

有限要素法による鍵盤楽器ガムランの2次元音響固有値解析

日大生産工(院)
日大生産工

○藤田 考治
豊谷 純 大澤 紘一

1. まえがき

ガムラン¹⁾とは、バリ島で一番使用されているガムラン・ゴング・クビヤールで、青銅製の鍵盤楽器である。主に鍵盤楽器類のグンデル系と銅鑼類のゴング、ボナン系に分けられる。本報では前者の鍵盤楽器類(グンデル系)を対象とする。

世界中には多くの鍵盤楽器が存在し、それらの音程は叩かれる物の長さ、幅、厚さに依存している。ガムランの調律は、音を高くしたい場合、鍵盤の両端を削る。逆に音を低くしたい場合は、鍵盤の裏を削る。しかしこれをどの程度削れば、どの程度音が変わるかは明らかにされていない。

本研究では実際の鍵盤をモデリングして、振動モードに関する数値シミュレーションを行い、音響実験の結果と比較検証しながら計算手法を確立し、求めた数値シミュレーション手法を用いてどの程度削れば音がかわるかという調律技術を明らかにし、ガムランの音階の地域性の違いや、時代の変遷を証明していくのを目的としている。



図1 ガムラン(グンデル系)

2. 基礎方程式

ガムランの鍵盤楽器の振動は一般的な梁等と同様に以下の運動方程式で記述される。本研究では有限要素法でモード解析を行い、ガムランの固有値を算出する。

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (1)$$

これを右辺の外力がない場合に、有限要素法で表すと次式を得る。

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\} \quad (2)$$

となる。

ただし[M]は質量マトリックス、[K]は要素剛性マトリックスである。

3. モード解析

初期変位 u_0 として、構造体が固有振動していると仮定すると変位は次式で求められる。

$$\{u\} = \{u_0\} \cos \omega \cdot t \quad (3)$$

これを式(2)へ代入し、外力0と置いて解く。 $\{u_0\}=0$ は解となるが、今回は意味のない解になるので、これ以外の解は次式を満たす固有値となる。

$$\det[[K] - \omega[M]] = 0 \quad (4)$$

この整合質量マトリックス[M]は補間関数により

$$[M] = \int_0^1 \int_0^1 \rho A [N]^T [N] \det[J] d\xi dh \quad (5)$$

この時、 ρ は密度、 A は断面積、 N は形状関数を表す。

－ Two dimension eigenvalue analysis of gamelan keyboard by finite element method －

Koji FUJITA, Jun TOYOTANI, and Kouichi OSAWA

また、要素剛性マトリックス[K]は

$$[K] \equiv \iint_D [B]^T [D] [B] t dx dy = \Delta^{(e)} [B]^T [D] [B] t \quad (6)$$

である。ただし、[B]は、要素ひずみと節点の変位を関係づけるマトリックス。[D]は、材料の弾性定数マトリックスと表すことができる。

4. 条件設定

今回は、有限要素解析ツールのAnsys²⁾を用いて音板の固有値解析を行った。

5. 解析例

本研究の妥当性を実証するために以下の条件を用いて、2次元での固有値解析を行った。諸元は以下の通りである。

諸元

素 材：軟鋼
 ヤング率：21.1×10¹⁰ (N/m²)
 密 度：7800.0 (kg/m³)
 ポアソン比：0.3
 長 さ：0.09 (m)
 横 幅：0.01 (m)
 厚 み：0.005 (m)

6. 数値計算結果

図2は、モード解析を行う前のメッシュ図であり、一つ一つの要素に分けることで、解析を行うことができる。

そしてその下図の通り、図3,4,5の解析結果を得ることができた。本研究の妥当性を検証するために1次モードに関しては、過去の解析例と同条件の解析を行い、同様の結果を得ることができた。



図2 メッシュ図

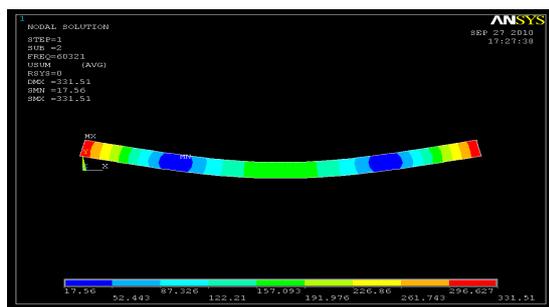


図3 モード解析結果(1次モード)

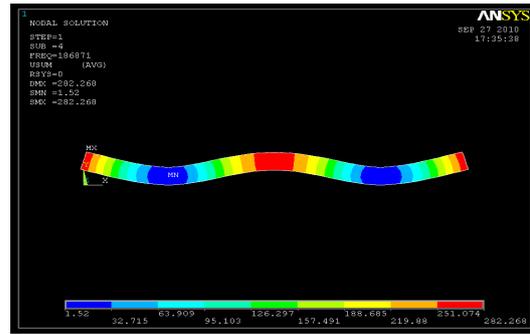


図4 モード解析結果(3次モード)

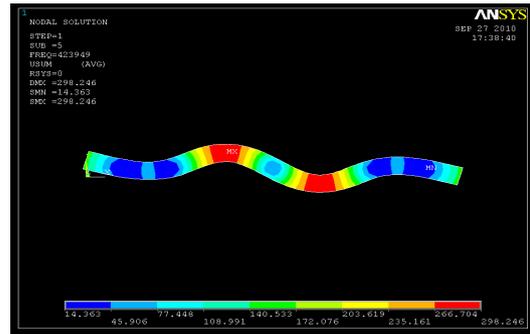


図5 モード解析結果(4次モード)

7. まとめ

本研究の妥当性を実証することができたので、今後、実物のガムランの諸元で解析を行う予定である。また、実験も並行して行い、その特性を明らかにし、調律技術を確立して研究を進めていく予定である。

「参考文献」

- 1) ガムランの歴史、
<http://www.geocities.co.jp/SilkRoad-Desert/9459/Yamagata1.html>
- 2) CAD/CAE研究会、有限要素法解析ソフト ANSYS工学解析入門、理工学社、2006年
- 3) 迎 和幸他、物理モデルを用いたグロックンシュピールの音の創生、高知工科大学大学院、2006年度修士論文
- 4) 邵 長城、基本からわかる有限要素法、森北出版、2009年
- 5) 加川 幸雄、有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用、培風館、1989年
- 6) CalculiX for Windows,
<http://www.bconverged>
- 7) 藤田、豊谷、塩川、有限要素法を用いたガムランの鍵盤楽器の音響解析、日本大学大学院 2010年、日本音響学会論文