

十文字交差点を持つ8の字型道路網における 優先・非優先車両混在下のスループット分析 —理論とシミュレーション—

日大生産工

○篠原 正明

(一財)計量計画研究所

茂木 渉

日大生産工

丸茂 喜高

1. はじめに

文献[1]では、表計算エクセル上でのセル (=車両) を移動するシミュレーションを用いて、十文字交差点を持つ8の字型優先・非優先車両混在道路網のスループット特性を、優先・非優先車両混在比率をパラメタとして計算した。車両密度×速度が小さく、交差点での待ち数がわずか(1台前後)の場合(すなわち、交通混雑が軽微か無い場合)には、その道路網のスループット(平均通過車両台数)特性は、文献[2]の交差点における初回通過確率FPP特性と形状が類似する。しかし、中程度以上の混雑(待ち台数2以上)では、[1]のシミュレーションによるスループット特性と[2]のFPP特性では、ピークポイントが乖離している。

本論文では、無混雑時のスループット特性[1]と[2]のFPP特性の傾向が一致する点を検証すると共に、混雑時には[1]と[2]の特性傾向に乖離が生じる原因を分析する。

2. 道路の車両トラフィック特性の計算

最初に、シミュレーションで用いた8の字型道路網の待ち行列・トラフィック特性を検討する。車両の平均速度を v (セル/秒)、8の字型道路の延べセル数=100、車両(1セル)台数=20なので、東西道路で西から東方向へ交差点に加わる車両台数/秒、 λ は(1)となる。

$$\lambda = qv \quad (\text{台数/秒}) \quad (1)$$

但し、 q は車両密度(台数/セル)で(2)で与えられる。

$$q = 20/100 = 0.2 \quad (\text{台数/セル}) \quad (2)$$

文献[1]の優先・非優先混在実験の図3では速度幅を[1~3]としているので、 $v=2$ となり、 λ は(3)で評価できる。

$$\lambda = 0.4 \quad (\text{台数/秒}) \quad (3)$$

交差点での車両保留時間 $h=1$ 秒なので、東西道路の車

両呼量 a_{EAST} は(4)で評価できる。

$$a_{\text{EAST}} = \lambda h = 0.4 \quad \text{台数 (アーラン)} \quad (4)$$

又、同様に南北道路の車両呼量 a_{NORTH} は(5)で評価できる。

$$a_{\text{NORTH}} = \lambda h = 0.4 \quad \text{台数 (アーラン)} \quad (5)$$

すなわち、注目する交差点には合計して $a=0.8$ 台(アーラン)の車両が負荷として加わっている。

交差点では待ち競合などが無い理想状態では1秒当り1台を通過処理するので、その容量 c は1台(アーラン)である。ここで、 $a=0.8, c=1$ なので(6)が成立するので、加わる負荷が容量以下の状態で道路網が運用されていると言える。

$$a < c \quad (6)$$

次に待ち行列・トラフィック理論を用いた概略の待ち台数 L_q を近似評価する。M/M/1を仮定すると、平均待ち台数 L_q は(7)で評価できる。

$$L_q(M/M/1) = \frac{a^2}{1-a} \quad (7)$$

M/D/1では、(7)の半分なので(8)で評価できる。

$$L_q(M/D/1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{1-a} \quad (8)$$

本モデル化では、東西道路と南北道路の車両がまとめて注目交差点に加わると考えた時の、両道路合計での待ち台数が L_q である。

$a=0.8$ アーランなので L_q は以下のとおりである。

$$L_q(M/M/1) = 3.2 \quad (\text{台}) \quad (9)$$

$$L_q(M/D/1) = 1.6 \quad (\text{台}) \quad (10)$$

交差点では1秒で1台の通過処理を行うので、サービス特性は確定的サービス時間 D と考えられる。又、加わるト

Throughput Analysis of 8-figure-type Circuit
with Intersection offered Multiple Priority Class Vehicles
-Theory and Simulation-

Masaaki SHINOHARA, Wataru MOGI and Yoshitaka MARUMO

ラフティック特性も、初期状態では100セルに20台を均等配置し、速度幅も[1~3]としているので、ポアソン到達よりは規則性を持ち、(10)の値はさらに小さくなることが期待できる。なお、(10)式の待ち台数は両道路の合計数なので、1道路当りは平均0.8台となり、文献[1]の図3の実験条件（速度幅[1~3]）は軽微あるいは無混雑な状況と考えられる。

3. 無〜軽混雑時のスループット特性

文献[1]の8の字型道路のエクセルシート上モデルの図1と優先／非優先混在実験のシミュレーション結果の図3を以下に図1,2として再掲する。

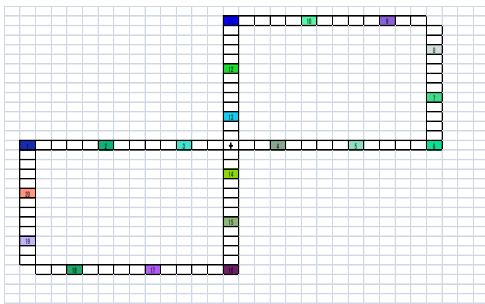


図1: 8の字型道路のエクセルシート上モデル

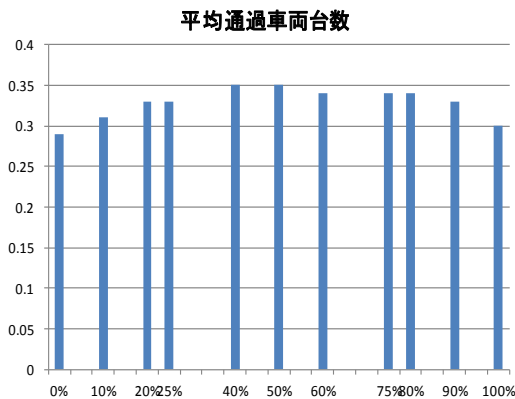


図2: 速度幅[1~3]でのシミュレーションスループット特性（文献[1]の図3）

2章で検討したように、無混雑道路上での理想的な平均速度 $v=2$ （台／秒）の下では、スループット T は(3)式の λ と一致する。

$$T = \lambda = 0.4 \quad (\text{台数／秒}) \quad (11)$$

図2に示すように、シミュレーションでは優先車占有率 $x=0.5$ で $T \approx 0.35$ 、それ以外の x ではほぼ左右対称で $T \approx 0.3 \sim 0.35$ となる。

(11)の理想値 $T=0.4$ とシミュレーション値 $T=0.3 \sim 0.35$ の乖離の原因は、道路上ならびに交差点前で生

じる待ち行列が原因となり、実行速度 v_e が名目上の速度 v より低下するからである。そこで、以下に $x=0.5$ の場合を例にとり、道路上の待ちを推定評価する。

道路上の待ちは、大きく以下の3つに分けられる。

- (a) 車両交通負荷にもとづく交差点での待ち W_a …(8)式とリトルの公式より、 W_a は(12)となる。

$$W_a = L_q(M/D/1)/\lambda = 4 \quad (\text{秒}) \quad (12)$$

- (b) 優先／非優先にもとづく交差点での待ち W_b

- (c) 交差点以外での道路上の追従待ち W_c …速度の分散が増加すれば、車両間の追従待ちは増加することが予想されるが、軽負荷時は $W_c \approx 0 \sim 3$ （秒）と無視できる。

以下に W_b を分析する……同じ優先度同士が遭遇し初回通過できない時（確率 $1-2x+2x^2$ ）は、最大3回までお見合いするので、平均 $M=2$ 秒待ち、自分が非優先で相手が優先の場合は（確率 $x(1-x)$ ）、軽負荷時では次時点で通過できるので、 $S=1$ 秒待つとすると、 W_b は(13)となる。

$$\begin{aligned} W_b &= (M(1-2x+2x^2) + S(x-x^2)) \times 2 \quad (\text{秒}) \\ &= 2M + 2(S-2M)x(1-x) \quad (\text{秒}) \end{aligned} \quad (13)$$

3つの待ち W_a, W_b, W_c を総和した総合待ちは(14)となる。

$$W = W_a + W_b + W_c \quad (\text{秒}) \quad (14)$$

ここで W_b のみが x に依存し、 $W_c=0$ （秒）とすると、 W は(15)となる。

$$W = 4 + 2M + 2(S-2M)x(1-x) \quad (\text{秒}) \quad (15)$$

100セル分の道路を平均速度 $v=2$ （セル／秒）で走行するので、

$$\text{道路走行時間} \quad H = 100/2 = 50 \quad (\text{秒}) \quad (16)$$

従って、実効速度 v_{e0} は(17)で評価できる。

$$\begin{aligned} v_{e0} &= 100/(W + H) \\ &= 100/(54 + 2M + (S-2M)x(1-x)) \end{aligned} \quad (17)$$

よって、スループット T は(18)で評価できる。

$$T_0 = qv_{e0} = 20/(54 + 2M + 2(S-2M)x(1-x)) \quad (18)$$

文献[2]の(1)式の $FPP = F(x)$ でスループット T を表現すると、(19)となる。

$$T_0 = 20/(54 + 2M + (S-2M)F(x)) \quad (19)$$

$F(x)$ は $x=0.5$ で左右対称なので、スループット T_0 も $x=0.5$ で左右対称となる。又、 $F(x)=2x(1-x)$ は上

に凸の2次曲線であるが、 $S-4<0$ なので、 $F(x)$ にマイナスが付き、分母となったので T_0 も同傾向となる。(18)あるいは(19)に基づくスループット特性を優先車占有率 x (%表示/10)を横軸で図3に示すが、シミュレーション結果(図2)と概略一致する。

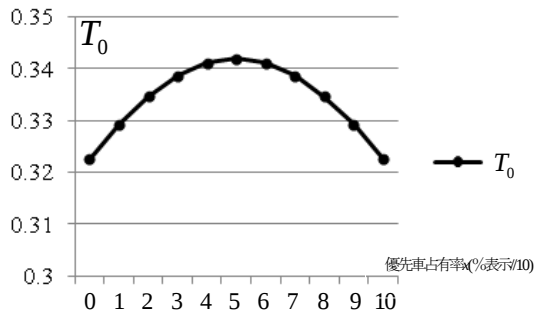


図3: 軽負荷時のスループット理論曲線

4. 重混雑時のスループット特性

文献[1]の優先/非優先混在実験の図2を以下に図4として再掲する。

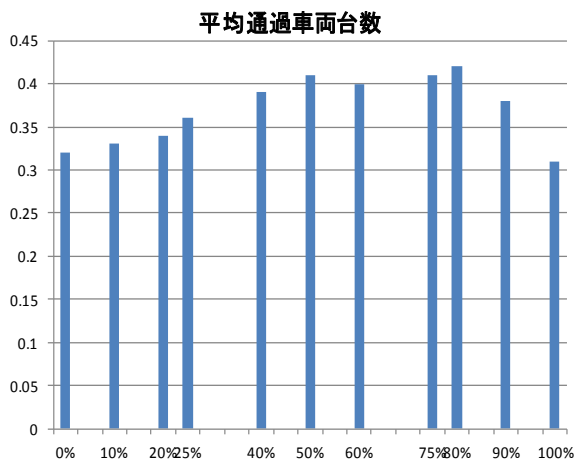


図4: 速度幅[1~5]でのシミュレーションスループット特性(文献[1]の図2)

加わるトラフィックとしては、 $q=0.2$ 、速度幅が[1~5]なので $v=3$ となり、 λ は(20)で評価できる。

$$\lambda = qv = 0.6 \quad (\text{台数/秒}) \quad (20)$$

交差点に注目すると、 $h=1$ で $\lambda=0.6$ が東西、南北で加わるので、加わる負荷 a は(21)となり、容量 c を超過している。

$$a = 0.6 \times 2 = 1.2 > 1 = c \quad (21)$$

すなわち、重混雑状態であり、通常の待ち行列・トラフィック理論は適用できない。定常状態の交差点では、容量以上の車両トラフィック負荷が加わっているため、理論上は無限大の待ちが生じる。しかし、図1の8の字道路

網では100セル上に20台の有限個の車両なので、無限大ではないが、常時ある程度の待ち行列が生じている。すなわち、交差点の手前は東西道路も南北道路も空くことは決してない。従って、3章で定義した W_a, W_b は4章の重混雑状態では適用できず、交差点において遭遇した車両の組み合わせにもとづく状態遷移モデルを以下に提案する。

注目交差点の遭遇車両の状態を (Y, Z) で表わす。 Y は東西道路の交差点の東側直前セルでの車両種別でP(priority)かN(non-priority)、 Z は南北道路の交差点の北側直前セルとする。状態 (Y, Z) に関する状態遷移図を図5に示す。

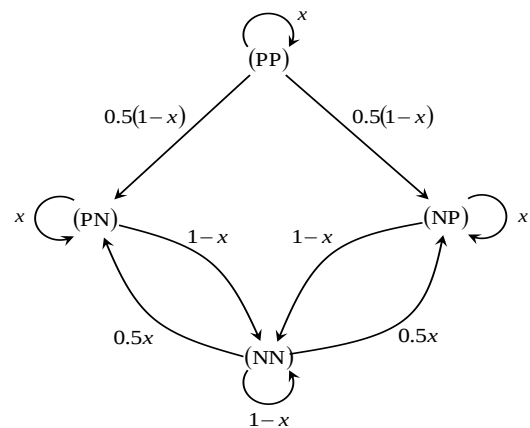


図5: 重混雑時・交差点での優先/非優先車両遭遇状態の遷移図

なお、各状態での交差点全体としての平均待ちは以下の通りである。

$$W_{PP} = W_{NN} = M \quad (\text{秒}) \quad (22)$$

$$W_{PN} = W_{NP} = L \quad (\text{秒}) \quad (23)$$

状態 $(PP), (NN)$ では両者がお見合いし総合で M 秒の待ち発生($M=2\text{秒} \times 2=4\text{秒}$)、状態 $(PN), (NP)$ では一方が0秒、他方が1秒なので、総合で $L=1$ 秒の待ちが発生する。

図5において、状態 (PP) は過度状態であることに注意すると、各状態の定常状態確率は以下の通りである。

$$X_{PP} = 0 \quad (24)$$

$$X_{NP} = X_{PN} = 0.5x \quad (25)$$

$$X_{NN} = 1-x \quad (26)$$

従って、交差点での総合待ち期待値 W_0 は以下で与えられる。

$$W_b = W_{pp}X_{pp} + W_{pn}X_{pn} + W_{np}X_{np} + W_{nn}X_{nn} \quad (27)$$

(22)～(26)を代入すると(28)を得る。

$$W_b(x) = 4 - 3x \quad (0 \leq x < 1) \quad (28)$$

但し、 $x=1$ で、 $X_{pp}=1$ となり、 $W_b(x)$ は(27)より不連続値(29)をとる。

$$W_b(1) = 4 \quad (29)$$

なお、 W_a については、 $W_b(x)/2$ の待ちが各々東西道路と南北道路の交差点入側で発生しているの、各出側では(30)の平均間隔で車両が出ていく。

$$(1 + 0.5W_b(x))v \quad (30)$$

この間隔で20台の車両が100セル分の道路に配分され、配分されない残りが各入側に待ち行列として蓄積するので、 W_a は(31)で評価できる。

$$W_a(x) = \max \left\{ 20 - \frac{100}{(1 + 0.5W_b(x))v}, 0 \right\} / \lambda \quad (31)$$

例えば、 $x=0$ で、 $W_a(0)=14.8$ 秒、

$x=1$ で、 $W_a(1)=W_a(0)=14.8$ 秒、

$x=1-0$ で、 $W_a(1-0)=0$ となる。

なお、この W_a は無限呼源モデルでは無限大長であるが、考察対象は有限呼源モデルなので、(31)式の有限長となる。従って、 W_a を(31)式、 $W_c=15$ (秒)とすると、重混雑下で待ち行列部がボトルネック(トラフィック密度1以上)を仮定した W_1, H_1, v_{e1}, T_1 は以下で与えられる。

$$W_1 = W_a(x) + W_b(x) + W_c(x) \quad (32)$$

$$H_1 = 100/3 \div 33.3 \text{ (秒)} \quad (33)$$

$$v_{e1} = 100/(W_1 + H_1) = 100/(48.3 + W_a(x) + W_b(x)) \quad (34)$$

$$T_1 = qv_{e1} = 20/(48.3 + W_a(x) + W_b(x)) \quad (35)$$

次に、重混雑下で、定常状態ではトラフィック密度 $a=1$ 以上ではあるが、待ち行列が伸びきっていないトラフィック密度 $a=0.9$ 付近の過度的状態での W_2, H_2, v_{e2}, T_2 を評価する。 $a=0.9$ を(8)に代入すると、(36)となり、リトルの公式より、 $\lambda=0.6$ (台/秒)より、 W_a は(37)となる。

$$L_q(M/D/1) = 4.05 \quad (36)$$

$$W_a = L_q(M/D/1)/\lambda \div 6.7 \text{ (秒)} \quad (37)$$

W_b は(13)をそのまま採用し、 $W_c=0$ (秒)とすると、 W_2, H_2, v_{e2}, T_2 は以下の通り。

$$W_2 = W_a(x) + W_b(x) + W_c(x)$$

$$\div 6.7 + 2M + 2(S - 2M)x(1-x) \text{ (秒)} \quad (38)$$

$$H_2 = 100/3 \div 33.3 \text{ (秒)} \quad (39)$$

$$v_{e2} = 100/(W_2 + H) \quad (40)$$

$$\div 100/(40 + 2M + 2(S - 2M)x(1-x)) \quad (41)$$

$$T_2 = qv_{e2}$$

$$\div 20/(40 + 2M + 2(S - 2M)x(1-x)) \quad (42)$$

スループット T_2 は(18),(19)と同様に $x=0.5$ を軸に左右対称である。

文献[1]の重混雑時のシミュレーション時間は100秒であり、道路一周の(無混雑時)走行時間 $H \div 33.3$ (秒)の3倍しかない。実際は混雑が存在するので、車両が2周する程度のシミュレーションに相当し、従って、そのスループット特性(図4)は T_1 と T_2 の中間特性(43)と予想される。

$$T_3 = (T_1 + T_2)/2 \quad (43)$$

図6に優先車占有率 x (%表示/10)を横軸で(35)の T_1 、(42)の T_2 、(43)の T_3 の概略特性を示すが、(43)の T_3 と図4のシミュレーション結果が傾向として合致している。シミュレーション時間をより長くすれば、シミュレーション結果は、(35)の T_1 の傾向に近づくと予想する(参考のため、図3の T_0 も表示)。

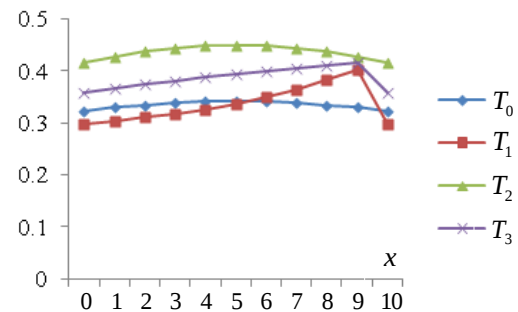


図6: 重負荷時のスループット理論曲線

参考文献

- [1] 中村祐介：八の字型道路交通網のエクセル・シミュレーション、平成23年度日大生産工数理情報工学科卒業論文集(2012.2).
- [2] 篠原正明、茂木渉、丸茂喜高：複数クラス優先車両を考慮した交差点進待分析、平成24年度日本大学生産工学部第45回学術講演会講演論文集(2012.12).