

応力法による境界ケーブル方式のケーブルネットの形態解析

日大生産工（院）○ 蔵持 雅人 日大生産工 竹内 嘉一
日大生産工 川島 晃 日大生産工 花井 重孝

1. はじめに

文献1) 2) ではこれまで困難であった応力法による幾何学的非線形解析に関する一連の研究として、張力を一定とするケーブルネットの形態解析法を提案した。また、「変形後の適合条件を満足しない不適合力の補正係数 α 」を中間値0.5としたとき、釣合形状にほど遠い初期形状を指定した場合でも収斂回数が少なく良好な解が得られることを示した。文献3) では、等張力仮定に基づく各ケーブル材の伸縮は自由であり柔ケーブルネット（軸剛性は考慮しない）としての形態解析が扱えることを示した。したがって力の釣合式を直接解法する本解析は、ケーブルネットの力学特性（図1）を分析する上で有益である。

本報では、図3に示す形態変化の大きい境界ケーブル方式（ケーブル群による単純曲面を構成する二方向吊屋根⁴⁾）を解析対象として、 α に関わる釣合形態（図2）を分析した結果を述べる。

分析する項目は次の通りである。

- 1) 一つの形態を取り上げ、 α を変動させたときの釣合形態を分析する。つまり、図2に示すように「 α に依存しない解の集合」が得られるとき「適切な形態」となる。
- 2) 張力構造は小さい張力で安定化できる形態が好ましいので、支持点の高低差を変化させたときの釣合形態を分析する。

2. 仮定事項

(1) 張力は、等張力とする。つまりケーブル同士の交点は「滑り交点」であり、支持点（固定点）でケーブルは滑ることができるので指定する初期形態の材長は変化する。

(2) 境界ケーブルと内部ケーブルの交点は、

すべり交点とすると必然的に不安定となるのでクランプする。つまり、初期形態の材長を一定値とする。なお、材料の物性を考慮しないので境界ケーブルについても等張力の仮定は成立する。

(3) 無載荷時の形態解析を扱う。

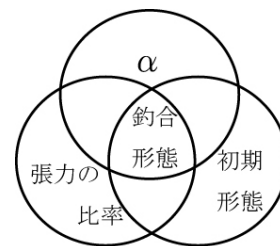


図1 解析のパラメータ

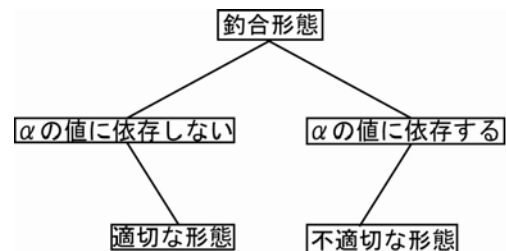


図2 不適合力補正係数 α の力学的意味

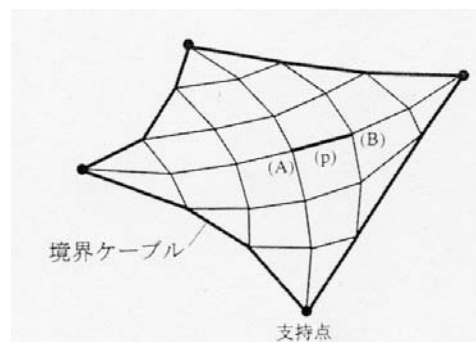


図3 境界ケーブル方式のケーブルネット

A Study on the Shape Analysis of Cable Networks of Cable Boundary type using the Stress method

Masato KURAMOCHI, Yoshikazu TAKEUCHI, Akira KAWASHIMA,
and Shigetaka HANAI

3. 形態解析の概要

本形態解析は、始めにある初期形態（座標）とケーブルごとに等張力を指定して、力の釣合式を作る。したがって、各節点には不適合力が生じる。この不適合力を徐々に解放しながら力の釣合を満足する節点位置を増分法により求める。

3.1 系全体に用いる記号

ベクトルおよび行列の次数は、下付 () 内に示す。増分記号は $\Delta()$ で表す。隣接する節点を結ぶ線分を部材と呼称する（図3の(p)）

m_1, m_2 : 内部ケーブルおよび境界ケーブルを構成する部材数

m : 応力総数 ($= 2m_1 + 3m_2$)

n : 変位の自由度

r : 応力法の自由度 ($= m - n$)

$\mathbf{n}^0_{(m \times 1)}$: 等張力ベクトル

$\mathbf{B}_{(n \times m)}$: 節点座標による材軸の方向余弦ベクトルで作る釣合行列

$\mathbf{p}_{(n \times 1)}$: 不適合力 ($= \mathbf{B}\mathbf{n}^0$)

α : 不適合力の補正係数 ($0 < \alpha \leq 1$)

$\Delta \tilde{\mathbf{f}}_{(n \times 1)}$: 不適合力を解除するための増分仮想力

$\Delta \mathbf{n}_3_{(m \times m)}$: 張力の方向変化による応力ベクトル

$\mathbf{S}_3$: 柔性マトリックス

$\Delta \mathbf{l}_3_{(m \times 1)}$: 相対変位増分ベクトル ($= \mathbf{S}_3 \Delta \mathbf{n}_3$)

$\Delta \mathbf{x}_{(n \times 1)}$: 増分節点変位ベクトル ($= \mathbf{\Lambda}^T \Delta \mathbf{l}_3$)

$\mathbf{\Lambda}_{(n \times m)}$: 増分間の釣合行列

$\mathbf{\Lambda}^+_{(m \times n)}$: $\mathbf{\Lambda}$ の一般逆行列

$\mathbf{G}_{(m \times r)}$: $(\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}^+ \mathbf{\Lambda})$ の独立な列ベクトル

3.2 解析のゼナラルフロー

図4は、増分法による釣合形態を得るための手順を示している。不適合力 $\mathbf{p}$ のノルム二乗平均値 $|\mathbf{p}|/n$ が 10^{-3} を満たしたとき、釣合形態とする。

4. 分析結果

4.1 緒言

(1) 解析例は4点支持の1軸対称形の境界ケーブルネットであり、釣合形態にほど遠い初期形態を設定した（図5）。支持点（固定点）①～③は同一平面内にあり④のみ高低差をつけた。

(2) 解析パラメータ（図1）は不適合力 α と初

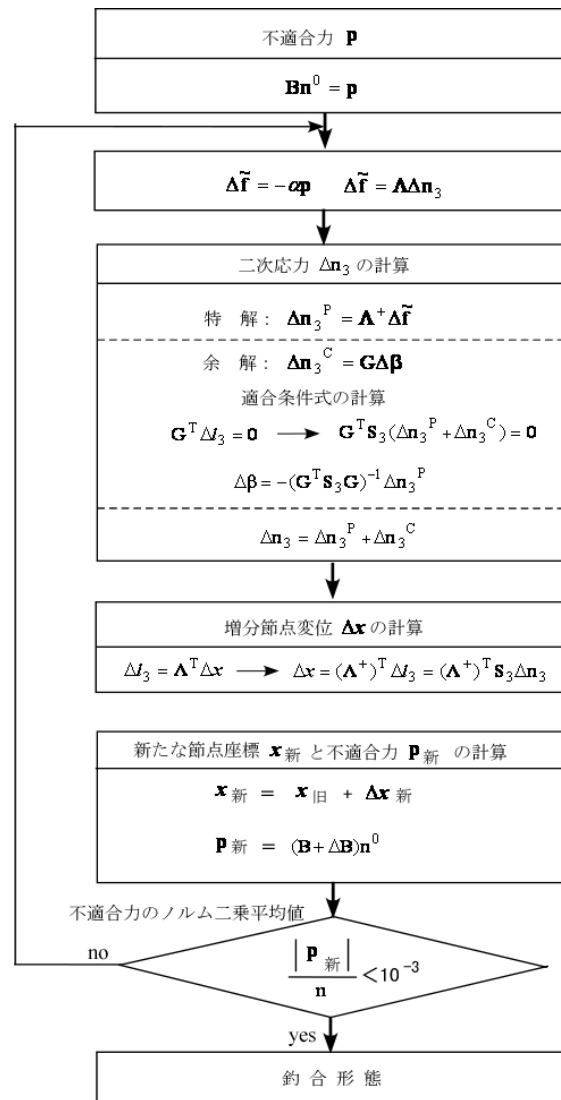


図4 増分法のゼナラルフロー

期形態であり、境界ケーブルと内部ケーブルの等張力の比率は10:1とした。

(3) 解析例は、支持点①と④の高低差を変えた3例である。各解析例について、 α を0.1刻みで0.9まで計算した。

(4) 応力総数 m は192、変位の自由度 n は126である。応力法の自由度 r は66であるから変位法の自由度に対して約52の削減となる。

表1 解析例のスパンと高さの比

	スパン：高さ
解析例1	6：1（図5(b)）
解析例2	12：1（図7）
解析例3	4：1（図8）

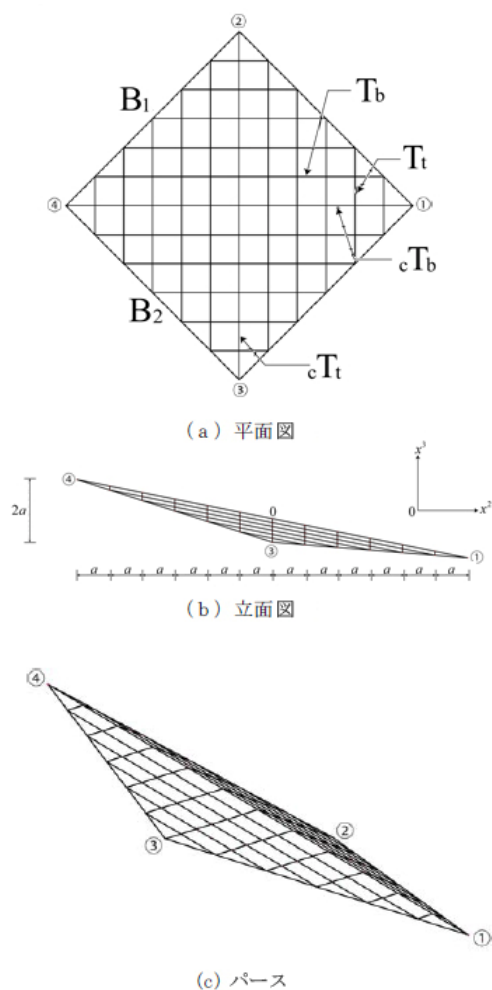


図5 初期形態（解析例 1）

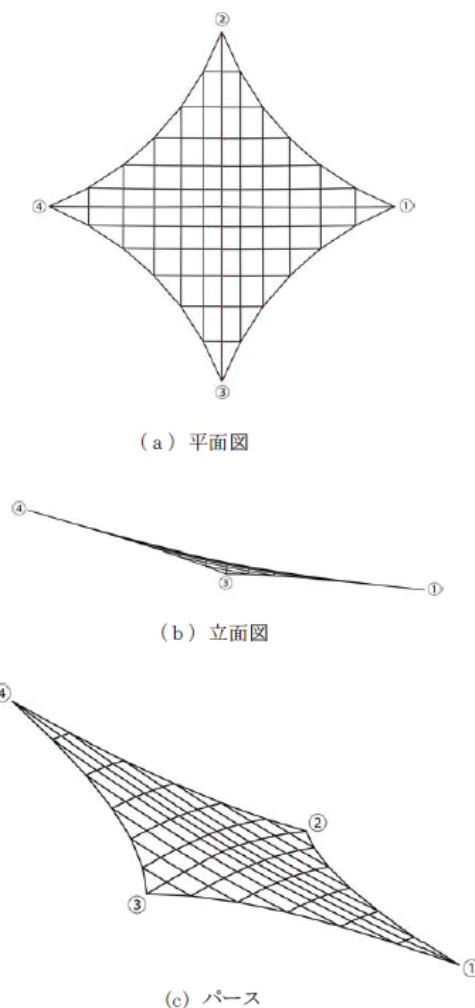


図6 鈎合形態（解析例 1 : $\alpha = 0.5$ ）



図7 初期形態の立面図（解析例 2）

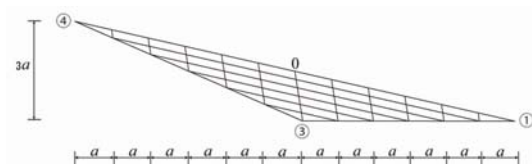


図8 初期形態の立面図（解析例 3）

4.2 α と支持点高さを変動させたときの分析

(1) 基準となる $\alpha = 0.5$ における分析

図6は解析例 1 における鈎合形態を示す。同様に、図9は初期形態（図5）と鈎合形態のケーブル長さを比較したものである。白枠は初期形態、黒枠は鈎合形態の材長である。図中横軸のケーブル記号 $B_1, B_2, cT_t, cT_b, T_t, T_b$ は初期形態（図5 (a)）に示している。境界ケーブル（剛体仮定） B_1, B_2 の材長は初期形態に対して 2.9%の伸びとなっている。引張ケーブル T_t の材長は初期形

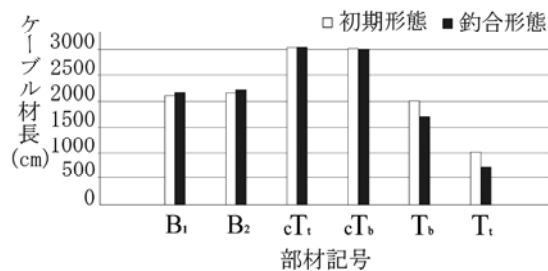


図9 解析例 1 のケーブル材長の比較 ($\alpha = 0.5$)

態に対して 39.1%短くなっている。このように、各ケーブルに指定する等張力に基づき柔ケーブルネットとしての形態解析が扱える。

(2) α を変動させたときの分析

図 10 は、解析例 1 の α を変動させたときのケーブル (B_1 , cT_t , T_b) 材長の ($\alpha=0.5$ に対する) 比率である。 α の値によらず材長は変化しない。

表 2～表 4 は、解析例 1～3 の初期形態と釣合形態の鉛直座標の比較である。各解析例ともに 5 桁まで一致している。よって、節点座標についても α と初期形態に依存しない。

図 11 は、釣合形態を得るまでの増分解析法 (ニュートンラプソン法) の収斂回数を各解析例について比較したものである。前述までの分析から、本解析例では $\alpha=0.9$ も適用できるので計算効率が極めてよい。形態変化との関係により、高低さの小さい解析例 2 では若干ではあるが収斂回数が少ない。逆に解析例 3 は若干ではあるが収斂回数が増えている。

5. まとめ

以上、 α のもつ力学的特性を分析し得た。また本解析例では解析パラメータ α と初期形態の設定に依存しない解の集合が得られた。今後更に複雑な形態について分析し、力の釣合問題を直接解く応力法の有意性を確認する。

参考文献

- 1) 川島 晃、佐々木義仁、花井重孝、竹内嘉一：応力法による形態解析に関する研究 (その 1. 基本関係式)、日本大学生産工学部第 42 回学術講演会、pp.9-12、2009.12
- 2) 竹内嘉一、川島 晃、花井重孝：応力法による形態解析に関する研究 (その 3. ケーブルネット)、日本大学生産工学部第 42 回学術講演会、pp.17-20、2009.12
- 3) 竹内嘉一、川島 晃、藏持ラルフ、塚越達也：一般逆行列に基づく応力法による形態解析に関する研究 (その 3. ケーブル境界方式のケーブルネット)、日本建築学会学術講演梗概集 (北陸)、pp.325-326、2010.9
- 4) 日本鋼構造協会編 坪井善勝監修：吊構造、コロナ社、pp. 368-381、1975. 11

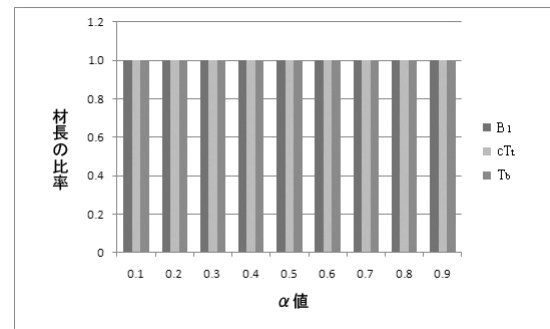


図 10 α を変動させたときのケーブル材長の比率 (解析例 1)

表 2 解析例 1 の初期形態と釣合形態の鉛直座標の比較 (cm)

節点番号	初期形態	α		
		0.1	0.5	0.9
1	500.0000	409.0461	409.0455	409.0451
28	520.0000	438.8774	438.8769	438.8765
29	420.0000	374.8499	374.8496	374.8494
35	540.0000	479.6322	479.6318	479.6315
40	240.0000	265.9526	265.9529	265.9532
45	260.0000	291.1765	291.1767	291.1771

表 3 解析例 2 の初期形態と釣合形態の鉛直座標の比較 (cm)

節点番号	初期形態	α		
		0.1	0.5	0.9
1	250.0000	204.8794	204.8791	204.8789
28	260.0000	220.7144	220.7142	220.714
29	210.0000	188.4736	188.4734	188.4734
35	270.0000	240.5869	240.5867	240.5866
40	120.0000	133.1654	133.1655	133.1657
45	130.0000	145.8270	145.8271	145.8273

表 4 解析例 3 の初期形態と釣合形態の鉛直座標の比較 (cm)

節点番号	初期形態	α		
		0.1	0.5	0.9
1	1000.000	812.7686	812.7679	812.7671
28	1040.000	860.6094	860.6088	860.6074
29	840.0000	735.3144	735.314	735.3136
35	1080.000	949.0571	949.0567	949.0553
40	480.0000	529.231	529.2312	529.2321
45	520.0000	578.9807	578.9809	578.9819

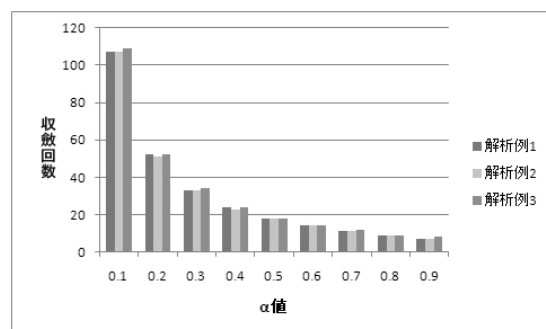


図 11 増分解析法の収斂回数の比較