

スカイツリーの地震応答解析とそのビジュアル化に関する研究

日大生産工(学部) 〇龍野 俊一 日大生産工(院) 鈴木 雄祐
日大生産工(院) 高橋 亜佑美 日大生産工 見坐地 一人

1. はじめに

2011年3月11日、日本の太平洋三陸沖を震源とした東北地方太平洋沖地震が発生した。この地震により津波が発生し、東日本一帯に甚大な被害をもたらした。また、数年以内には南関東でも巨大な地震が起こるといわれている。そこで2012年2月に完成したスカイツリーが、もし制振装置(心柱制振、頂部制振装置など)がない状態で、東北地方太平洋沖地震や1995年1月17日に発生した兵庫県南部地震に襲われたら、どのような挙動を示すのかをMATLABのSIMULINKで用いられている4次ルンゲクッタ法により地震応答解析する。また、リアルワールドでどのように揺れるのかをCGを用いてビジュアル化する。

2. 解析手法

近似解を求める4次ルンゲクッタ法について述べる。さらに、この手法の精度を確かめるために同じく近似解を求める線形加速度法について述べる。また、ビジュアル化手法について述べる。これらは次の①～⑤の順で説明する。

- ① 4次ルンゲクッタ法について
- ② 線形加速度法について
- ③ SIMULINKについて
- ④ SIMULINKで用いられている4次ルンゲクッタ法の精度検証
- ⑤ ビジュアル化手法について

2.1. 4次ルンゲクッタ法について

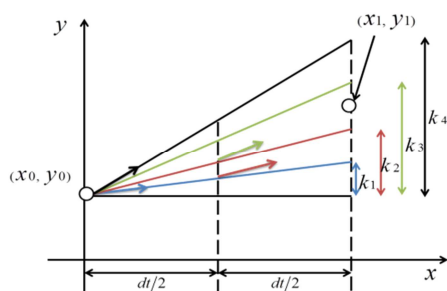


Fig.1 4次ルンゲクッタ法

4次ルンゲクッタ法は微分方程式を解くための近似解析手法である。ここで、 $dy/dx = f(x, y)$ を解くために必要な式(1)～(6)を示す。

$$k_1 = f(x_0, y_0)\Delta t \quad (1)$$

$$k_2 = f\left(x_0 + \frac{\Delta t}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)\Delta t \quad (2)$$

$$k_3 = f\left(x_0 + \frac{\Delta t}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right)\Delta t \quad (3)$$

$$k_4 = f\left(x_0 + \Delta t, y_0 + \frac{k_3}{2}\right)\Delta t \quad (4)$$

$$k = \frac{(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6} \quad (5)$$

$$y_1 = y_0 + k \quad (6)$$

これらの式を用いて、順に式(1)から式(4)までを求め、これを式(5)に代入して求めた値を式(6)に代入し、解を求める。

Fig.1に示すように、1回の計算の傾きで求めるのではなく4回の計算の傾きを用いて近似値を求める手法が4次ルンゲクッタ法である。

2.2. 線形加速度法について

線形加速度法の式は、テイラー展開を利用しており、式(7)のようになる。

$$x_{n+1} = x_n + \dot{x}_n \Delta t + \frac{\ddot{x}_n}{2!} \Delta t^2 + \dots \quad (7)$$

式(7)より、線形加速度法とは、前の値と刻み時間によって次の値を予測する手法である。

式(7)から用いる式(8)(9)を求める。

$$x_{n+1} = x_n + \dot{x}_n \Delta t + \frac{(2\ddot{x}_n + \ddot{x}_{n+1})}{6} \Delta t^2 \quad (8)$$

$$\dot{x}_n + \frac{\ddot{x}_n + \ddot{x}_{n+1}}{2} \quad (9)$$

この式(8)(9)、そして求めたい運動方程式の3式を用いて、式を解くことで、次の値を予測する手法が線形加速度法である。

2.3. SIMULINKについて

SIMULINKとは、グラフィカルなブロックダイアグラムツールとカスタマイズ可能なブロックライブラリ群を使うことによって、プログラムを書かずにモデル

Study on Earthquake Response Analysis of and the Visualization of Skytree

Toshikazu Tatsuno, Yuusuke SUZUKI, Ayumi TAKAHASHI
and Kazuhito MISAJI

でのシミュレーションを行うことができる。また、プログラムを作成するより短時間かつ、比較的簡単に作ることができる。例として SIMULINK で正弦波を表示する SIMULINK モデルを Fig.2 に示す。

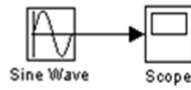


Fig.2 正弦波を表示するためのSIMULINKモデル

2.4. SIMULINKで用いられている4次ルンゲクッタ法の精度検証

ここでは、2 自由度系の自由振動解析を SIMULINK で用いられている 4 次ルンゲクッタ法と線形加速度法で、比較し 4 次ルンゲクッタ法の精度検証をする。

2 層の建物について考える。この 2 自由度系の模式図を Fig.3 に示す。1 層目の質量を m_1 、ばね定数を k_1 、減衰係数を c_1 、初期変位を x_1 とし、2 層目の質量を m_2 、ばね定数を k_2 、減衰係数を c_2 、初期変位を x_2 とすると 1 層目の運動方程式は式(10)で表され、2 層目の運動方程式は式(11)で表される。

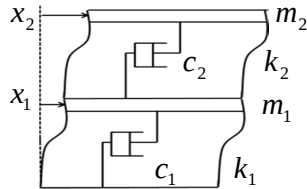


Fig.3 2 自由度系の模式図

$$m_1 \ddot{x}_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_1 \dot{x}_1 - k_2(x_2 - x_1) + k_1 x_1 = 0 \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (11)$$

式(10)、(11)を $\ddot{x}_1$ 、 $\ddot{x}_2$ について解くと式(12)、(13)となる。

$$\ddot{x}_1 = \frac{c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_1 \dot{x}_1 + k_2(x_2 - x_1) - k_1 x_1}{m_1} \quad (12)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{-c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1)}{m_2} \quad (13)$$

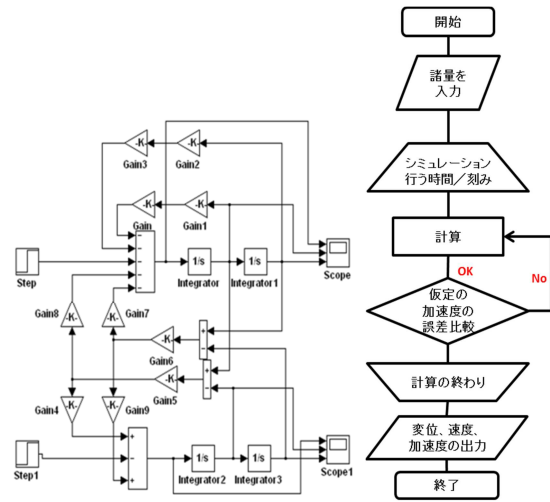
次に式(12)(13)を SIMULINK による 4 次ルンゲクッタ法と、MATLAB のプログラミングによる線形加速度法でそれぞれ解析し、解析結果を比較する。

SIMULINK モデルを作成するためのブロック図を Table.1 に示す。

Table.1 SIMULINK のブロック図

名称	ブロック図	名称	ブロック図
Gain		Step	
Sum		From Workspace	
Integrator		Scope	

Fig.4 に 4 次ルンゲクッタ法の SIMULINK モデルと線形加速度法のフローチャートを示す。



a) SIMULINK モデル b) 線形加速度法モデル

Fig.4 2 自由度系の SIMULINK モデルと線形加速度法のフローチャート

次に、これらのモデルを用いて、解析するために任意の条件として以下を与える。 $m_1 = 4$ 、 $m_2 = 2$ 、 $k_1 = 15$ 、 $k_2 = 10$ 、 $c_1 = 1$ 、 $c_2 = 1$ 、 $x_2 = 1$ を入力し、自由振動における 2 層目の変位を求め、比較した結果を Fig.5 に示す。

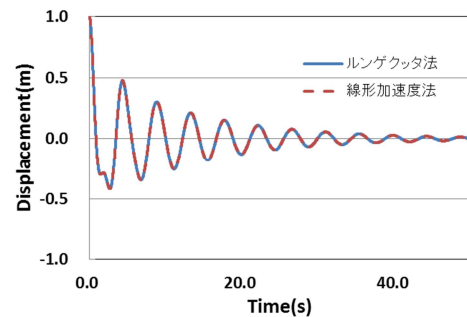


Fig.5 2 自由度系の 2 層目の変位

Fig.5 より SIMULINK で用いられている 4 次ルンゲクッタ法は線形加速度法と同等の解析精度があることが確認できた。

2.5. ビジュアル化手法について

3DCG 作成を行うソフトである Blender を用いて、ボーンアニメーション手法を利用し、解析データをもとに 3 次元でビジュアル化させる。

3. スカイツリーモデル化

スカイツリーの運動方程式を求め、運動方程式を解くためのモデルを SIMULINK で作成する。スカイツリーの振動特性は文献(1)を参考に定めた。なお、本モデルは実際にある制振装置を対象外としている。

3.1. スカイツリーの模式図

スカイツリーを 10 自由度系バネマスでモデル化した。その模式図を Fig.6 に示す。

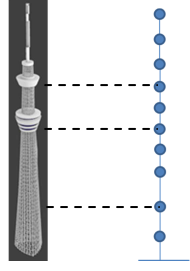


Fig.6 スカイツリーモデル模式図

3.2. SIMULINK を用いてモデル化

10 自由度系の運動方程式を式(14)に示す。式(14)から 2.4. で求めた方法と同様の方法で式(15)が求まり、式(15)より SIMULINK モデルを作成する。作成したモデルを Fig.7 に示す。

$$\left. \begin{aligned} m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{y}) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_1\dot{x}_1 - k_2(x_2 - x_1) + k_1x_1 &= 0 \\ m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{y}) - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_3(x_3 - x_2) + k_2(x_2 - x_1) &= 0 \\ &\vdots \\ m_{10}(\ddot{x}_{10} + \ddot{y}) + c_{10}(\dot{x}_{10} - \dot{x}_9) + k_{10}(x_{10} - x_9) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \frac{c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_1\dot{x}_1 + k_2(x_2 - x_1) - k_1x_1}{m_1} - m_1\ddot{y} \\ \ddot{x}_2 &= \frac{c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_3(x_3 - x_2) - k_2(x_2 - x_1)}{m_2} - m_2\ddot{y} \\ &\vdots \\ \ddot{x}_{10} &= \frac{-c_{10}(\dot{x}_{10} - \dot{x}_9) - k_{10}(x_{10} - x_9)}{m_{10}} - m_{10}\ddot{y} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

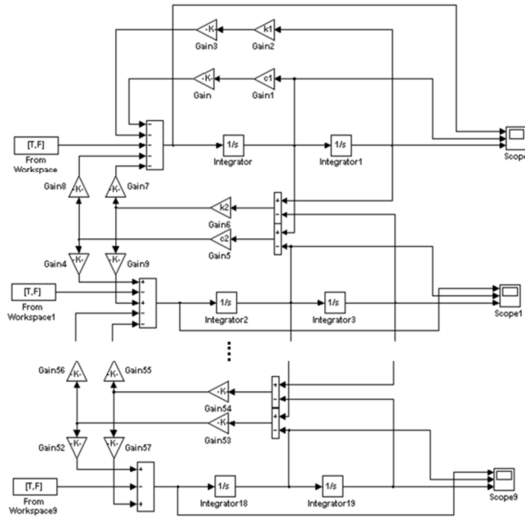


Fig.7 10 自由度系の SIMULINK モデル

4. 解析結果

3 章で作成したスカイツリーの SIMULINK モデルに東北地方太平洋沖地震の東西方向と南北方向、兵庫県南部地震の東西方向と南北方向の地震加速度を入力し、変位、速度、加速度応答を求め、挙動を比較する。ここでは、1 層目と第 2 展望台のある 7 層目に着目する。

4.1. 解析結果の比較

Fig. 8, Fig.13 に東北地方太平洋沖地震と兵庫県南部地震の東西方向の地震加速度、南部方向の地震加速度を示す。

Fig.9 に東北地方太平洋沖地震と兵庫県南部地震の東西方向の 1 層目の加速度を示す。

Fig.10 に東北地方太平洋沖地震と兵庫県南部地震の東西方向の 7 層目の加速度を示す。

Fig.11, Fig.14 に東北地方太平洋沖地震と兵庫県南部地震の東西方向の 1 層目の変位、南部方向の 1 層目の変位を示す。

Fig.12, Fig.15 に東北地方太平洋沖地震と兵庫県南部地震の東西方向の 7 層目の変位、南部方向の 7 層目の変位を示す。

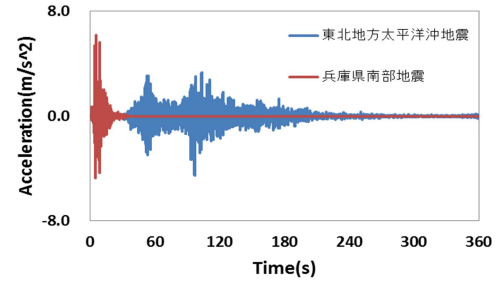


Fig.8 地震加速度（東西方向）

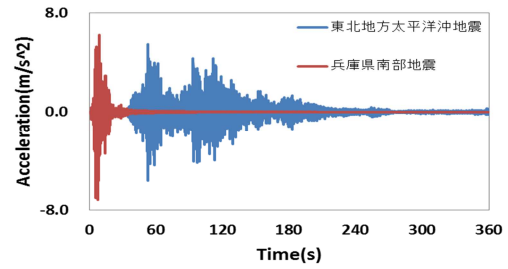


Fig.9 1 層目の加速度（東西方向）

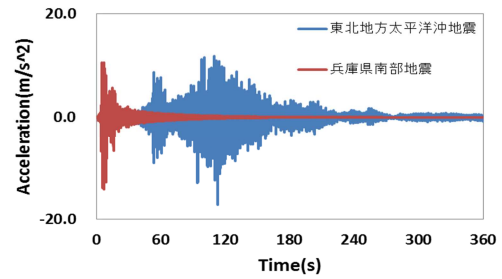


Fig.10 7 層目の加速度（東西方向）

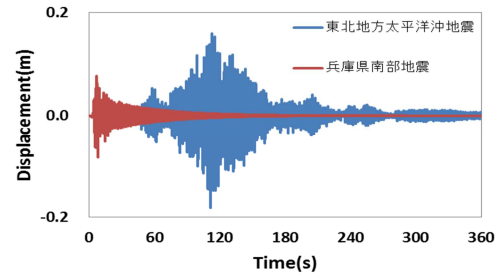


Fig.11 1 層目の変位（東西方向）

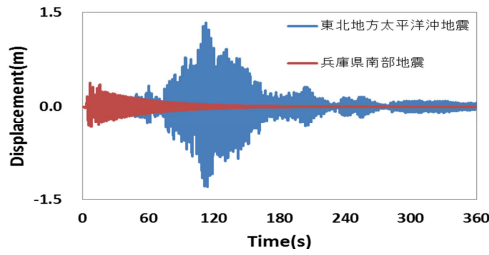


Fig.12 7層目の変位（東西方向）

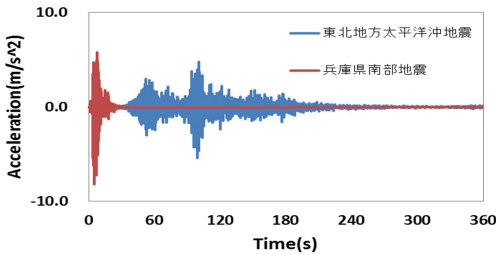


Fig.13 地震加速度（南北方向）

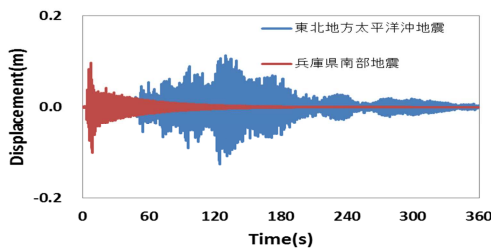


Fig.14 1層目の変位（南北方向）

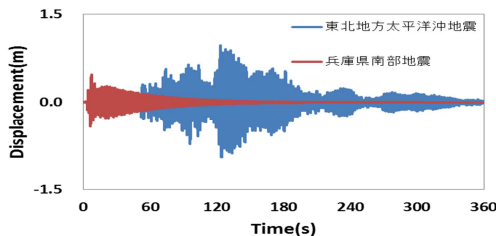


Fig.15 7層目の変位（南北方向）

Fig.11 から東北地方太平洋沖地震の方が兵庫県南部地震より、1層目の応答変位が大きいことがわかる。しかし、Fig.9 から東北地方太平洋沖地震の方が兵庫県南部地震より、1層目の応答加速度が小さいことがわかる。

この理由としては、それぞれの地震の特徴が異なることが原因であると考えられる。東北地方太平洋沖地震は長周期地震なのに対し、兵庫県南部地震は短周期地震である。長周期地震は揺れがゆっくりで長時間で往復運動し、短周期地震は揺れが早く短時間で往復振動する。このため、東北地方太平洋沖地震では、応答加速度は小さいが応答変位は大きくなったと考えられる。

また、これらの地震の地震加速度 Fig.8 から兵庫県南部地震の方が地震加速度が大きいことが確認できた。そこで、これらの地震加速度をフーリエ変換し、

周波数特性を求め Fig.16 に示す。

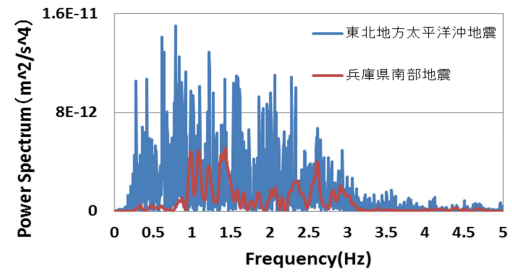


Fig.16 地震加速度の周波数特性(東西方向)

Fig.16 のパワースペクトルから東北地方太平洋沖地震は 0.3Hz-1.0Hz で大きいことがわかる。それに対し、兵庫県南部地震は 1.0Hz-2.5Hz で大きいことがわかる。モデルの固有値解析を行った結果から、1次の固有周波数は 0.5Hz であることがわかっている。そのため、東北地方太平洋沖地震の地震加速度は兵庫県南部地震より小さかったが、共振現象がしており、変位が大きくなったと考えられる。

4.2. 振動挙動のビジュアル化

4.1.で求めた応答解析結果からビジュアル化する。ビジュアル化した挙動を Fig.17 に示す。

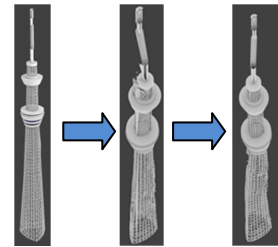


Fig.17 ビジュアル化した挙動

ビジュアル化した挙動から、アンテナ部の揺れが激しいことがわかった。

5. まとめ

以上の結果から以下のことがわかった。

1. MATLAB の SIMULINK を用いてスカイツリーの地震応答解析が可能なモデルを作成することがわかった。
2. 作成したモデルを用い、東北地方太平洋沖地震と兵庫県南部地震の地震応答解析し、東北地方太平洋沖地震がスカイツリーに対する揺れが大きくなるということがわかった。
3. 制振装置がない状況だと、アンテナの揺れが激しいことがわかった。
4. 解析した結果をビジュアル化することにより実際にどのように揺れるかを確認することができた。

6. 参考文献

- (1) 小西厚夫, 渡辺一成, 中西規男, 江坂佳賢: 東京スカイツリーの耐震・耐風設計

謝辞

本研究を進めるにあたり日本大学4年の日暮聖君, 春日雄樹君, 齋藤千賀さん, 同3年の澤田祐太郎君の協力に感謝します。