

エッフェル塔の応力計算法に関する一考察

日大生産工（院） ○塚越 達也 日大生産工 川島 晃

1. はじめに

エッフェル塔の「風荷重によるかたち」と「応力計算」には、図式力学が随所に多用されている¹⁾。文献2)と3)から力学の発達の歴史をまとめると図1のようになる。このように構造力学は解析力学と図式力学の発達により一般化された。本報では、文献1)に基づきエッフェルが「かたちと応力の関係（不静定構造）を如何に取り扱ったのか」その考え方を学ぶことを目的として、実際に応力計算をなぞり考察した。またエッフェルの力学モデルを通して、応力法による剛体構造としての計算結果の対応を検討した。

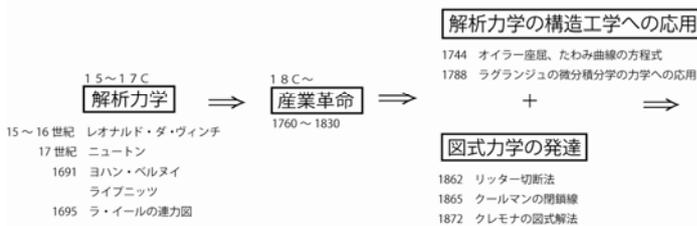


図1 解析力学と図式力学の発達

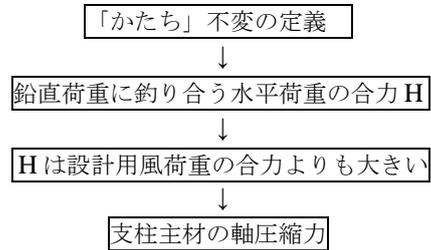


図2 構造原理のフロー

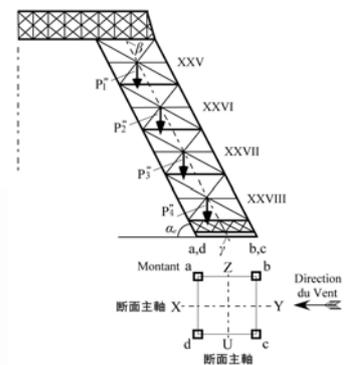


図3 支柱の構成（第1層部）
記号 XXV～XXVIII：支柱のセクションNO

2 考察

2.1 構造の力学原理

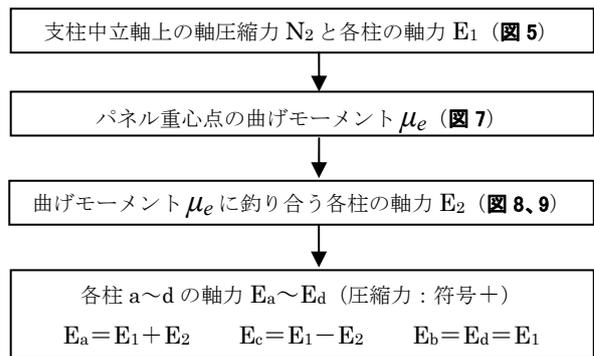
構造原理は、文献1)より図2のフローチャートのようにまとめる事が出来る。図3は第1層部の支柱を示したものであり、基礎梁と1階プラットフォーム(梁)および支柱パネルの構成により塔全体を剛体構造と見なして応力を求めている。

2.2 長期荷重時の支柱圧縮力

図4は支柱圧縮力の求め方のフローを示す。剛体仮定に基づき図3に示す各柱 a～d の圧縮力を静定構造と同様に求めている。

(1) 支柱中立軸上の軸圧縮力 N_2 と各柱の軸力 E_1

支柱中立軸の立体角 φ (図5(a)) は、「示力図 (図



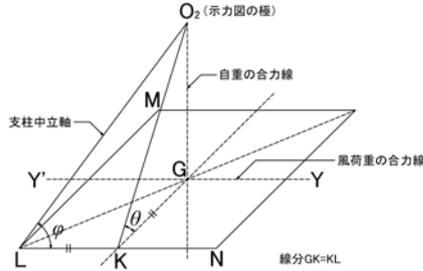
(記号と符合は原文を用いている)

図4 軸圧縮力の求め方

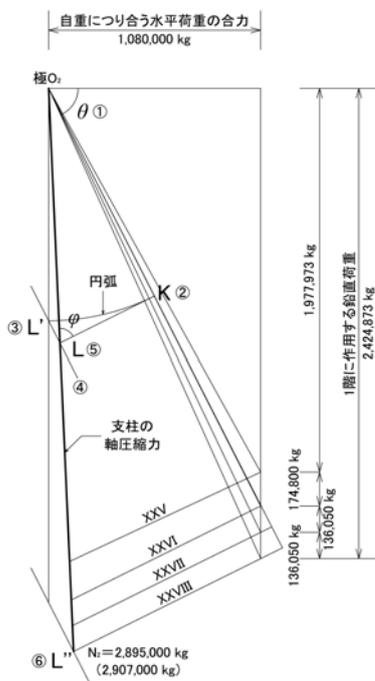
5(b))」により平面上で求める手法を示し、圧縮力 N_2 を求めている。図5 (b) の示力図に記載している①～

⑥は作図手順を表す。線分 O_2L'' はセクション XXVIII の N_2 を表す。

$N_2=2,895,000$ kg (本結果 2,907,000 kg)、
 $E_1=N_2/4=723,750$ kg (726,750 kg) である。



(a) 支柱中立軸に対する立体角 φ



(b) 示力図

図5 支柱中立軸上の軸圧縮力 N_2

(2) パネル重心点の曲げモーメント μ_e

- 1) 各パネル重心点に作用する鉛直荷重による断面主軸 (図3の X-Y 軸、U-Z 軸) に関する曲げモーメントは、剛体仮定から支柱中立軸上の β, γ 点を固定端扱いすることにより求めている。
- 2) 図6はその概念図を示す。固定端モーメントは等分布荷重 w に置き換えた値を採用している。
- 3) 示力図の極と鉛直荷重との垂線長さ $H=1$ (単位長さ) とすると μ_e は、M 図の軸線の長さ RS で求まる。

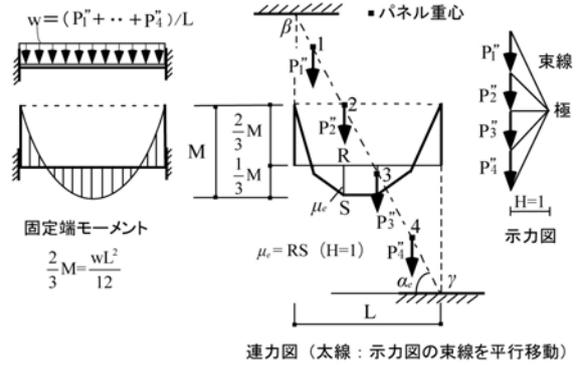
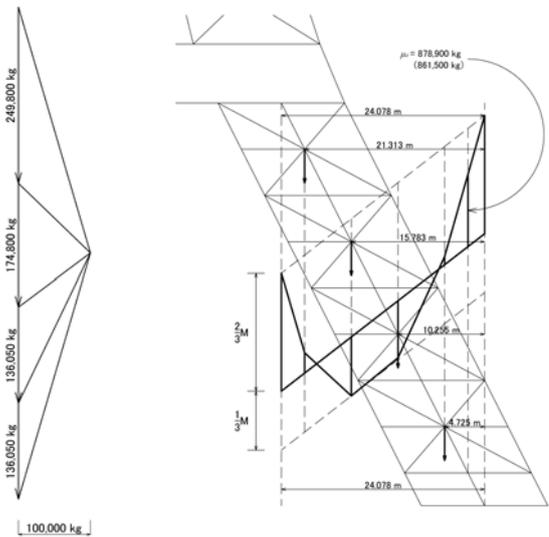


図6 β, γ 点を固定状態とした等分布荷重による M 図 (本論の考察)



(a) 示力図

(b) 連力図

(セクション XXVIII~XXV)

図7 パネル重心点の曲げモーメント図 (太実線)

図7は連力図法によるパネル重心点の曲げモーメント図である。同図(b)に示す M 図 (太実線) のようにパネル重心点の荷重が等分布でない (同図(a)) にも拘わらず、固定端では図6と同様 $(2/3) M$ 、 $(1/3) M$ が得られる (何ゆえかは考察しきれていない)。

(3) 曲げモーメント μ_e に釣り合う各柱の軸力 E_2

- 1) パネル重心点の曲げモーメント μ_e は、空間上にある柱の回転軸廻りの曲げモーメント (図8の $RT, R'T'$) に変換する必要がある。
- 2) 柱の回転軸廻りの曲げモーメント $RT, R'T'$ は、各柱 $a \sim d$ の軸力 E_2 による偶力と釣合状態にある。
- 3) 軸力 E_2 (セクション XXVIII) は、図7(b)の M 図より求まる (結果を図9に示す)。

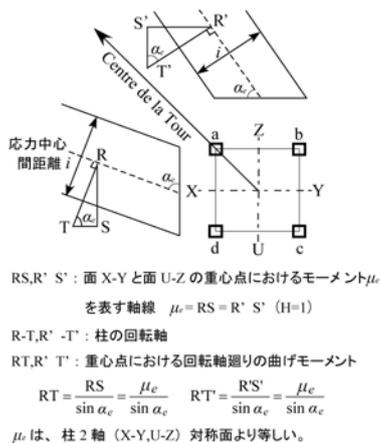


図8 柱の回転軸廻りの曲げモーメント

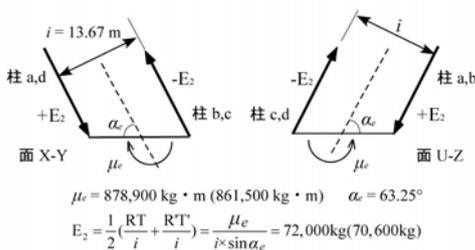


図9 各柱 a~d の軸力(セクション XXVIII)

2.3 短期荷重時の支柱圧縮力

風荷重による各柱 a~d の軸力の求め方を考察した結果を要約すると次の通りである (図 10)。

- 1) 風荷重による支柱中立軸上の軸力 N を「示力図」から求めて各柱に分配する (N/4)。
- 2) 「連力図法による (支柱中立軸の) 曲げモーメント図」が「塔の曲線」を表現できることに着目して、

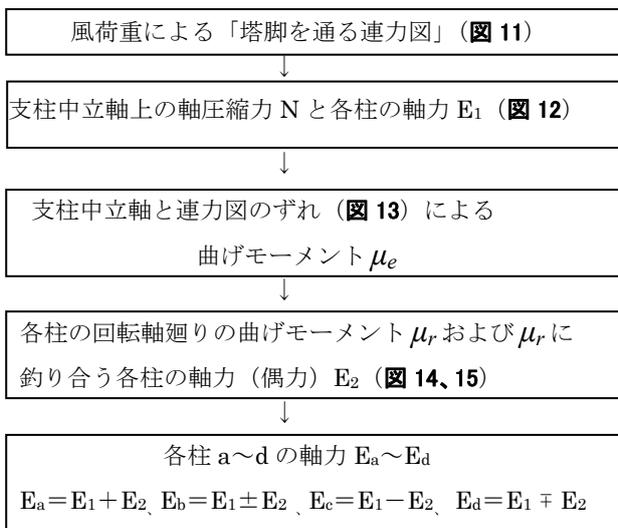


図 10 各柱軸力求め方のフロー

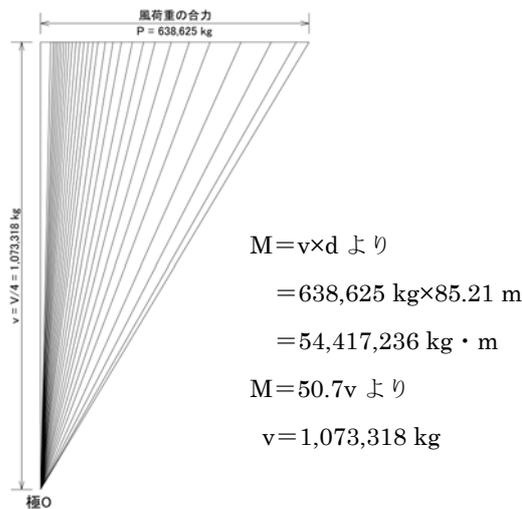
「実際の塔の中立軸とのずれによる曲げモーメントに釣り合う各柱の軸力 (偶力)」を求め、中立軸上の軸力を補正している。

(1) 風荷重による「塔脚を通る連力図」

連力図法による曲げモーメントは、「示力図における極 O から力に下した垂線長さ」と「連力図の軸線長さ」の積で表される。このことより、塔脚を通る連力図は支柱中立軸の曲線を表す (図 11)。

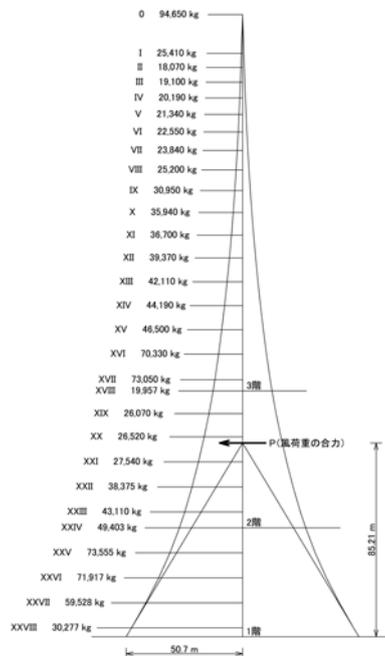
(2) 支柱中立軸上の軸圧縮力 N と各柱の軸力 E1

支柱中立軸上の軸圧縮力 N は、長期応力と同様に求



$M = v \times d$ より
 $= 638,625 \text{ kg} \times 85.21 \text{ m}$
 $= 54,417,236 \text{ kg} \cdot \text{m}$
 $M = 50.7v$ より
 $v = 1,073,318 \text{ kg}$

(a) 示力図



(b) 連力図

図 11 風荷重による「塔脚を通る連力図」

めると図 12 のような示力図になる。セクション XXVIII の N は $N=1,342,000$ kg (本結果 1,347,000 kg)、 $E_1=N/4=335,500$ kg (336,750 kg) である。

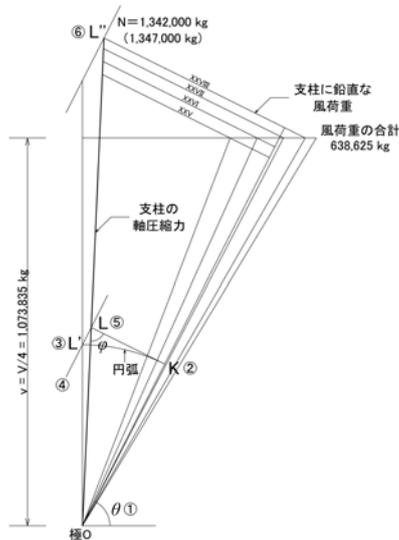


図 12 示力図による支柱中立軸上の軸圧縮力 N

(3) 中立軸と連力図のずれによる曲げモーメント μ_e

セクション XXVIII で求め方を示す。

- 1) 曲げモーメント $M=d \times v$ (d : 連力図の軸線長さ、 $v=V/4$ (図 12))、 $d=48.37$ m (48.38 m)
- 2) 塔中心線から中立軸までの水平長さ $a=48.74$ m
- 3) $\mu_e=(a-d) \times v=+395,660$ kg・m (符号+ : 反時計) (+386,580 kg・m)

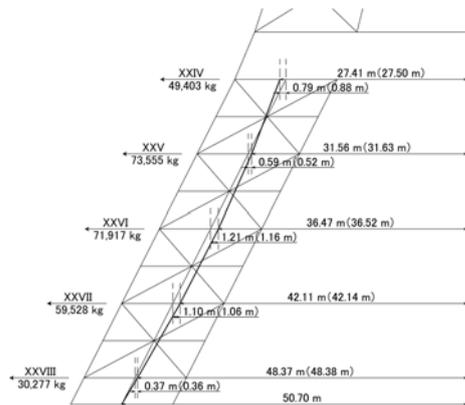


図 13 中立軸と連力図のずれ

(4) 各柱の回転軸廻りの曲げモーメント μ_r と軸力 E_2

図 14 は柱の回転軸廻りの曲げモーメント μ_r を示す。

図 15 は μ_r に釣り合う各柱の軸力 E_2 を示す。セクション XXVIII の E_2 は $E_2=16,210$ kg (15,830 kg) である。

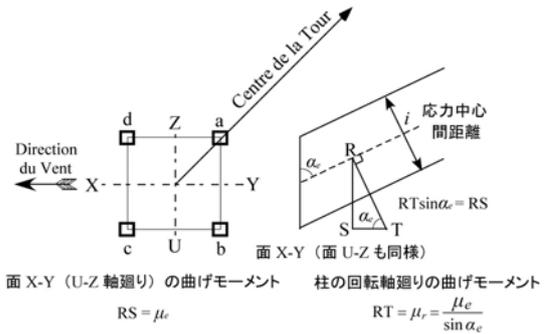


図 14 柱の回転軸廻りの曲げモーメント

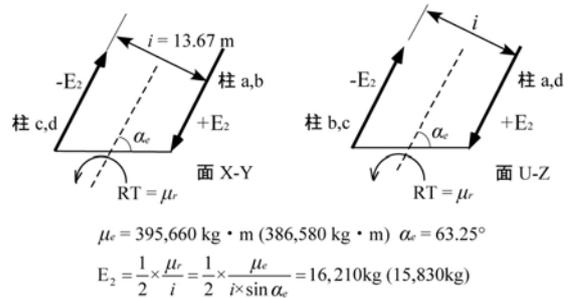
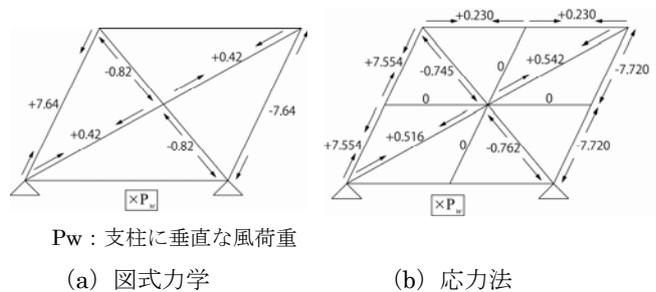


図 15 μ_e に釣り合う各柱の軸力(セクション XXVIII)

4. 図式力学と応力法による剛体構造の応力解

図 16 は、エッフェルの図式力学モデル(平行移動の法則とリッター切断法)と剛体構造の応力解が得られる応力法の結果を比較したものである。パネルで若干の相違が見られる。



P_w : 支柱に垂直な風荷重

(a) 図式力学

(b) 応力法

図 16 剛体構造としたときの軸力

5. まとめ

以上、「不静定構造の剛体仮定」と「平面幾何学への置き換え」による図式力学を考察し得た。今後、剛体仮定が扱える応力法による立体構造解析を行い、当時の計算技術を検証する。

参考文献

- 1) Eiffel, Gustave. La Tour Trois Cent Me'tres, 3 vols, Paris, 1900
- 2) 藤本盛久: 建造物の技術史 建造物の資料集成・事典, 市ヶ谷出版社, 平成 13 年 10 月, 2001 年
- 3) Hans Straub 著・藤本一郎訳: 建設技術史 工学的建造技術への発達, 鹿島出版会, 昭和 51 年 11 月, 1976 年