

非ガウス性をもつ背景重力波の検出方法について

日大生産工 ○ 姫本 宣朗

1 研究目的

アインシュタインの一般相対論によって「重力波」の存在が予言されている。重力波とは、空間を伝わる時空のひずみであり、現在その直接検出を目指して、日本をはじめ、世界各地でレーザー干渉計を利用した重力波検出器の建造が活発に進んでいる。

観測される重力波の種類は、大きく二つに分けられる。ひとつは中性子星連星合体や超新星爆発のようなパルス的な波形で特定できるものであり、もう一つは位相がランダムで、特徴的な波形をもたないものである。後者は「背景重力波」とよばれるものであり、我々の宇宙に一様に存在しているものと考えられている。

背景重力波は一般に、遠方天体から放射された、たくさんの重力波の重ね合わせによってできた天体起源のものと、ビッグバン、さらにはそれ以前の宇宙創生時における高エネルギー現象を原因とした初期宇宙起源のものと2種類の成分から構成されている。つまり我々は、電磁波に対する宇宙の晴れ上がり(宇宙誕生から約38万年後)よりずっと以前の初期宇宙を、重力波を使って直接観測することが原理的に可能である。

このような性質をもつ背景重力波を、初期宇宙論を展開するための究極の観測手段として捉え、現在、理論的・観測的両側面から包括的に研究を行っている。

2 研究内容

現在、重力波を捉えるための観測技術が日進月歩で向上しており、非常に難しいと考えられていた背景重力波の観測も十分に射程圏内として認識されてきた。事実、大型低温重力波望遠鏡(KAGRA、東大宇宙線研、図参照)の建造に大型予算がついたことや、さらに宇宙を舞台にしたスペースレーザー干渉計(DECIGO(日本)、LISA(米国))の建造計画が

活発になっていることから、次世代検出器を用いた背景重力波の観測は、そう遠くない未来と期待できる状況にある¹⁾。このような状況で、重力波を用いた初期宇宙論を展開するための最も主要な課題は、観測される背景重力波から、非常に微弱な初期宇宙起源の重力波シグナルを引き出すためのデータ解析手法の開発することである。以下では、そのデータ解析の手法について説明していくことにする。



大型低温重力波望遠鏡(KAGRA)

2-1 非ガウス性をもつ重力波シグナルについて

全天方向から定常的にやってくる背景重力波は、統計量として扱われ、統計的な判定をもって検出の有無を判断する。過去の研究¹⁾においては、重力波検出器のノイズが、非ガウス性をもつ場合の検出効率について評価が行われたが、重力波シグナルに関しては、ガウス分布に従うものと仮定されていた。しかしながら重力波—重力波の散乱や星のバースト現象によって生じる重力波の重ね合わせを考慮とした場合には、観測される背景重力波シグナルが、非ガウス的に分布する可能性を持つことが報告されている³⁾。そこで本研究では、このような状況を鑑み、非ガウス性をもつ重力波シグナルを検出するための相関統計量について、これまでにない新たな提案を行った。

Non-Gaussianity analysis for a Primordial Stochastic Gravitational Wave Background

Yoshiaki Himemoto

2-2 シグナルとノイズに関する確率分布

本研究では、非ガウス性シグナルを表現するモデルとして、ガウス分布の裾に変更を与えることができる以下の確率分布モデルを採用した。

$$p_h(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \left(\frac{\sigma}{\delta}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{h}{\sigma}\right)^2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\delta \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{h}{\sigma} \right) \right)^2 \right]. \quad (1)$$

これは、平均 0、歪度 0 としたジョンソン (SU) 分布と呼ばれるものである。この分布の 4 次のモーメントと分散の二乗との比 (尖度: $\mathcal{K}$) は、

$$\mathcal{K} = \frac{\omega^2(\omega^4 + 2\omega^3 + 3\omega^2 - 3) + 4\omega^2(\omega + 2)}{2(\omega + 1)^2} + \frac{3(2\omega + 1)}{2(\omega + 1)^2}, \quad \text{where } \omega = \exp[\delta^{-2}] \quad (2)$$

であらわされ、特に $\delta \rightarrow \infty$ で $\mathcal{K} = 3$ (すなわちガウシアン) となることから、 δ が非ガウス性を特徴づけるパラメータとして有効であることがわかる。一方ノイズに関しては、ガウス分布: $p_{n_i}(n_i)$ に従うことを仮定した。

2-3 相関統計量

検出器が観測するデータ s_i^k は、 $s_i^k = h^k + n_i^k$ で表される。ここで、インデックスの $i = 1, 2$ は検出器のラベルであり、 k は離散的な時間ラベルである。また n_i^k はノイズ、 h^k は重力波シグナルである。検出器 1, 2 に同じシグナルが入ることから、 h^k にはインデックス i が省略されている。それぞれの検出器のノイズは無相関と考えてよいので、一般的な背景重力波を捉えるための相関統計量 (Standard Cross-Correlation statistic) は、

$$\Lambda_{\text{SCC}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_1^k s_2^k \quad (3)$$

で与えられる。シグナル、ノイズともにガウス分布のときは、 Λ_{SCC} が最適な相関統計量になる。本研究では、あらたな相関統計量 (Modified Cross-Correlation statistic) として

$$\Lambda_{\text{MCC}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sinh^{-1} \left(\frac{s_1^k}{\sigma} \right) \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{s_2^k}{\sigma} \right) \quad (4)$$

を用い、その検出効率を調べるうえでの定式化を行った。

2-4 Signal to Noise Ratio (SNR) for Λ_{MCC}

検出効率の指標として用いられる SNR については、

$$\text{SNR}_{\text{MCC}} = \frac{\langle \Lambda_{\text{MCC}} \rangle}{\sqrt{\langle (\Lambda_{\text{MCC}} - \langle \Lambda_{\text{MCC}} \rangle)^2 \rangle}} \quad (5)$$

によって定義される。ここで $\langle X \rangle$ は、

$$\langle X \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dn_1 dn_2 dh X p_{n_1}(n_1) p_{n_2}(n_2) p_h(h)$$

によって定義される演算である。現在、数値計算によって SNR_{MCC} について解析中であるが、非ガウス性が強いとされる、ある特定のパラメータ領域においては、 $\text{SNR}_{\text{MCC}} > \text{SNR}_{\text{SCC}}$ となり、(4) が (3) より優れた統計量であることを示唆する結果が得られている。

3 まとめ

背景重力波の観測をめざして、本研究では、非ガウス性をもつ重力波シグナルに注目して、データ解析の新たな手法について提案した。今後もより現実的な状況を考慮したデータ解析の開発を行っていくために、さらにこれらの研究を推し進めていく所存である。

- 1) <http://gwcenter.icrr.u-tokyo.ac.jp/>,
<http://tamago.mtk.nao.ac.jp/spacetime/>,
<http://lisa.nasa.gov/>
- 2) Y.Himemoto, “初期宇宙において生成される重力波についての理論的考察ならびにその観測手段について”, 日本大学生産工学部第 42 回学術講演会, “初期宇宙起源の重力波検出を目的とする最適化されたデータ解析の開発について”, 日本大学生産工学部第 43 回学術講演会, Y.Himemoto et al., “Detecting a Stochastic Background of Gravitational Waves in the Presence of Non-Gaussian Noise”, Physical Review D75, 2007, p022003
- 3) P.Asheadand and E.A.Lim, “Three-point statistics of cosmological stochastic gravitational waves”, Physical Review D82, 2010, p024023, N.Seto, “Non-Gaussianity analysis of a gravitational wave background made by short-duration burst signals”, Physical Review D80, 2009, p043003