ISSN 2186-5647

2-45

数値積分法からみた波面合成法の離散化について

早大基幹理工(院)　○ 関根 晃太　日大生産工　山崎 憲　早大理工　大石 進一

1. はじめに

立体音響とは，音の方向，距離感を 3 次元的に再現する技術である．主に，心理的な手法と物理的な手法の 2 つに分類される．波面合成法とは，立体音響の物理的な手法の一つであり，再現したい音場の音圧を制御する技術である．波面合成法は，第 2 種 Rayleigh 積分を離散化し，スピーカで再現することで立体音響を構成する．

本研究の目的は，第 2 種 Rayleigh 積分について数値積分の手法に基づき従来の離散化手法を明らかにする．さらに，Gauss-Legendre 積分公式に基づいた離散化を提案し数値実験を行う．

2. 波面合成法の原理[1)]

波面合成法は Kirchhoff−Helmholz 積分定理に基づき音場を制御する方法であり，以下のような式で示される．

$$P_P = \oint \left[P_s \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial P_s}{\partial n} \right] dS \qquad (1)$$

但し G は Green 関数であり，点音源を示す．式(1)より任意の閉曲面 S 上の音圧 P_S と微小面積 dS の n 方向の法線ベクトルの粒子速度 $\partial P_S/\partial n$ を制御することによって，閉曲面内の音圧 P_P を制御できること意味している．

しかし, 粒子速度の制御は現実的には難しいため，式(1)に Dirichlet 条件(G=0)を与え，さらに半空間を考えることにより，平面アレイにおける波面合成法として第 2 種 Rayleigh 積分となり、以下のような式となる．

$$P_P = \frac{1}{2\pi} \int P_S \frac{\partial}{\partial Z_S} \left[\frac{\exp\left(ik|r_P - r_n|\right)}{|r_P - r_S|} \right] dS \qquad (2)$$

式(2)より平面 dS 上の音圧 P_s を制御すれば，半空間内の音圧 P_p を制御出来ることを意味する．(2)式を離散化すると以下のようになる．

$$P_P^h = \frac{1}{2\pi} \sum P_S \frac{\partial}{\partial Z_S} \left[\frac{\exp\left(ik|r_P - r_n|\right)}{|r_P - r_S|} \right] \Delta x \Delta y$$

・・・(3)

ここで，Δx と Δy はそれぞれ x 方向と y 方向のスピーカの間隔を示している．

スピーカの間隔の条件は標本化定理より，

$$\Delta x \le \frac{v}{2 f_{nyq}} = \frac{\lambda}{2} \qquad (4)$$

となる．(4)式からスピーカの間隔は音源の波長の半分よりも小さくしなければ，空間エイリアシングが発生し波面合成がされない．

3. 離散化の検討

3.1 中点公式(従来手法)

被積分関数 g を

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi} P_S \frac{\partial}{\partial Z_S} \left[\frac{\exp\left(ik|r_P - r_n|\right)}{|r_P - r_S|} \right]$$

と定義する．被積分関数 g を用いて式(2)，(3)を書き直すと

$$P_P = \iint g(x, y) dx dy \qquad (2)'$$

$$P_{P1}^h = \sum \sum g(x, y) \Delta x \Delta y \qquad (3)'$$

となる. さらに, スピーカを分点と見なせば, 式(2)'の積分を離散化し Riemann 和の形に書

Discretization of Wave Field Synthesis by using Numerical Integration

Kouta SEKINE, Ken YAMAZAKI and Shin'ichi OISHI

き直していることがわかる．これは，数値積分では中点公式と呼ばれる方法である．

即ち，数値積分の知識を波面合成法の離散化に応用することで離散化誤差の把握，高精度化が可能となる．

3.2 Gauss-Legendre 積分公式(提案手法)

式(2)'に対し変数変換を行うことで積分区間を[-1,1]にすると，

$$P_P = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \qquad (5)$$

と書ける．$f(t_1,t_2)$を

$$f(t_1, t_2) = \sum_{k=1}^{n} l_k(t_1) f(t_{1k}, t_2) \qquad (6)$$

と多項式で展開する．但し，

$$l_k(t_1) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{n} \frac{t_1 - t_{1i}}{t_{1k} - t_{1i}}$$

とする．式(6)を式(5)に代入すると，

$$P_P^h = \sum_{k=1}^{n} w_{1i} \int_{-1}^{1} f(t_{1k}, t_2) dt_2$$

と変形できる．但し，

$$w_{1i} = \int_{-1}^{1} l_k(t_1) dt_1$$

とする．同様に，$f(t_{1k},t_2)$を多項式で展開するし式変形を行うと

$$P_{P2}^h = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} f(t_{1k}, t_{2j}) w_{1i} w_{2i}$$

となり，式(2)'を離散化できる．

4.　数値実験結果

図 1-3 に数値実験結果を示す．図 1 は周波数 1[kHz]の音源を配置し波面合成法を用いて再現したい波形をシミュレーションした．図 2は3.1節で紹介した従来手法である中点公式を用いた波面合成法の結果である．図 3 は 3.2 節で提案した Gauss-Legendre 積分公式を用いて第 2 種 Rayleigh 積分を離散化した場合の波面合成結果である．

図 2 と 3 を比較してみると，スピーカの前面にて非常に似た波形が示されていることがわかる．このことから，波面合成法の離散化に数値積分を離散化の概念を導入することが可能であることが示された．

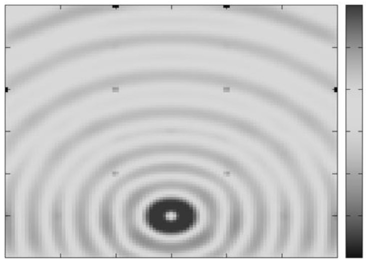

図 1 原音

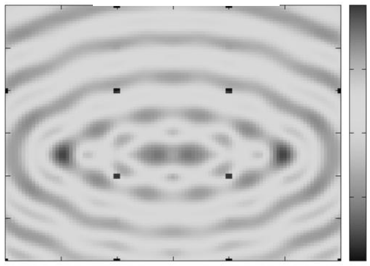

図 2 中点公式を用いた波面合成法(従来手法)

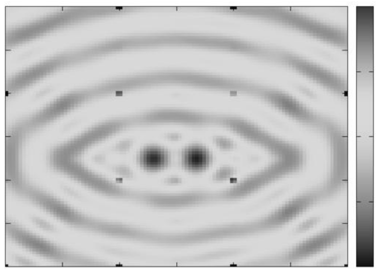

図 3 Gauss-Legendre 積分公式を用いた波面合成法(提案手法)

5.　まとめ

本研究では波面合成法の離散化について数値積分法を導入することで，従来とは異なる離散化手法をを示した．今回は特に Gauss-Legendre 積分公式に着目したが，数値積分法には，台形公式，DE 公式等の手法がある．今後は様々な離散化手法で波面合成法の検討を行う必要性がある．

〈参考文献〉

1) A.J.Berkhout, D. de Vries and P.Vogel, “Acoustic control by wave field synthesis”, Journal of Acoustical Society of America, Vol93, No.5, pp.2764-2778,May1993