ISSN 2186-5647

－日本大学生産工学部第45回学術講演会講演概要（2012-12-1）－

2-99

複数クラス優先車両を考慮した交差点進待分析

日大生産工　○篠原　正明　（一財）計量計画研究所　茂木　渉

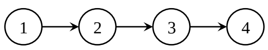
日大生産工　丸茂　喜高

1. はじめに

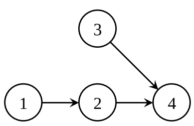
十文字交差点において、高優先車（例えば、消防自動車）と低優先車（例えば、普通自動車）が遭遇した時、高優先車はサイレンを鳴らすなど、何らかの手段により、高優先車は交差点において停止することなく通過することができる。これにより、低優先車はその交差点において一時待機を余儀なくされるが、両車両が交差点において競合することはなく、その点で混雑は回避される。このように、道路交通網に複数の優先クラスに属する車両が存在する状況下での個々の交差点における各車両の進待（厳密には、進退ではない）状況を各クラスの車両数の占有率との関係から分析する。個々の交差点において、各車両がスムーズに流れるならば、その結果として、道路網全体での流れ（スループット）も良くなることが期待できる。

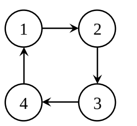
2. 優先車両のクラス分け

車両の優先クラス分けの方法として、以下に、線形順序（あるいは全順序）、半順序、閉路的順序を説明する。図1にクラス数 = 4の場合について優先関係をネットワーク表示した。



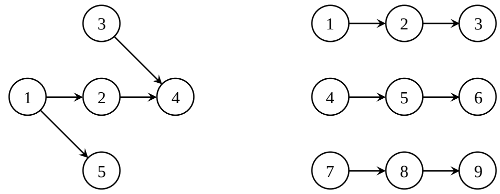
(a) 線形順序





(b) 半順序　(c) 閉路的順序

図1: クラス数= 4での優先関係のネットワーク表示



(a) 直線型付加型　(b) 縦割り型

図2: 半順序関係の他の例

図1(a)において、①は②に、②は③に、③は④に、優先する。従って、この線上では推移律も成立し、例えば①は④に優先する。図1(b)において、①→②→④の線上では線形順序関係が成立し、推移律も成立する。しかし、③は④に優先するが、③は①と②に関しては優先・非優先関係は存在しない。図2に半順序関係の他の例を示すが、図2(b)は典型的な縦割り行政の例である。図1(c)においては、有向枝が存在する隣接ノード間には優先関係が存在するが、①と③、②と④の間には直接の優先・非優先関係は存在しない。なお、本論文においては、最も構造が単純である線形順序のクラス分けに限定して、複数クラス優先車両下の交差点進待分析を考察する。

3. 線形順序クラス分けの記号定義

クラス数 $=n$ の線形順序・優先関係（図3）を考える。最高優先クラスが「1」で、次が「2」で、最低優先クラスが「n」である。クラス「i」とクラス「j」については、$i<j$ の時、クラス「i」がクラス「j」に優先する。また、以下において、クラス「i」に属する車両を「i 等車」等と呼ぶ。

Wait-or-go Analysis at Intersections with Multiple Priority Classes

Masaaki SHINOHARA, Wataru MOGI and Yoshitaka MARUMO

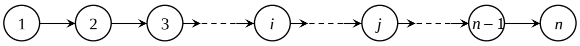


図3: nクラス・線形順序・優先関係のネットワーク表示

4.　クラス数$n=2$での交差点進待分析

考察対象とする交差点は[1]と同じ「一方通行十文字型交差点」で、クラス数$n=2$なので1等車と2等車の2種類のクラスの車両が存在する。ここで1等車は優先車、2等車は非優先車である。

4.1.　クラス数$n=2$での交差点進待分析

一方通行十文字型交差点において、東西道路と南北道路の車が遭遇する場合を想定し、遭遇時に一方が他方に優先していれば（サイレンを鳴らす等）何らかの手段により、両車両が交差点で見合うことなく、優先車が交差点を通過することができる。この様に、交差点遭遇時に一方が他方に優先した結果、遭遇者同士の「どちらが進み、どちらが待つか」の仲裁行動が不要になり、該当交差点での混雑緩和が期待できる。

以下に、交差点遭遇時に一方が他方に優先する状況（すなわち、仲裁無しで即座に交差点を優先車が通過する状況）の発生確率（これを、初回通過確率（FPP : First Passing Probability）と呼ぶ）を評価する。

1等車の全車に占める確率（占有率）ををxすると、2等車の全車に占める確率（占有率）は$1-x$となる（$0 \le x \le 1$）。東西道路で交差点に遭遇する車両に注目すると、初回通過が可能となる状態には以下の2つの場合が存在する（図4参照）。

［場合Ⅰ］東西道路の車が優先車（1等車）（確率xで発生）、南北道路の車が非優先車（2等車）（確率$1-x$で発生）、従って、東西道路の優先車が交差点を通過する。

［場合Ⅱ］東西道路の車が非優先車（確率$1-x$で発生）、南北道路の車が優先車（確率xで発生）、従って、南北道路の優先車が交差点を通過する。

場合Ⅰの発生確率は$x(1-x)$、場合Ⅱの発生確率は$(1-x)x$なので、注目する交差点での初回通過確率FPPは(1)式で与えられる（但し、図4において各事象の発生と分枝は独立とした）。

$$\mathrm{FPP} = F(x) = 2x(1-x) \qquad (1)$$

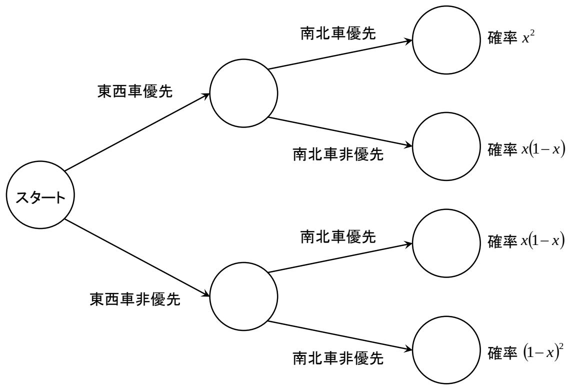


図4: 注目交差点における発生確率の説明図

初回通過確率$F(x)$を最大化する優先車占有率xは、(2)式より、(3)式で得られる。

$$F'(x) = 2 - 4x = 0 \qquad (2)$$

$$x = 0.5 \qquad (3)$$

すなわち、優先車と非優先車の割合が同じ時に、初回通過確率が最大となり、交差点での混雑が減少し、道路交通網全体のスループットも最大となることが予想され、この事はシミュレーション[2]によっても部分的に裏付けられている。

4.2.　優先車同士の遭遇に罰金を課した場合のFPP評価

前節の検討結果では、優先車と非優先車の占有率が50%、50%で両者が等しい時に交差点混雑が最小化し、道路網全体スループットの最大化が期待できる。

ところで、警察車両、消防車両、軍用車両、公共車両などの優先車の占有率が50%と言うのは非現実的であり、さらに、優先車同士の遭遇機会も増加し、優先車としての意味も薄れる。優先クラスが優先的であるのはそのクラスが少数派ゆえであり、20%以上、50%付近あるいはそれ以上の占有率では実質的な優先性は消滅する。

そこで(1)式のFPPに優先車同士が遭遇する時の罰金項を付与した(4)式の罰金付FPP最大化を以下に検討する。(4)式でPは確率x^2の罰金係数である。

$$\text{罰金付FPP} = G(x) = F(x) - Px^2$$
$$= 2x(1-x) - Px^2 \qquad (4)$$

罰金付FPP、$G(x)$ を最大化する優先車占有率 x は、(5)式より、(6)式で得られる。

$$G'(x) = 2 - 2(2+P)x = 0 \tag{5}$$

$$x = \frac{1}{2+p} \tag{6}$$

$P=0$ で(6)式は(3)式に一致する。$P=8$、すなわち、優先車同士が交差点で遭遇する状況を優先車が優先的に交差点を通過する状況の -8 倍の効用を持つと考えると、$x=0.1$ となり、優先車占有率は10%となる。さらに、$P=18$ では $x=0.05$(5%)、では $P=98$, $x=0.01$ (1%)となる。罰金係数 P が実際の道路網で持っている値、あるいは持つべき値、等の検討は今度の課題である。又、図5に $F(x)$ (P=0の $G(x)$)と $G(x)$ の形状を示す。

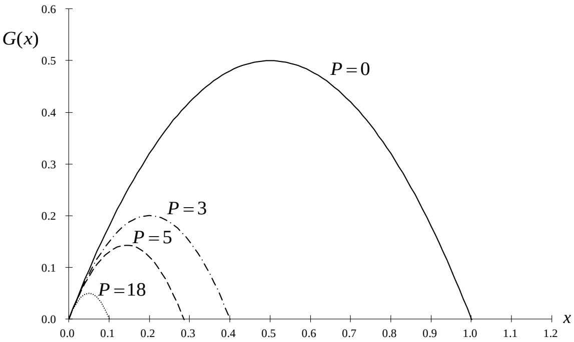


図5: クラス数$n=2$での罰金付FPP関数$G(x)$ の形状

5. クラス数$n=3$での交差点進待分析

一般のクラス数 n での進待分析を行う前に $n=3$ での分析を説明する。クラス数 $n=3$ なので、優先車と非優先車とのクラス分けはできず、1等車（最優先クラス）、2等車、3等車となる。

i 等車の占有率を x_i とすると($i=1,2,3$)、初回進行確率FPPは(7)式で評価できる。

$$F(x_1,x_2,x_3) = x_1(x_2+x_3) + x_2(x_1+x_3) + x_3(x_1+x_2) \tag{7}$$

$x_1 = x, x_2 = y$ とすると、(7)式は(8)式となる。

$$F(x,y) = x(1-x) + y(1-y) + (1-x-y)(x+y) \tag{8}$$

$F_x = 0, F_y = 0$ より、(9)式あるいは(10)式を得る。

$$x = y = \frac{1}{3} \tag{9}$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = \frac{1}{3} \tag{10}$$

$n=2$ の場合と同様に各クラスの車両の占有率が同一の場合にFPP最大化が達成される。

次に、最優先クラスの1等車同士の遭遇に対して罰金を考慮したFPP最大化を考察する。

$$\text{罰金付FPP} = G(x_1,x_2,x_3) = F(x_1,x_2,x_3) - Px_1^2 \tag{11}$$

$x_1 = x, x_2 = y$ とすると、(12)式となる。

$$G(x,y) = x(1-x) + y(1-y) + (1-x-y)(x+y) - Px^2 \tag{12}$$

$G_x = 0, G_y = 0$ より、(13)式あるいは(14)式を得る。

$$x = \frac{1}{3+2P}, \quad y = \frac{1+P}{3+2P} \tag{13}$$

$$x_1 = \frac{1}{3+2P}, \quad x_2 = \frac{1+P}{3+2P}, \quad x_3 = \frac{1+P}{3+2P} \tag{14}$$

$P=3.5$ とすると、$x_1 = 0.1, x_2 = 0.45, x_3 = 0.45$ となる。さらに、一般的に i 等車同士の遭遇の罰金係数を P_i とすると($i=1,2,3$)、罰金付FPPは(15)式となる。

$$\begin{aligned}\text{罰金付 FPP} &= G(x_1,x_2,x_3) \\ &= F(x_1,x_2,x_3) - P_1x_1^2 - P_2x_2^2 - P_3x_3^2\end{aligned} \tag{15}$$

$x_1 = x, x_2 = y$ とすると、(16)式、整理して(17)式を得る。

$$\begin{aligned}G(x,y) &= x(1-x) + y(1-y) + (1-x-y)(x+y) \\ &\quad - P_1x^2 - P_2y^2 - P_3(1-x-y)^2\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}G(x,y) &= 2(1+P_3)(x+y) - (1+P_1)x^2 - (1+P_2)y^2 \\ &\quad - (1+P_3)(x+y)^2\end{aligned} \tag{17}$$

$G_x = 0, G_y = 0$ より、以下の連立方程式(18)を得る。

$$\begin{aligned}\left[(1+P_1) + (1+P_3)\right]x + (1+P_3)y &= 1+P_3 \\ (1+P_3)x + \left[(1+P_2) + (1+P_3)\right]y &= 1+P_3\end{aligned} \tag{18}$$

(18)を解くと、(19)あるいは(21)を得る。

$$x = \frac{1}{\Delta}(1+P_2)(1+P_3), \quad y = \frac{1}{\Delta}(1+P_1)(1+P_3) \tag{19}$$

$$\Delta = (1+P_1)(1+P_2) + (1+P_1)(1+P_3) + (1+P_2)(1+P_3) \tag{20}$$

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{\Delta}(1+P_2)(1+P_3) \\ x_2 &= \frac{1}{\Delta}(1+P_1)(1+P_3) \\ x_3 &= \frac{1}{\Delta}(1+P_1)(1+P_2)\end{aligned} \tag{21}$$

(21)式において、$P_1 = P, P_2 = P_3 = 0$ とすれば(14)に一致する。

6. 一般のクラス数nでの交差点進待分析

i 等車の占有率を x_1 とすると($i = 1,2,\ldots,n$)、FPP最大化問題は(22)〜(24)で定式化できる。

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} (1 - x_i) x_i \to \max \tag{22}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{23}$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{24}$$

(24)式の非負制約は無視して、(23)式の等号制約付き最適化問題として取り扱う。

ラグランジュ関数 $L(x,\lambda)$ を(25)式で定義すると、最適性必要条件は(26),(27)で与えられる。

$$L(x,\lambda) = F(x) - \lambda\left(\sum x_i - 1\right)$$

$$= \sum x_i (1 - x_i) - \lambda\left(\sum x_i - 1\right) \tag{25}$$

$L_{x_i} = 0$ より、$1 - 2x_i - \lambda = 0 \quad (i = 1,2,\ldots,n)$ (26)

$L_{\lambda} = 0$ より、$\sum x_i = 1$ (27)

(26),(27)を連立して解くと、(28)を得る。

$$x_i = \frac{1}{n} (> 0) \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{28}$$

4節($n = 2$)、5節($n = 3$)での結果と同様に、各クラスの車両の占有率が同一の場合にFPP最大化が達成される。

次に、i 等車同士の遭遇に対して罰金係数 P_i $(i = 1,2,\ldots,n)$ を考慮したFPP最大化問題(29)~(31)を考察する。

$$G(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i (1 - x_i) - \sum_{i=1}^{n} P_i x_i^2 \to \max \tag{29}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{30}$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{31}$$

(31)の非負制約は無視して、ラグランジュ関数 $L(x,\lambda)$ を(32)式で定義すると、最適性必要条件は(33),(34)で与えられる。

$$L(x,\lambda) = G(x) - \lambda\left(\sum x_i - 1\right)$$

$$= \sum \left\{ x_i - (1 + P_i) x_i^2 \right\} - \lambda\left(\sum x_i - 1\right) \tag{32}$$

$L_{x_i} = 0$ より、$1 - 2(1 + P_i) x_i - \lambda = 0$ (33)

$L_{\lambda} = 0$ より、$\sum x_i = 1$ (34)

(33)と(34)を連立して解くことにより、(35),(36)を得る。

$$x_i = \frac{1 - \lambda}{2(1 + P_i)} \quad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{35}$$

$$\lambda = 1 - \frac{1 - \lambda}{\sum \frac{1}{2(1 + P_i)}} \tag{36}$$

(35)と(36)より(37)を得る。

$$x_i = \frac{\frac{1}{1 + P_i}}{\sum \frac{1}{1 + P_i}} \tag{37}$$

すなわち、i 等車同士の遭遇に対する罰金係数を P_i $(i = 1,2,\ldots,n)$ とするならば、その時の各クラスの最適占有率は、$1 + P_i$ の逆数に比例する･･･と言える。

7. おわりに

複数優先クラス粒子が流れるネットワークの交差ノードでの混雑最小化を、ネットワークの同質性homogeneityを仮定して、関数 $F(x)$ あるいは $G(x)$ の最適化として考察した。目的関数として、罰金のみならず利得の考慮、加法系のみならず乗法系、など様々な関数形を考慮して、システム全体スループットを最適化するエージェント配分を考察する事が今後の課題である。

参考文献

[1] 篠原正明、茂木渉、丸茂喜高：ITSドライバーの利他行動に関するゲーム理論モデル、平成23年度日本大学生産工学部第44回学術講演会・数理情報部会講演論,pp.1131-1134(2011.12).

[2] 中村祐介：八の字型道路交通網のエクセル・シミュレーション、平成23年度日大生産工数理情報工学科卒業論文集(2012.2).