# 可動系剛体トラスの形態解析と応力解析に関する研究

日大生産工(院)	○仲本	翔	日大生産工	川島	晃
日大生産工	花井	重孝			

### 1. はじめに

本研究は、支点が移動するタイプの離散構造 物の施工プロセスに対応する構造解析の開発 を目的としている。構造安全性の面から可動系 離散構造物の形態は、その剛性条件になるべく 左右されない(最適近似解を与える)形態であ ることが求められる。本報では可動系離散構造 の最適解を与える剛な形態について、線材仮定 に基づく簡易な構造解析(形態解析と応力解 析)を提案し模型実験を通じて検討した結果を 述べる。

### 2. 可動系剛体トラスの力学モデルについて

**図1**に示す簡易な平面力学モデルを通して、 その力学的内容を述べる。

- 完全対称形の形態として、加圧により支点 が水平面上を移動する(レール設置)。すな わち力学的に、支点は加圧(f)方向と直交 する方向にのみ(Δx)移動するものとする。 この形態解析には、幾何学的関係式の余解 (伸び無し変位)を用いる。
- 2)支点水平方向には、その移動量Δxに応じて反力壁をスライドさせて安定化を図り(図
  2)、応力解析を行う。



図3 形態作成のフローチャート

# 3. 形態作成と安定条件について

図3は形態作成のフローチャートを示す。図4 は、構造解析と模型実験に用いる力学モデルであ る。構面(同図中の①~④の集合体)は対称性(第 2節1))から2次不静定系の余力を持たせている。 図3のフローに基づいて、形態の力学的内容を述 べる。



図1 形態解析の簡易力学モデル



図2 応力解析の簡易力学モデル



#### 3.1 単位安定構面

力学上、念のため述べる。空間上の1点は、少 なくとも同一平面内にない3つの力が存在する ことで静止する。

# A Study on Shape and Stress Analysis of Unstable Rigid Truss

Sho NAKAMOTO, Akira KAWASHIMA and Shigetaka HANAI

単位安定構面における安定条件の判別は、図5

に示すように6個の反力R<sub>1</sub>~R<sub>6</sub>で力学上安定 となる。



図5 単位安定構面

単位安定構面の判別式は次式で表せる。





### 3.2 構面と系全体の安定条件

構面は1軸対称形であるから、内的2次不静定 とする(**図7**)。つまり、自己釣合力は1つの応力 モードで表せる。4構面の構成により、系全体は 内的8次不静定なり、系全体は2軸対称形から必 要最小限の部材数で力学上安定化を図っている。

# 4. 形態解析

### 4.1 不安定剛体トラスの力学的内容

構面は、図8に示すように中心に向かって平行



 $+j m \chi \cdot m = s + t = 3k =$ 

# 図7 構面全体の安定化



図8 構面の反力数と幾何学的運動

移動するから、反力数 t = 5 となり外的1 次不安 定である。このように、系全体は単純な幾何学的 運動が可能となる。

#### 4.2 幾何学的関係式

次の記号を使う。

<u>Δ</u>ℓ(p):部材(p)の伸縮

**U**<sub>(A)</sub>, **U**<sub>(B)</sub>: 部材(p)の材端A, Bの変位ベクトル

**U**<sub>(N)</sub>:節点(N)の変位ベクトル

- λ<sub>(p)</sub>:部材(p)の材軸方向の単位ベクトル
- $\Delta \ell$ :  $\Delta \ell_{(p)}$ を系全体で並べたベクトル
- u:節点(N)の変位 u(N)を系全体で並べたベクト
- **B**: λ<sub>(p)</sub> を系全体でまとめた行列
- B<sup>+</sup>: B の一般逆行列
- Ⅰ:単位行列
- T:転置

 $\Delta \ell(p)$ (材軸方向の相対変位)は $\mathbf{u}(A), \mathbf{u}(B)$ より 次式で与えられる。

$$\Delta \ell = \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\mathrm{u}}_{\mathrm{(B)}} - \boldsymbol{\mathrm{u}}_{\mathrm{(A)}} \right)$$
(2)

上式は系全体でまとめると次式で表せる。

 $\Delta l = \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{u} \tag{3}$ 

剛体トラスでは式(3)の $\Delta \ell(p) = 0$ より、式(4)は

$$\mathbf{0} = \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{u} \tag{4}$$

上式の一般解は次式で表せる。

 $\mathbf{u} = (\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}^+)\boldsymbol{\alpha} \tag{5}$ 

ここに、αは任意ベクトルである。

力学モデル(**図4**)は外的1次不安定であるか ら式(4)は次式で表せる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_1 \boldsymbol{\alpha}_1 \tag{6}$$

式(6)において各移行段階における行列 B を作 成することにより、頂点の鉛直変位と支点の水平 変位の関係が得られる。

#### 4.3 解析結果と模型実験との対応

線材仮定に基づく解析結果の性質を確認する ため、頂点を強制的に10mm刻みで230mmまで 鉛直方向に引っ張ったときの支点移動を検討し た。

図9は解析結果、図10は実験結果であり、枠内 に頂点移動80・160・230mmに対する支点移動 量を示す。両図の曲線から分かるように、頂点移 動につれて支点移動が増加する傾向は合致して いる。

#### 5. 応力解析

### 5.1 釣合式

次の記号を使う。

f:荷重ベクトル	n:応力ベクトル
<b>ū</b> :仮想変位ベクトル	$\Delta \overline{l}$ :仮想伸縮ベクトル
仮想仕事原理から、	

$$\overline{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}}\mathbf{f} = \Delta \overline{\mathbf{l}}^{\mathrm{T}}\mathbf{n} \tag{7}$$

上式に式(2)を適用する。

$$\overline{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}}\mathbf{f} = \overline{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{n} \tag{8}$$



**図9** 数値計算における支点移動と頂点移動の関係



図10 模型実験における支点移動と頂点移動の関係

式(8)の**ū**は任意の値を取り得るから、

$$\mathbf{f} = \mathbf{B}\mathbf{n} \tag{9}$$

が成立する。上式から剛体トラス ( $\Delta \ell = 0$ )の応力 n は次式で与えられる<sup>1)</sup>。

$$\mathbf{n} = \mathbf{B}^{+} \mathbf{f} \tag{10}$$

### 5.2 模型実験

図 11 は模型実験のフローであり、対応する模型図を図 12 に示す。

**第2節2**)の力学モデルで述べたように、模型実験の手順は次の通りである。

- i)第4節と同様に、頂点の強制変位(△ℓ)の みを与えたときの支点水平移動量を測り、後 述ii)の釣合位置を確認するため印を付ける。 また、頂点が移動しないようにストッパーを 差し込む。
- ii) 次に、図13に示すように滑車と重り(水
  平反力Rxに相当する)を用いて、天秤の釣
  合原理を応用し安定化を図る。水平反力Rx
  は応力解析設計における推定値となるより
  求めた(表1-a))。

iii) 続いて、ストッパーを外して頂点の移動量

#### を図り直した(表 1-b))。



図11 模型実験のフローチャート



図12 実験模型図



図13 天秤の釣原理を応用した支点反力の図

	a)	b)
Rx	$\Delta\ell$	$\Delta \ell$
438	5	4.3
222	10	9.2
172	15	14.8
133	20	19.9
110	23.3	22.7

# **表1** 応力解析による推定値 a) と実験値 b)の比較

#### 5.3 解析結果と模型実験との対応

図 14 は図 11 と図 12 に示した張力 f (縦軸) と表 1 に示した Rx (横軸)の関係を示す。横軸に は水平面との角度 θ も示している。立ち上がり部 (θの小さい範囲)の Rx は大きく、立ち上がる (θが増える)につれて Rx が減少する基本的な 力の釣合を再現している。



図14 張力fと支点反力Rx

### 6. まとめ

以上、模型実験を通して線材仮定による形態解 析と簡易な応力解析の解の性質を確認した。今後、 各移行過程で生じる軸力の方向変化による二次 応力を考慮する構造解析を行う。

### 参考文献

- 1)川島 晃:変位法および応力法による立体骨組の構 造解析に関する研究、日本大学学位論文、2006.3
- 2)川島 晃、花井重孝:一般逆行列に基づく応力法に よる立体トラスの有限変位応力解析、日本建築学会 構造工学論文集、Vol.54B, pp241-250,2008.3
- 3)川島 晃、花井重孝:一般逆行列に基づく応力法に よる平面骨組の幾何学的非線形解析、日本建築学会 関東支部審査付研究報告集5、pp.49-52、2010.3
- 4)川井忠彦著:マトリックス法振動および応答-コンピ ュータによる構造工学講座 I-4-B、日本鋼構造協会 編、培風館、1971.2