

## 複雑ネットワークという視点で物事を解析

日大生産工 ○伊東 健 日大生産工 山内 ゆかり

### 1 まえがき

近年複雑ネットワークは、インターネット、伝染病の感染、神経網、ソーシャルネットワークなど現実のネットワークの構造を研究するための道具として注目されている。

複雑ネットワークには、代表的なモデルとして、スモールワールドネットワークとスケールフリーネットワークがある。

スモールワールドネットワークは、あるノード（ネットワークの要素）からほかの任意のノードにたどり着くのに、少数の中継ノードを経由するだけでよいという性質を持っている。また、スケールフリーネットワークは、一部のノードが膨大なリンクを持つ一方で、ほとんどはごくわずかなノードとしか繋がっていないような性質を持っている。

これらのネットワークでは、平均頂点間距離が短いというスモールワールド性を満たすという共通点がある。平均頂点間距離が短いことは、情報の伝達のスピードが速い等のメリットが上げられるが、感染症などの問題に関して言えば感染スピードが速くなってしまいうためデメリットになってしまう。

そこで本研究では、スケールフリーネットワークのハブのリンクを次数の小さいノードに張り替えることで、平均頂点間距離 $L$ の大きいネットワークの構築を試みる。

### 2 実験方法および測定方法

提案手法を以下に示す。

スモールワールドネットワークは、大きい次数 $C$ と小さい平均頂点間距離 $L$ 、スケールフリーネットワークは、小さい次数 $C$ と小さい平均頂点間距離 $L$ を持っていることが知られている。

本研究では、スケールフリーネットワークからハブのリンクを次数の小さいノードに繋げ替えることで、平均頂点間距離 $L$ の大きい

ネットワークの構築を行い、平均頂点間距離 $L$ の値を大きくすることを目指す。

この作成したネットワークと従来のスモールワールドネットワークの比較を行う。

複雑ネットワークの特徴を測る指標である、平均頂点間距離 $L$ と平均次数 $\langle k \rangle$ の説明を行う。

平均頂点間距離 $L$ は、すべての2つのノードの組み合わせに対して、両者の接続に最小エッジ数の平均値を表し、

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq N} d_{ij} \quad (1)$$

で求められる。 $N$ はノードの個数を表しており、 $d_{ij}$ は $i$ 番目の頂点と $j$ 番目の頂点の最短距離を表している。

平均次数 $\langle k \rangle$ は、ノードにつながる次数の平均値を表し、

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} kp(k) \quad (2)$$

で求められる。 $k$ は次数を表しており、 $p(k)$ はあるノードが次数 $k$ を持つ確率を表している。

ここで、提案手法のネットワークのアルゴリズムについて説明する。ネットワークの頂点数を $N$ 、平均次数を $K$ とする。

- (1)  $N$ 個のノードで、バラバシ・アルバートらによるBAモデルでスケールフリーネットワークを構築する。
- (2) 次数が $\frac{N}{2}$ を越えるノードを選択し、次数が $K$ 以下のノードに張り替える。この時張替え確率 $P$ は、0.8とする。
- (3) (2)～(3)の作業をすべてノードが $\frac{N}{2}$ 以下の次数を持つまで繰り返す。

---

Things are analyzed by the aspect of complex network

Ken ITO and Yukari YAMAUCHI

以上が、提案手法のネットワークのアルゴリズムである。

### 3 実験結果および検討

実験結果を以下に示す。

ノード数 $N$ を1024、平均次数 $K$ を12として提案手法のネットワークを生成した。

次数が $\frac{N}{2}$ を超えるノードを選択し、次数が $K$ 以下のノードに張替える実験を行ったが、張替えが行われず、平均頂点間距離 $L$ を出すことができなかった。これは $N=1024$ 、 $K=12$ のBAモデルでは次数が $\frac{N}{2}$ 以上となるハブノードの出現が見られないことを意味する。

そこで、ノードを選択する際の基準の値を変えて実験を行った。実験を行った結果は以下のとおりである。

表1 提案手法のネットワークの平均頂点間距離 $L$ の値

N=1024 K=12	
基準値	平均頂点間距離 $L$
$K^2$	2.829797
$K \times 4$	2.983741
$K \times 3$	3.009946
$K \times 2$	3.044703

表2 従来のネットワークの平均頂点間距離 $L$ の値

N=1024 K=12	
ネットワーク名	平均頂点間距離 $L$
格子(レギュラー)	43.1261
スモールワールド	4.053809
スケールフリー	2.823128

表1は、提案手法でノードを選択する際の基準値を小さくしていき、生成されたネットワークの平均頂点間距離 $L$ の値を表にまとめたものである。

表2は、格子(レギュラー)ネットワーク、スモールワールドネットワーク、スケールフリーネットワークはそれぞれのノード数を1024、平均次数を12として平均頂点間距離 $L$ の値を表にまとめたものである。

提案手法のネットワークの平均頂点間距離 $L$ について検討を行う。

提案手法で生成したネットワークの平均頂点間距離 $L$ は、基準の値を下げていくことで、解体されるハブノードの個数が増え、 $L$ の値が少しずつ大きくなることが確認された。

しかし、張り替えるノードの数を増やしても、スモールワールドネットワークの平均頂点間距離 $L$ の値を越えてはいない。

この結果、提案手法で生成したネットワークでは、スケールフリーネットワークよりも多少大きい平均頂点間距離 $L$ を持つネットワークを生成することはできたが、十分に大きい平均頂点間距離 $L$ を持つネットワークを生成することはできなかった。

### 4 まとめ

スケールフリーネットワークの次数の大きいノード(ハブ)のリンクを次数の小さいノードに張り替えることで、平均頂点間距離 $L$ がやや大きくなるネットワークの構築をすることができた。

今後の課題としては、ノード数 $N$ および平均次数 $K$ を変えて提案手法の有効性を検証することが挙げられる。またスケールフリーネットワークではなく、現実存在するネットワークで行い、平均頂点間距離 $L$ の大きいネットワークが生成可能であるか、次数の大きいノードの張替え以外の方法で $L$ の大きいネットワークが生成出来ないかを検討したい。

#### 「参考文献」

- 1) 増田直紀, 今野紀雄, 「複雑ネットワークの科学」, 産業図書株式会社, (2005), pp1~109
- 2) 増田直紀, 今野紀雄, 「複雑ネットワーク 基礎から応用まで」, 近代科学株式会社, (2010), pp1~279
- 3) 増田直紀, 今野紀雄, 「「複雑ネットワーク」とは何か」, 講談社株式会社, (2006), pp1~245
- 4) 杉原俊雄, 「スケールフリーネットワークとインターネット・Web・生命」, (2005)
- 5) A.-L.Barabasi and R.Albert, Emergence of scaling in random networks, Science, 286, pp509-512