

双曲型重み関数 MPS 法による数値シミュレーション

日大生産工(院) ○小野 新之介
日大生産工 角田 和彦

1. はじめに.

近年では,種々の分野においてコンピュータシミュレーションが利用されている.その理由としては,天文学や機械工学など人の手では計算が難しい複雑な事象を模擬的に計算する必要性があるためである.

ここで,使用する MPS 法 1)は粒子法の 1 つである.その他に,SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法等がある.MPS 法は液体(水,血)や音速を超えない範囲で運動している空気のような非圧縮性を対象としている手法である.

本研究では,粒子法の 1 つである双曲型重み関数 MPS 法を用いて水柱の崩壊のシミュレーションを行い,従来型 1)と双曲型重み関数を用いた結果を比較,検討することを目的としている.

2. MPS 法

MPS(Moving Particle Simulation)法は東京大学・越塚誠一教授が開発した自由表面を有する非圧縮性流れのシミュレーション手法である.従来の MPS 法は Moving Particle Semi-Implicit Method と呼ばれていたが研究が進み対応できる解析の幅が広がったため改名された.MPS 法には非圧縮流体の扱いにおいて,圧力の計算でポアソン方程式を陰的に解く SI-MPS 法(Semi-Implicit MPS)と,高速計算を考慮して,圧力を速度の関数として陽的に取り扱う E-MPS 法(Explicit-MPS)がある 3).

3. 重み関数

MPS 法では勾配,発散,ラプラシアン等の微分演算子を粒子相互間モデルに基づき離散化する.本論で取り扱う重み関数 W を以下のように定義する.式(1)は双曲型重み関数である 2).

$$w(r) = \begin{cases} \text{sech}^2\left(\frac{4r}{r_e}\right) & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (1)$$

4. 非圧縮性流れの計算アルゴリズム

以下の式は非圧縮性流れの支配方程式である.式(2)は連続の式で,式(3)はナビエ・ストークス方程式である.

$$\frac{Dp}{Dt} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu \nabla^2 + g \quad (3)$$

ただし, ρ は密度, ν は動粘性係数, g は重力を表している.式(3)の右辺第 1 項は圧力勾配項,第 2 項は粘性項,第 3 項は重力項を表している.

時間 k における各粒子の位置,速度,圧力が分かっているとして,新しい時刻 $k+1$ の値(粒子の位置,速度,圧力)を計算する.そして,連続の式とナビエ・ストークス方程式の圧力勾配項(時刻 $k+1$ の値で)を陰に,粘性項と重力項を陽に(時刻 k の値で)計算すると,次式になる 3).

$$\left[\frac{Dp}{Dt}\right]^{k+1} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{Du}{Dt} = - \left[\frac{1}{\rho} \nabla p \right]^{k+1} + [v \nabla^2 u]^k + [g]^k \quad (5)$$

式(4)と式(5)を解くと,粒子の速度と位置が決まる.

5. 数値解析例

ここでは,水柱の崩壊のシミュレーションに対し,従来型の重み関数及び双曲型の重み関数を利用した結果を示す.水柱崩壊のシミュレーションとは,水柱が時間と共に崩れていき,水槽を波打つ様子をシミュレートしたものである.図1(a)は従来型の重み関数でシミュレートした結果を示している.上左側は,初期状態(時間がゼロの時)で上右側と下左側は活発に動いている時の状態(時間が0.38と0.45の時)で,下右側は終着状態(時間が1の時)を表している.図1(b)は双曲型の重み関数を利用した水柱の崩壊である.図の並び方は,図1(a)と同じで上左側は,初期状態(時間がゼロの時)で上右側と下左側は活発に動いている時の状態(時間が0.38と0.45の時)で,下右側は終着状態(時間が1の時)を表している.

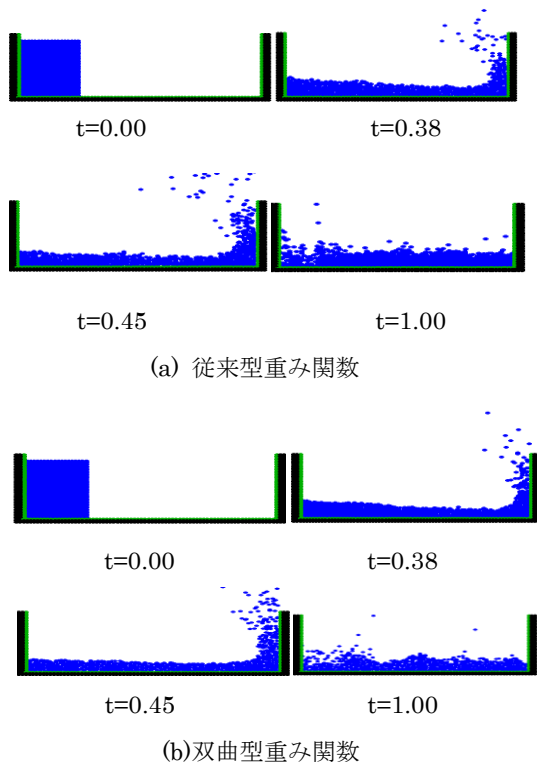


図1 水柱の崩壊シミュレーション

シミュレーションした図を比較してみても,両方に大した差がないのはわかるが,それぞれの重み関数をグラフにしたのが図2である.紫の線が従来型で,緑の線が双曲型である.

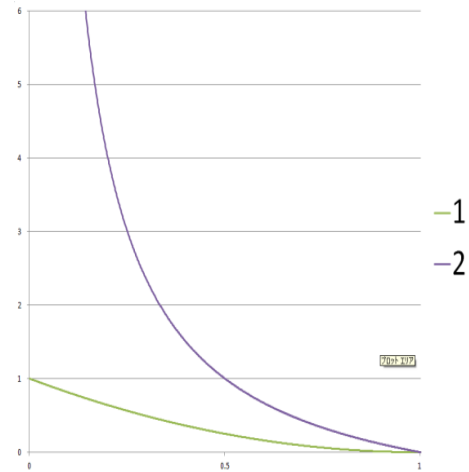


図2 重み関数の分布

6. おわりに

本研究では,水柱の崩壊シミュレーションに対して,従来型の重み関数と双曲型の重み関数を用いた粒子法シミュレーションを行ってきた.結果は,可視化ソフトの同時刻の飛沫の仕方を見ても違いが解らなかったが本手法で安定に良好な結果が得られた.

今後は,3次元の水柱崩壊問題を用いて従来型と双曲型重み関数のシミュレーションを行い,Pov-Ray等による可視化をすることを考えている.

参考文献

- 1) S.Kosizuka and Y.Oka, "Moving particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid", Nuclear Science and Engineering 123, pp.421-434(1996)
- 2) 角田和彦: ニュートラルネットの特性関数とその近似関数 情報処理学会第67回全国大会
- 3) 越塚 誠一: 計算力学レクチャーシリーズ⑤粒子法 CD-ROM 付 日本計算工学会編 (2005年)