

## MPS法による液滴落下の三次元解析

日大生産工 (学部)  
日大生産工

○林 侑希  
豊谷 純

日大生産工 (院) 小原 俊介  
日大生産工 角田 和彦

### 1 はじめに

粒子法は、連続体を複数の粒子で表し、その挙動を方程式に従い、求めていく手法である。有限要素法や有限体積法等とは異なり、メッシュを作成する必要がないため、粒子の位置関係が固定されず、大変形問題に適している。

また、解析を行う際、三次元解析に適用することで、二次元解析では得ることができなかった現象の確認が可能になる。

本研究では、粒子法の一つであるMPS法 (Moving Particle Semi-implicit Method) を用いて<sup>1)</sup>、ミルククラウン現象を実現するために、まず表面張力を無視した状態である液滴落下の三次元解析を行い、検証することを目的としている。

### 2 支配方程式

非圧縮性流体の支配方程式は次式で表せる。

- ・連続の式

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

- ・Navier-Stokes方程式

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

式(2)の左辺は、ラグランジュ微分であり、右辺の第1項は圧力項、第2項は粘性項、第3項は重力項である。また、 $\mathbf{u}$  : 速度ベクトル、 $\rho$  : 密度、 $P$  : 圧力、 $\nu$  : 動粘性係数を表す。

### 3 MPS法

MPS法では、微分方程式に現れる勾配、発散、ラプラシアン等に対して、それぞれ粒子間相互作用モデルを用意し、これらを用いて微分方程式の離散化を行う<sup>1)</sup>。本研究では、圧力計算における安定化を図るため、以下の重み関数を用いて数値解析を行う<sup>2)</sup>。

$$w(r) = \begin{cases} \log \frac{r_e}{r} & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 $r$ は粒子間距離、 $r_e$ は影響半径である(図1参照)。

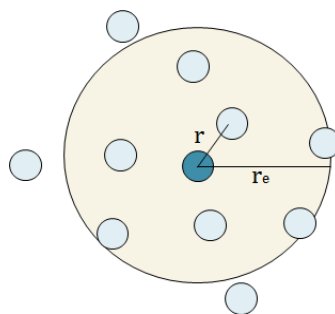


図1. 粒子間相互作用

以下に示す式(4)は勾配モデル、式(5)はラプラシアンモデル、式(6)はラプラシアンモデルにおける統計的な分散の増加を解析解と一致させるための係数である。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) w(|r_j - r_i|) \right] \quad (4)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|r_j - r_i|)] \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |r_j - r_i|^2 w(|r_j - r_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|)} \quad (6)$$

### 4 数値計算例

本研究では、三次元解析モデルとして、液滴の落下の解析を行う。液滴落下は、ある一定の高さから液滴を下の水面に落下させるものである。この水面と衝突した際の挙動についての検証を行う。図2は、液滴落下の初期状態で、POV-Rayにより、可視化したものである。また、表1に粒子数等の各諸量を示す。

## 3D Analysis of Liquid Droplet Using MPS Method

Yuki HAYASHI, Syunsuke OBARA, Jun TOYOTANI and Kazuhiko KAKUDA

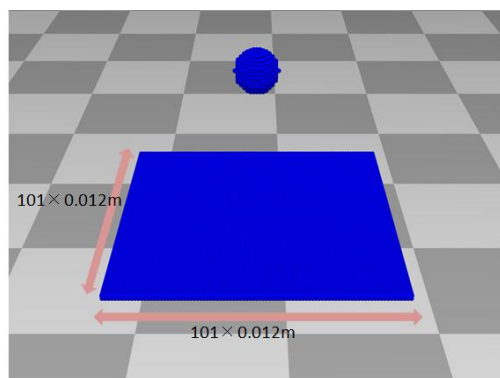


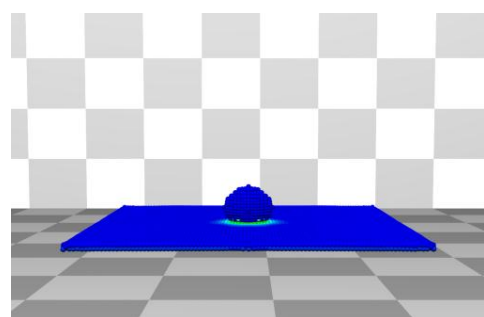
図2. 液滴落下

表1. 計算条件

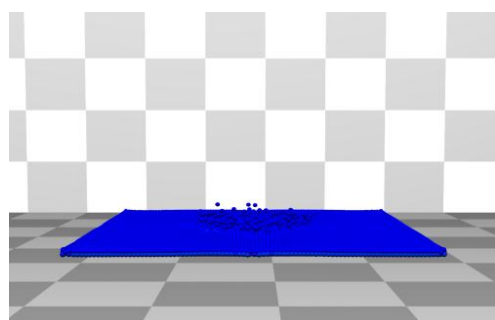
|       |                                   |
|-------|-----------------------------------|
| 総粒子数  | 52400                             |
| 粒子間距離 | 0.012 m                           |
| 密度    | $1000 \text{ kg} / \text{s}^2$    |
| 重力    | $9.8 \text{ m} / \text{s}^2$      |
| 動粘性係数 | $1.0^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ |
| 液滴の直径 | 0.0168m                           |
| 水面の深さ | 0.024m                            |

図3に、初期状態からの粒子移動(0.28秒, 0.33秒, 0.38秒, 0.43秒)を示す。

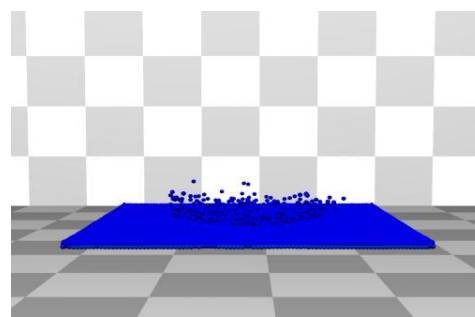
図3(a)のとき、重力の影響により、液滴が落下し、水面と衝突していることがわかる。図3(b)では、球体が崩壊し、外側に弾け始め、図3(c)のとき、粒子が弾けているのがわかる。また、表面張力を考慮していないため、粒子がまとまらないことが確認できる。そして図3(d)では、粒子がさらに外側に弾け飛んでいること確認できる。



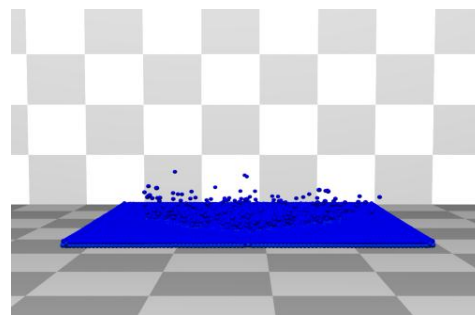
(a) 0.28秒



(b) 0.33秒



(c) 0.38秒



(d) 0.43秒

図3. 液滴落下シミュレーション

## 5 おわりに

本研究では、液滴落下の三次元解析を行い、挙動の検証を行った。水面と衝突したときの挙動や表面張力を考慮していないため、粒子同士が引き寄せあわないことを確認することができた。

今後は、表面張力<sup>3) 4)</sup>、粘性についての考慮を行い、ミルククラウン現象の解析を実現させたい。また、水面の深さ、液滴を落とす高さ、液滴の大きさを変化させることにより、どのような条件でクラウンが発生するか検証していきたい。

## 参考文献

- 1) S.Kosizuka and Y.Oka, "Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid", NUCLEAR SCIENCE AND ENGINEERING, 123, pp. 421-434 (1996)
- 2) 小原俊介, 角田和彦, 豊谷純, MPS法による圧力安定化手法及び液封式ポンプへの適用, 第25回数値流体力学シンポジウム, JS FM, (2011)
- 3) Nomura, K., Koshizuka, S., Oka, Y. and Obata, H.: Numerical Analysis of Droplet Breakup Behavior using Particle Method, J. Nucl. Sci. Technol., 38, 1057-1064
- 4) 近藤雅裕, 越塚誠一, 滝本正人, MPS法における粒子間ポテンシャル力を用いた表面張力モデル, Transactions of JSCES Paper No. 20070021, (2007)