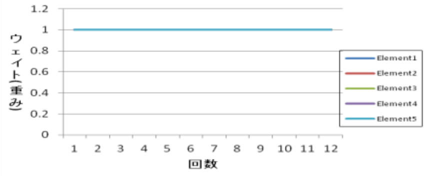

図 4-3:N=5 最頻値生データ

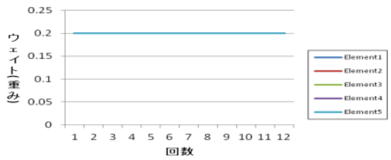

図 4-4:N=5 最頻値正規化データ

2-4-1 行列 B から 1 つ変化させる。

表 3 : 行列 C

1.00	2.00	3.00	4.00	5.00
0.50	1.00	1.50	2.00	4.00
0.33	1.00	1.00	1.33	5.00
0.50	0.50	1.00	1.00	2.5
0.20	0.40	0.60	0.8	1.00

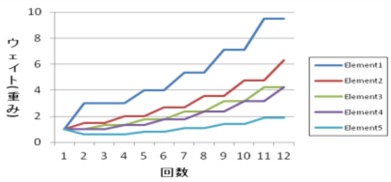

図 4-5:N=5 中央値生データ

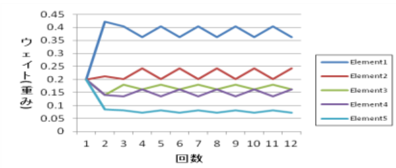

図 4-6:N=5 中央値正規化データ

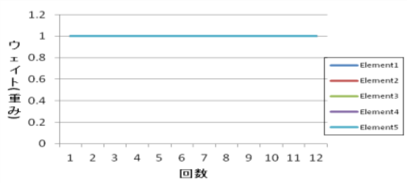

図 4-7:N=5 最頻値生データ

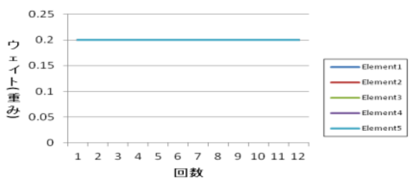

図 4-8:N=5 最頻値正規化データ

5. 考察

①幾何平均において、どんな場合でも図 2-4、図 3-4 のように正規化すれば 2 回目から同じ値になる。

②中央値において表 1 を対角線以外の値を表 2 のように 5 つ変化させることで(図 4-2)変化し出し、表 2 を表 3 の様に 1 つ以上変化させる(図 4-6)と正規化することで中央値で振動する特性を作った。

③最頻値においては 5 つの重要度数値が 1 つの値に収束するケースが多い。さらに、5 未満の値に収束するケースも多い。この原因としては、MODE 関数の引数値がすべて異なると、N/A となり計算停止となるため、対角要素のみを 2 重化して、N/A 発生防止策としたことが考えられる。

④最頻値を求める際に、Excel の MODE 関数を用いて、計算を行っている。その引数値の計算過程において、0.8 の 2 進数にならない数字が入っており、例えば 0.75×0.8 において 0.6 と出力されているが、実際は 0.600・・・・1 のように無限小数となることから最頻値が 0.6 としてカウントされないという事が分かった。

⑤逆比性を保ち、ペア(例えば、a_{12} a_{21})を変化して整合性を崩すと、幾何平均の生 DAP 特性は一定だが、算術平均の生 DAP 特性は発散、調和平均の生 DAP 特性は 0 に収束する傾向が観察できる。

⑥逆比性のペアの 1 つ(例えば、a_{12} のみ)を変化し、その結果、整合性も 1 方向崩れると、$\pi>1$ では算術、幾何、調和はすべて発散し、$\pi<1$ では算術、幾何、調和はすべて 0 に収束する傾向が観察できる。但し、π は全 a_{ij} 積値。

⑦⑤と⑥が複合した場合では、⑥の傾向が見られ、中央値の生データで発散かつ振動の特性も見つかった。

参考文献

[1] 山田遥輝　篠原正明 : 「Max 基準 AHP・DAP -4×4 項目間の一対比較の計算実験例, 周期解の発見-」平成 24 年度　日本大学　生産工学部　第 45 回学術講演会 (2012.12)