

台形公式およびシンプソン公式を用いた波面合成の 離散化の提案とその誤差に関する検討

日大生産工(院) ○新井 航 早大基幹理工(院) 関根 晃太
日大生産工 山崎 憲 早大理工 大石 進一

1. はじめに

立体音響の物理的手法として、波面合成法が挙げられる。波面合成法はキルヒホッフ積分方程式に基づいて原音場を再現する方法であるため、受聴者は再現された音場領域内であれば音を立体的に感じることができる。さらに、原音場の周囲全体の音圧制御を、平面における音圧制御のみで原音場再現を可能にした第2種レイリー積分に基づく波面合成法がある。従来ではこの方法における波面合成法の離散化に中点公式を用いている¹⁾。

本研究では、中点公式より精度の高い求積法である台形公式およびシンプソンの公式を離散化に用いた波面合成法を提案する。

2. 原理

2.1 波面合成法の原理

波面合成法はキルヒホッフ積分定理に基づいて原音場を再現する方法であり、キルヒホッフ積分定理は以下の式で表される。

$$P_p = \oint \left[P_s \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial P_s}{\partial n} \right] dS \dots (1)$$

但し、 G はグリーン関数であり点音源を示す。また $\partial P_s / \partial n$ は法線方向の偏微分である。

$$G(S, P) = -\frac{\exp(ik|r_s - r_p|)}{4\pi|r_s - r_p|} \dots (2)$$

(1)式は任意の閉曲面上の音圧 P_s および微小面積 dS の n 方向の法線ベクトルの粒子速度を制御することで、閉曲面 S 内の音圧 P_p を制御することができることを証明している。

さらに、これを平面での波面合成として考えるため、境界条件としてディリクレ条件($G(r_q, r_p) = 0$)を与えると、以下の第2種レイリー積分に変形できる。

$$P_p = \iint_S \left\{ P_s(r_q) \frac{\partial}{\partial n} G(r_q, r_p) \right\} dS \dots (3)$$

さらに、境界面を平面 S_1 と半球面 S_2 に分割し、半球面 S_2 の半径を無限大とすると、以下の第2種レイリー積分に変形できる。

$$P_p = \iint_{S_1} \left\{ P_{S_1}(r_q) \frac{\partial}{\partial n} G(r_q, r_p) \right\} dS_1 \dots (4)$$

(4)式は平面 S_1 上の音圧 P_{S_1} を制御すれば半空間内の音圧 P_p を制御できることを証明している¹⁾。

2.2 離散化

理論式より、領域内の音圧を制御できることが分かったが、実際には平面 S_1 上に隙間なく無数のスピーカを配置することは難しい。そこで、平面 S_1 の離散化を考える。ここで x と y についての関数を g とすると、以下の式で表せる。

$$g(x, y) = P(r_q) \frac{\partial}{\partial n} G(r_q, r_p) \dots (5)$$

A Study on Discretization and Error of the Wave Field Synthesis
by Trapezoidal Rule and Simpson's Rule.

Wataru ARAI, Kouta SEKINE, Ken YAMAZAKI and Shin'ichi OISHI

よって、音圧 P_p は

$$P_p = \iint g(x, y) dx dy \dots (6)$$

したがって

$$P_p^h = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} g(x_i, y_j) w_i w_j \dots (7)$$

と表せる。また、積分区間を $[a, b]$ とすると
 中点公式の重みは刻み幅 h である。

$$h = \frac{b-a}{n} \dots (8)$$

台形公式は以下の式で表される。

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \dots (9)$$

したがって、式(9)より

$$P_p^h = \sum_{j=0}^{n-1} \left(h \sum_{i=0}^{n-1} \frac{g(x_i, y_j) + g(x_{i+1}, y_j)}{2} \right) w_j \dots (10)$$

と表せる。ここで、分点数を 5 つとすると、
 重み w_i は以下のようになる。

$$w_0 = \frac{h}{2}, w_1 = h, w_2 = h, w_3 = h, w_4 = \frac{h}{2}$$

但し、 w_j に関しても重みの値は同じである。
 また、シンプソンの公式においても同様の
 計算過程により、重み w_i および w_j を求め
 ることができ、以下のようになる。

$$w_0 = \frac{h}{3}, w_1 = \frac{4}{3}h, w_2 = \frac{2}{3}h, w_3 = \frac{4}{3}h, w_4 = \frac{h}{3}$$

3. シミュレーションおよび実験方法

3.1. シミュレーション方法

図 1 にシミュレーション環境を示す。図
 1 に示すような原音場および合成音場の領
 域内のメッシュ間隔を 0.5cm として、領域
 内の広さを座標 $(x, y) = (0, 0) \sim (600, 600)$ と
 した。原音場において、領域内の座標
 $(300, 100)$ に原音を設置し、原音から垂直方
 向に 100 メッシュ離れた場所にマイクロホ
 ンを 5 つ設置した。合成音場において、原
 音場に設置した 5 つのマイクロホンと対応

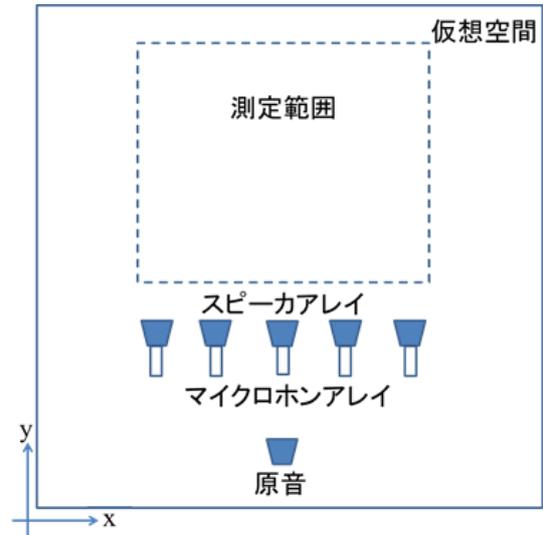


図 1.シミュレーション環境

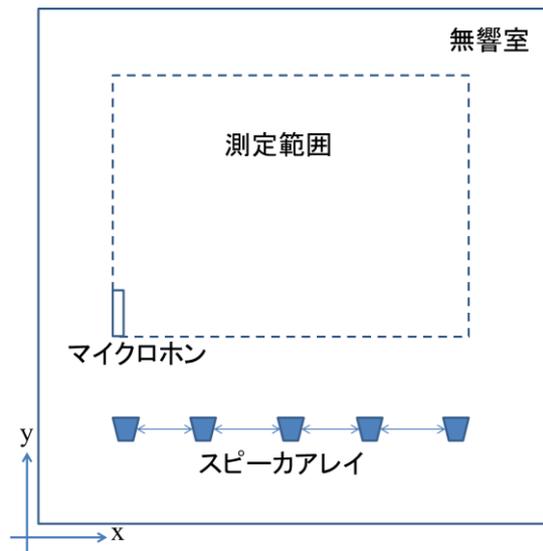


図 2. 実験環境

させるようにスピーカ 5 つを設置した。

シミュレーション方法は、原音場におい
 て、原音をマイクロホンで録音し、数値デ
 ータとして出力した。合成音場において、
 出力した数値データを 5 つのスピーカに設
 定し、合成音を出力することで原音と同じ
 波面が形成されるか確認した。さらに原音
 に対する中点公式、台形公式およびシンプ
 ソン公式による波面合成法の再現度を比較
 した。

3.2. 実験方法

実験には無響室を使用した。図 2 に実験環境を示す。無響室の壁から 30cm 離れた場所にスピーカを 5 つ設置し、マイクロホンによる測定範囲はスピーカから 30[cm] 離れた場所から横幅 68[cm]、奥行き 90[cm] とし、トラバースを用いて縦横 2.5[cm] 間隔で測定を行った。なお測定にはスピーカ(ドライバユニット UnipexP-300)と 1/4 マイクロホン(B&K 社製 Type4939)を使用した。

実験方法は原音場のシミュレーション空間において出力した数値データを元に音圧比と位相差を導出した。さらに導出した音圧比および位相差を 5 つのスピーカに設定し、合成音を出力することで、台形公式およびシンプソン公式に関してシミュレーションにおける合成波面と同じ波面が形成されるか確認した。

3.3 シミュレーションおよび実験条件

本実験における波面合成の離散化はそれぞれ中点公式、台形公式、シンプソン公式の 3 つのパターンで行った。さらに原音の周波数を 500Hz、910Hz、1500Hz の 3 つパターンでシミュレーションおよび実験を行った。

4. シミュレーション及び実験結果

図 3 に周波数 500[Hz]の原音の波面および各求積法による合成波面を示す。図 3(a)、図 3(b)、図 3(c)および図 3(d)の比較より、中点公式よりも台形公式およびシンプソン公式の方が波面の再現度が高いことを確認した。また台形公式とシンプソン公式では如実に差が表れなかった。図 3(c)と図 3(d)の比較より、実測とシミュレーションでは波面に違いが出てしまった。図 3(e)と図 3(f)の比較より、実測でもシミュレーションに

近い結果が得られることを確認した。

図 4 に周波数 910[Hz]の原音の波面および各求積法による合成波面を示す。図 4(a)、図 4(b)、図 4(c)および図 4(e)の比較より、中点公式よりも台形公式およびシンプソン公式の方が波面の再現度が高いことを確認した。また台形公式の方がシンプソン公式よりも波面の再現度が高いことを確認した。図 4(c)と図 4(d)の比較より、実測でもシミュレーションに近い結果が得られることを確認した。図 4(e)と図 4(f)の比較より、実測でもシミュレーションに近い結果が得られることを確認した。

図 5 に周波数 1500[Hz]の原音の波面および各求積法による合成波面を示す。図 5(a)、図 5(b)、図 5(c)および図 5(e)の比較より、3 つ全ての求積法において波面の合成がなされていないことを確認した。

原音に対する中点公式、台形公式およびシンプソン公式による合成波面の比較をすると、周波数 500Hz、910Hz の原音の場合は中点公式よりも台形公式およびシンプソン公式による波面合成法の方が波面の再現度が高いことを確認した。また、原音が 500Hz の場合では台形公式による波面合成法とシンプソン公式による波面合成法ではほとんど波面の再現度に違いが見られなかったが、910Hz の場合は台形公式による波面合成法が 3 つの中で最も波面の再現度が高いことを確認した。周波数 1500Hz の原音に関しては、空間エイリアシングが生じたため、波面合成がなされなかったと考えられる。台形公式による波面合成法の方がシンプソン公式による波面合成法よりも波面の再現度が高かった原因として、本研究では平面の離散化範囲に対する分点数、すな

わちスピーカの数が少ないことが考えられる。

5. まとめ

本研究においては、波面合成法の離散化手法に台形公式およびシンプソン公式を用いることで波面合成法の精度を高めること示せた。今後はスピーカの数を増やした際にそれぞれの離散化手法の精度にどのように影響するか検討していきたい。また本研究で提案した手法を利用して人に聴かせることで、実際に受聴者が音を立体的に感じるか検討していきたい。

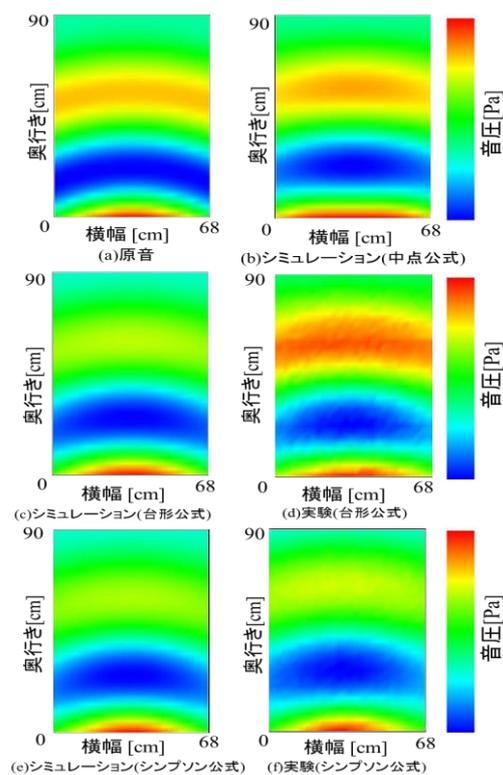


図3. 原音と波面合成法(500Hz)

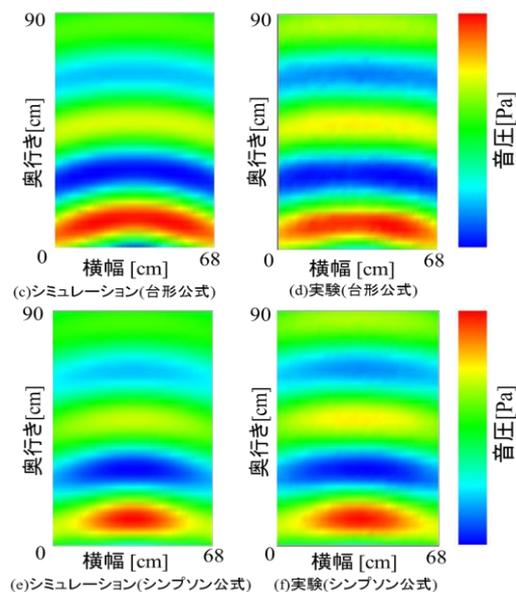
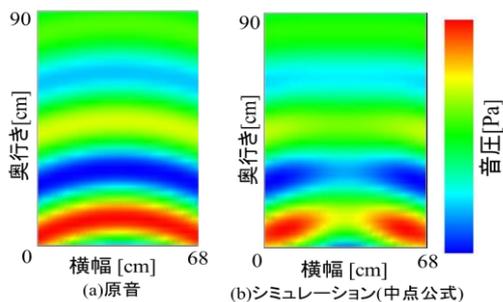


図4. 原音と波面合成法(910Hz)

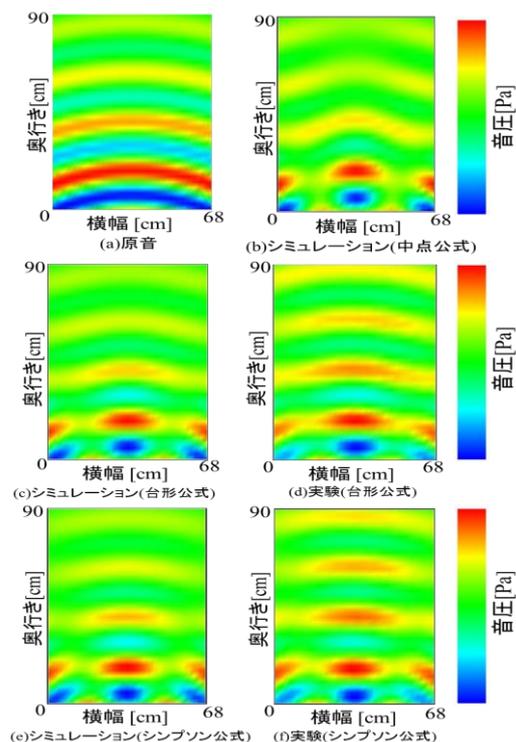


図5. 原音と波面合成法(1500Hz)

「参考文献」

- 1) 関根晃太、山崎 憲、大石進一、“数値積分法からみた波面合成法の離散化について”、日本大学生産工学部第45回学術講演会概要、(2012)