

LMSアルゴリズムによるハイパス特性を有するLIフィルタの獲得

日大生産工 (学部) ○齋藤 政徳
日大生産工 目黒 光彦

1 まえがき

低域通過型 (ローパス) や、高域通過型 (ハイパス) の周波数特性を有するフィルタとして、通常、線形フィルタによる処理が利用される。しかしながら、線形フィルタは入力信号内に極端な値を持つインパルス性雑音により劣化している場合、その出力結果はインパルス性雑音の影響を大きく受けてしまうことも知られる。一方、メディアンフィルタに代表される信号の順序情報に基づいた非線形フィルタは、所望の周波数特性を持たせることを考慮に入れていないものの、インパルス性ノイズの影響を抑えたフィルタの構築が可能である。

そこで、線形フィルタ、非線形フィルタ両方の仕組みを併せ持ったLIフィルタが提案されている¹⁾。LIフィルタは、処理対象信号の窓内位置と窓内信号の順序の両方に応じたフィルタ係数と、窓内信号との線形荷重和により出力が求められる。窓内位置に関するフィルタ係数を設定可能な構成から、周波数特性を持たせることが可能であり、かつ、順序情報も加味したフィルタ係数の設定も可能なことから、インパルス性雑音の影響も抑えたフィルタ処理の実現も期待できる。

LIフィルタは、逐次更新最適化手法として知られるLMSアルゴリズムを用いて、最適なフィルタ係数を求める方法も提案されている¹⁾。しかしながら、低域通過 (ローパス) 特性を有したフィルタの構築を目指した利用が多く、高域通過 (ハイパス) 特性を有したフィルタの獲得を目指してはいなかった。

そこで本研究では、ハイパス特性を有するLIフィルタを、LMSアルゴリズムによる最適化により獲得する手法を検証し、所望のハイパス特性を得られているか評価を行う。ハイパス特性を有するLIフィルタを、実際の画像に対するエッジ検出フィルタとして利用し、その検証を行い、有効性を示す。

2 既存のフィルタ処理

2.1 FIRフィルタ

FIR(Finite impulse Response)フィルタの出力 y_{FIR} は入力信号 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ とその信号の位置に対応した係数 $\{W_1, W_2, \dots, W_N\}$ を乗じ、その合計を出力とする線形フィルタであり、式(1)に示す。

$$y_{FIR} = \sum_{i=1}^N (W_i \cdot x_i) \quad (1)$$

FIRフィルタはそのフィルタ係数を変えることによりハイパス、ローパスの周波数特性を持たせることが可能である。しかしながら、極端な値を持ったインパルス性ノイズの影響を受けた出力を出しやすい。

2.2 OSフィルタ

$$y_{OS} = \sum_{j=1}^N (W_j \cdot x_{(j)}) \quad (2)$$

代表的な非線形フィルタとして知られるOS(Order Statistic)フィルタの出力 y_{OS} は、入力信号 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ を昇順でソートした $\{x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}\}$ の位置に対応した係数 $\{W_1, W_2, \dots, W_N\}$ を乗じ、その合計を出力する。OSフィルタは雑音の分布に応じて最適な雑音除去性能を持つフィルタの構築が可能であるものの、入力信号を大きさ順にソートしてしまうために、入力信号の位置情報が失われてしまう。そのため所望の周波数特性を持たせることは難しい。

2.3 LIフィルタ

LIフィルタはFIRフィルタの入力信号の位置 i とソート後の順序 j の両方を考慮した係数 W_{ij} を用いたフィルタであり

$$y_{LI} = \sum_{i=1}^N (W_{ij} \cdot x_{i(j)}) \quad (3)$$

A Spectral Design of LI Filters
with High-Pass Characteristics by LMS Algorithms

Masanori SAITO and Mitsuhiko MEGURO

と表現される。 $x_{i(j)}$ は入力信号の i 番目の位置にある x_i が、昇順ソート後に j 番目であることを示す。 LI フィルタの係数は位置情報 i と順序情報 j の2次元で表されているため周波数特性を持たせることが可能で、かつ高い雑音除去性能を持っている。フィルタ係数の個数はフィルタ窓内の信号数 N 個に対し N^2 個となる。

2.4 クロネッカー LI フィルタ

クロネッカー LI フィルタは入力信号の窓内の位置を考慮した係数 α_i と、順序を考慮した係数 β_j を用いたフィルタである。クロネッカー LI フィルタは以下の式(4)で表現される。

$$y_{KL} = \sum_{i=1}^N (\alpha_i \cdot \beta_j \cdot x_{i(j)}) \quad (4)$$

入力信号数が N 個のクロネッカー LI フィルタのフィルタ係数の数は $2N$ 個と LI フィルタより少なくなっている。

3 LMSアルゴリズム

LMS (Least Mean Square) アルゴリズムは適応アルゴリズムの中でも演算量が比較的少なく線形フィルタの最適化に多用されている。理想信号 d_k 、フィルタ係数 W_k 、入力信号 X_k から瞬時誤差 ε_k を求める方法を以下に示す。

$$\varepsilon_k = d_k - y_k = d_k - W_k X_k^T \quad (5)$$

として求められる瞬時誤差の自乗である ε_k^2 を用い、フィルタ係数 W_k に対する ∇_k の推定量は

$$\hat{\nabla}_k = \frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial W_k} = 2\varepsilon_k \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial W_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial W_L} \end{bmatrix} = -2\varepsilon_k X_k$$

となり、係数 W_k を W_{k+1} に更新するLMSアルゴリズムは以下の式(6)で与えられる。

$$W_{k+1} = W_k + \mu(-\hat{\nabla}_k) = W_k + 2\mu\varepsilon_k X_k \quad (6)$$

なお、 μ は任意に定めるステップ数である。

4 評価方法

4.1 MSE

出力画像を評価するためのMSE (Mean Square Error) は以下の式で求める。

$$MSE = \frac{1}{M} \sum_i^M (d_i - y_i)^2 \quad (7)$$

M は画像全体の信号数、 d_i は理想画像の信号値、 y_i はフィルタ出力画像の信号値である。MSEは値が小さいほどフィルタ処理結果が理想信号に近いことを示す。

4.2 相関係数

本研究では現信号と比べて出力信号の振幅に変動の大きいハイパス特性を持つ画像を取り扱うため、相関係数での評価も行う。

$$COR = \frac{\sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})(d_i - \bar{d})}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^M (d_i - \bar{d})^2}} \quad (8)$$

相関係数 COR は値が1に近いほど y_i と d_i には相関があり、0に近いほど相関がなく、-1に近いほど負の相関が強いことを示す。



図1：元画像



図2：ラプラシアン出力



インパルス性ノイズ3%

(a)



インパルス性ノイズ6%

(b)



インパルス性ノイズ9%

(c)

図3：インパルス性ノイズ加音画像



図4：エッジ分割画像

5 適用例

5.1 フィルタ設計

LI フィルタ及びクロネッカー LI フィルタを、LMSアルゴリズムを用いて、ハイパス出力として最適化する。LMSアルゴリズムで用いる理想画像はとして、図1の原画像をハイパスフィルタラプラシアンフィルタで処理した図2に示す出力画像を理想画像とする。LMSアルゴリズムによる係数の更新回数は5000回とする。フィルタ係数の初期値は、フィルタ窓内の信号数が N 個とすると、 LI フィルタが $1/N$ 、クロネッカー LI フィルタが $1/\sqrt{N}$ とする。出力画像の評価は、MSE評価と相関係数で行い、相関係数の評価ではエッジ部と平坦部の評価を分けて行う。図1の原画像での 3×3 における窓内分散 σ^2 が300より小さいときに平坦部とし、300以上のときにエッジ部と判定する。平坦部とエッジ部を分割した画像を図4に示す。

5.2 画像処理結果

まず、図1の原画像を 3×3 のクロネッカー LI フィルタで係数の最適化を行った。その出力画像を図5に示す。この出力画像のMSE評価は4.446、相関係数もエッジ部、平坦部、共に0.99と1に近い値を示し、理想画像に限りなく近い出力が得られた。このフィルタ係数の分布グラフを図5に示す。これを見ると位置情報を考慮した係数 α_i (図6a)はラプラシアンフィルタの係数の分布と非常に類似していることが分かり、クロネッカー LI フィルタの係数がLMSアルゴリズムにより最適化され、ハイパス特性を有したフィルタ出力が得られたことを示す。



図5: 元画像に対する 3×3 K LI フィルタ出力画像

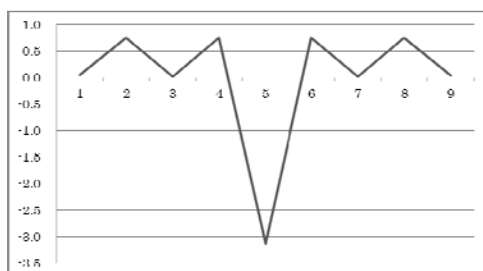


図6(a): 位置情報を考慮した係数 α_i

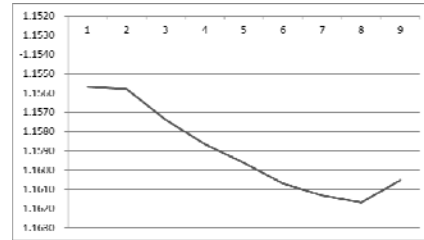


図6(b): 順序情報を考慮した係数 β_j

次に、インパルス性雑音を3%、6%、9%の発生確率で加法させた画像(図3)に対して処理を行った。各フィルタの出力画像を図7~10に、MSE評価を表1、相関係数での評価を表2に示す。MSE評価、相関係数評価を見ると 5×5 LI フィルタの出力画像が理想画像に一番近いことがわかる。他のフィルタの出力画像はエッジ部の相関係数は1に近い値になっているが、平坦部ではインパルス性ノイズの発生確率が高くなるにつれ大幅に下がってしまう。 5×5 クロネッカー LI フィルタでインパルス性ノイズ発生確率6%の画像を処理した際のフィルタ係数を図11に示す。 α_i はラプラシアンフィルタの係수에類似していて、 β_j は極端なノイズを低減する係数であることがわかる。

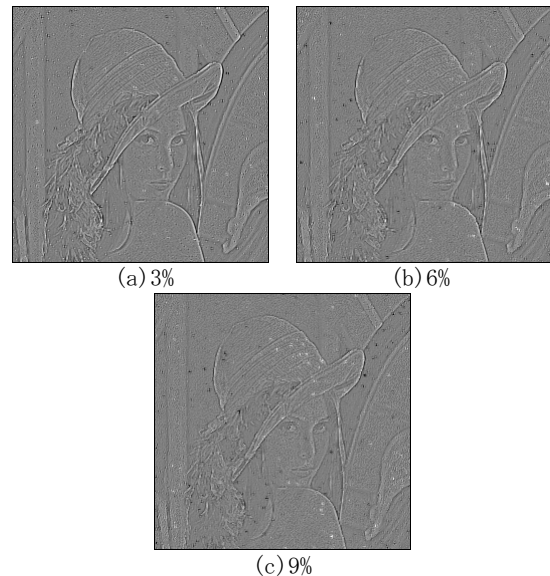


図7: 3×3 LI フィルタ出力画像

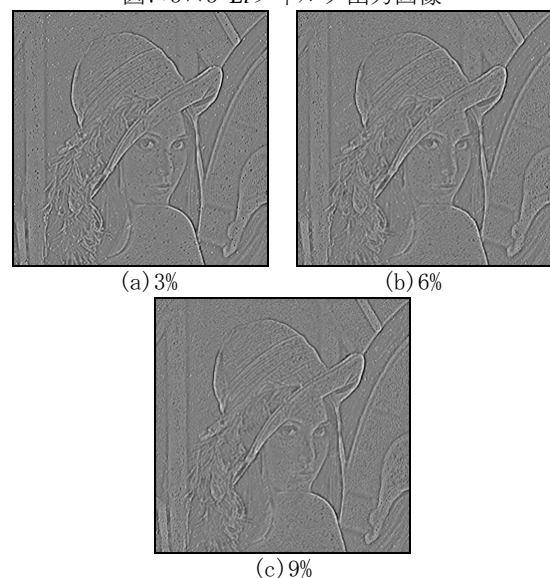


図8: 5×5 LI フィルタ出力画像

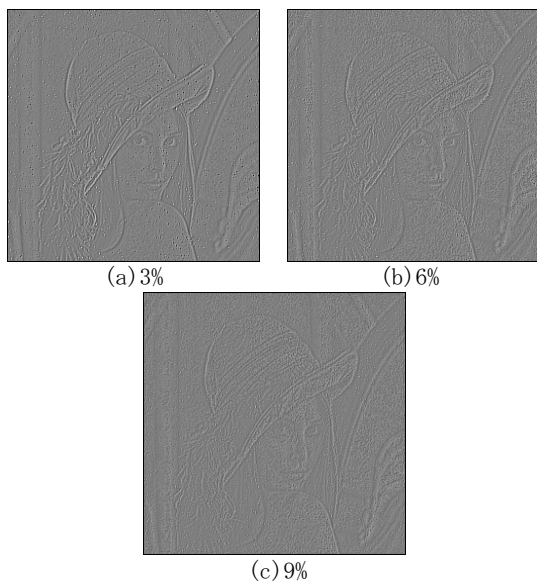


図9: 3×3K LIフィルタ出力画像

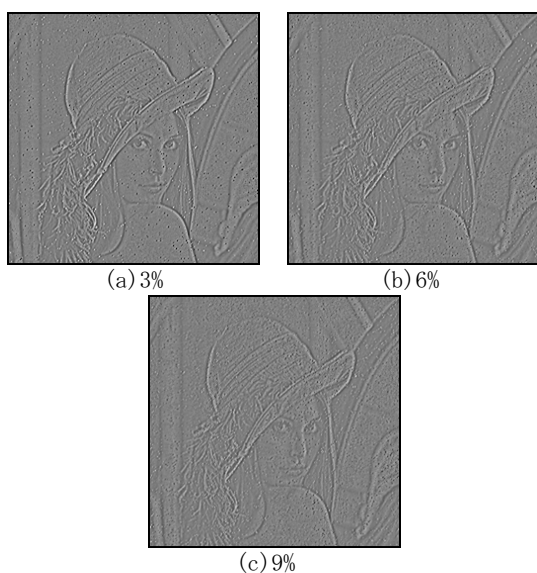


図10: 5×5K LIフィルタ出力画像

表1: MSE評価

	3%	6%	9%
LI3×3	434.9480	529.1174	588.0704
LI5×5	400.7543	481.7077	522.6231
KLI3×3	578.3511	660.7018	697.9003
KLI5×5	480.8142	580.1661	621.1508

表2(a): 相関係数評価 (3%)

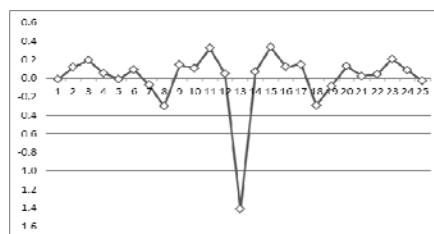
	3%	
	エッジ部	平坦部
LI3×3	0.79619701	0.55069585
LI5×5	0.83616899	0.56725818
KLI3×3	0.78826604	0.43243991
KLI5×5	0.83505517	0.4705753

表2(b) 相関係数評価 (6%)

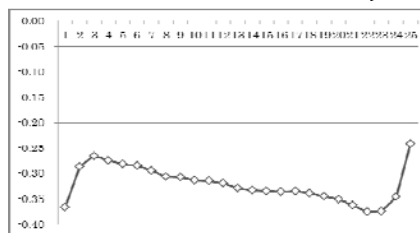
	6%	
	エッジ部	平坦部
LI3×3	0.72866828	0.48815171
LI5×5	0.77655151	0.51704383
KLI3×3	0.70744596	0.44261362
KLI5×5	0.77496061	0.41664971

表2(c) 相関係数評価 (9%)

	9%	
	エッジ部	平坦部
LI3×3	0.69928205	0.43942289
LI5×5	0.74368417	0.48535872
KLI3×3	0.66702536	0.4209709
KLI5×5	0.74763667	0.39103023



(a) 位置情報を考慮した係数 α_i



(b) 順序情報を考慮した係数 β_j

図11: ノイズ6% 5×5KLIフィルタ

6 むすび

LMSアルゴリズムを用いて、LIフィルタ、及びクロネッカーLIフィルタを最適化することによって、所望のハイパス特性を持つフィルタを構築されていることを確認した。今後の課題として、ローパス特性、バンドパス特性を有するフィルタの構築も検証したい。

参考文献

- 1) F. Palmieri and C. G. Boncelet, Jr. "LI-filters a new class of order statistic filters.", IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 37, No. 5, May (1989).