Gram Schmidt の直交化を用いたパラメータ優先順位についての検討

日大生産工 (院) ○宮川 亨 日大生産工 (院) 大坂 一司

日大生産工 矢野 耕也

1. 研究背景と目的

ある複数の作業をする際に、取りかかる物事の順序によって、それに対する結果が変化することがある。一般的によいとされる物事の順序は経験則や常識といったもので決められており、最適な順序の証明は容易ではない。

MT (Mahalanobis-Taguchi) システムの手法の一つである TS (Taguchi-Schmidt) 法ではその計算手順において、どのパラメータ (特徴項目) から計算に入るかによって推定精度などの結果が大きく変化することが分かっている。

そこで本研究は、TS 法の「パラメータの優先順位」という点と、「物事を行う順序」とを同義であるとして、最適なまたはそれに準ずるパラメータの順序性についての法則性または傾向の有無の検討を試みた。

2. 調査方法

使用する項目数の順列 ($nPn = n!$) の数の並び替えを行い、それぞれ総合推定の SN 比を求める。この SN 比を基準に順位をつけ、並び方を比較する。また、本研究では 4~8 項目の並び方について調査を試みた。

3. 解析手法

本研究における計算過程において Gram-Schmidt の直交化を用いる TS 法によって解析を行った。通常直交展開は二乗和の分解を利用するために方向の情報が欠落することに対して、この直交化はベクトル成分を利用するため、方向の情報を残した形で多次元情報の直交展開を進めていくものである。以下に TS 法の計算手順を示す。また扱う単位空間データ、信号データは単位空間データの項目の平均値をそれぞれ

れ引いて規準化したものとする。

$$\beta_1 = \frac{M_1 X_{11} + M_2 X_{21} + \dots + M_l X_{l1}}{r} \quad (1)$$

$$\eta_1 = \begin{cases} \frac{(S_{\beta_1} - V_{e1})/r}{V_{e1}} & (\eta_1 > 0) \\ 0 & (\eta_1 \leq 0) \end{cases} \quad (2)$$

$$r = M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_l^2 \quad (3)$$

$$S_{T1} = X_{11}^2 + X_{21}^2 + \dots + X_{l1}^2 \quad (4)$$

$$S_{\beta_1} = \frac{(M_1 X_{11} + M_2 X_{21} + \dots + M_l X_{l1})^2}{r} \quad (5)$$

$$V_{e1} = \frac{1}{l-1} (S_{T1} - S_{\beta_1}) \quad (6)$$

$$\hat{M} = \frac{X_{i1}}{\beta_1} \quad (i = 1, 2, \dots, l) \quad (7)$$

Schmidt の直交展開では、第 2 変数 X_2 から、第 1 変数 $x_1 (= X_1)$ と関係する部分を除く処理を以降、以下のように行う。

$$X_2 = b_{21} X_1 \quad (8)$$

$$x_2 = X_2 - b_{21} X_1 \quad (9)$$

$$b_{21} = \frac{x_{11} X_{12} + x_{21} X_{22} + \dots + x_{n1} X_{n2}}{x_{11}^2 + x_{21}^2 + \dots + x_{n1}^2} \quad (10)$$

$$X_3 = b_{31} X_1 + b_{32} X_2 \quad (11)$$

$$x_3 = X_3 - b_{31} X_1 - b_{32} X_2 \quad (12)$$

$$\hat{M}_1 = \frac{\eta_1 \times \frac{x_{11}}{\beta_1} + \eta_2 \times \frac{x_{12}}{\beta_2} + \dots + \eta_k \times \frac{x_{1k}}{\beta_k}}{\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_k} \quad (13)$$

そして、求めた総合推定値と実測値から総合推定の SN 比を求める。

4. 結果

計算結果の例を以下に示す。この場合は 4 項目の順列すなわち $4!$ (=24 通り) の並び方による総合推定の SN 比を表している。

検討には、総合推定の SN 比に係ると考えられるものとして、比例定数、項目ごとの SN 比、信号の真値と項目との相関係数をとりあげた。

Examination about a parameter priority using orthogonalization of Gram Schmidt

Toru MIYAGAWA, Hitoshi OSAKA and Koya YANO

No.	項目				SN比	No.	項目				SN比
1	4	3	2	1	15.10777	1	4	3	2	1	15.1077
5	4	2	1	3	15.05018	5	4	2	1	3	15.0501
3	4	2	3	1	15.00834	3	4	2	3	1	15.0083
7	3	4	2	1	14.89002	7	3	4	2	1	14.8900
17	2	1	4	3	14.70979	17	2	1	4	3	14.7097
11	2	4	1	3	14.6963	11	2	4	1	3	14.696
23	2	1	3	4	14.6866	23	2	1	3	4	14.686
21	2	3	1	4	14.65309	21	2	3	1	4	14.653
19	3	2	1	4	14.65297	19	3	2	1	4	14.652
9	2	4	3	1	14.64987	9	2	4	3	1	14.649
15	2	3	4	1	14.63306	15	2	3	4	1	14.633
13	3	2	4	1	14.63081	13	3	2	4	1	14.630
4	4	1	3	2	14.54527	4	4	1	3	2	14.545
10	1	4	3	2	14.5378	10	1	4	3	2	14.537
2	4	3	1	2	14.48638	2	4	3	1	2	14.486
22	4	1	2	3	14.38089	22	4	1	2	3	14.380
12	1	4	2	3	14.37323	12	1	4	2	3	14.373
16	1	3	4	2	14.31931	16	1	3	4	2	14.319
14	3	1	4	2	14.25982	14	3	1	4	2	14.259
8	3	4	1	2	14.25551	8	3	4	1	2	14.255
22	1	3	2	4	14.18016	22	1	3	2	4	14.180
18	1	2	4	3	14.13391	18	1	2	4	3	14.133
24	1	2	3	4	14.07962	24	1	2	3	4	14.079
20	3	1	2	4	14.07868	20	3	1	2	4	14.078

図1 4項目の並び方と総合推定のSN比

表1、2には財務データ(単位空間データ39、信号データ600)を用いた結果を示した。表の上部が1位の、下部が最下位の項目の並び方を表している。また、順序の数字は項目の名称を置き換えたものである。

表1 1位と最下位との比較(4項目)

1位	項目順	A	B	C	D	総合SN比(db)
	β	1.364	0.173	0.241	0.218	
	η	18.103	0.027	0.050	0.041	
	相関	0.951	0.360	-0.119	-0.319	
最下位	項目順	C	B	A	D	総合SN比(db)
	β	-0.459	1.079	-0.626	0.528	
	η	0.024	0.243	0.090	0.478	
	相関	-0.119	0.360	-0.319	0.951	

表2 1位と最下位との比較(5項目)

1位	項目順	A	B	D	E	C	総合SN比(db)
	β	1.364	0.173	0.241	0.144	-0.230	
	η	18.106	0.030	0.054	0.019	0.054	
	相関	0.951	0.360	-0.119	-0.324	0.816	
最下位	項目順	E	C	D	A	B	総合SN比(db)
	β	-0.457	0.325	0.118	0.640	0.059	
	η	0.221	0.106	0.012	0.440	0.003	
	相関	-0.324	0.816	-0.119	0.951	0.360	

表3、4には検査工程データを用いた結果を示した。また、データ数が減ったので検討の対象に利得の項目を追加した。

表3 1位と最下位との比較(5項目)

1位	項目順	A	C	B	D	E	総合SN比(db)
	β	3.06	49.70	-1.22	-2.30	-1.12	
	η	51.39	21.26	8.18	4.82	8.59	
	相関	0.43	0.05	-0.13	0.01	-0.05	
	利得	-2.67	1.71	2.48	2.42	1.27	
最下位	項目順	E	D	B	C	A	総合SN比(db)
	β	-2.49	-1.31	0.71	1.97	6.43	
	η	5.84	1.66	0.47	3.73	45.72	
	相関	-0.05	0.01	-0.13	0.05	0.43	
	利得	1.08	1.79	1.41	1.74	-1.51	

表4 1位と最下位との比較(6項目)

1位	項目順	C	B	E	D	F	A	総合SN比(db)
	β	0.54	4.23	-2.59	3.00	-0.25	-3.98	
	η	0.25	8.84	6.43	5.42	0.05	18.34	
	相関	0.07	0.48	-0.14	0.16	-0.01	-0.34	
	利得	1.24	0.40	1.08	0.98	0.44	2.79	
最下位	項目順	D	A	E	B	C	F	総合SN比(db)
	β	1.40	-3.43	-0.90	4.38	2.14	3.87	
	η	1.77	11.51	0.57	9.60	4.16	16.80	
	相関	0.16	-0.38	-0.11	-0.20	0.04	0.30	
	利得	0.22	2.39	1.45	-0.26	1.04	1.50	

これらの結果を見ると、相関係数と項目のSN比が高い値を優先すると、総合推定のSN比が高くなる傾向が見られ、最下位の順序には逆の傾向が見られる。しかし、利得と比例定数 β には明確な傾向は見られない。そこで、判断材料を相関係数に絞って検証をした。つまり、信号の真値と項目との相関係数が高い(この場合は絶対値)順序にならべた時にどの程度のSN比になるのかを調べた。扱うデータは表1~4のデータに加え、7項目および8項目での検査工程のデータによる結果と相関を表5に示した。

表5 相関係数で判断した場合の順位

データ	順位	総数
4項目(財務)	3位	24
5項目(財務)	15位	120
5項目(検査)	11位	120
6項目(検査)	514位	720
7項目(検査)	1348位	5040
8項目(検査)	35位	40320

その結果、6項目(検査)を除けば、いずれの場合でも上位3分の1に入るといった結果が得られた。よって、パラメータの優先順位において相関係数による判断は有効であると思われる。

5. まとめ

本報告では、パラメータの優先順位の検討規準に相関係数等を挙げたが、十分な結果は得られなかった。よって、今後はこれら以外に標準偏差、平均、直交化定数などを加味して検証する必要がある。

6. 参考文献

- 1) 田口玄一; 品質工学の数理, 日本規格協会, 1999年 pp.145-156
- 2) 田口玄一; 矢野宏, 品質工学便覧, 日刊工業新聞社, 2007年, pp.139-145, 422-426