

運動量分散を考慮したシンクロトロンからの
ビーム取出しシミュレーションの研究

日大生産工 (院) ○ 田代 雅嗣
日大生産工 中西哲也

1. はじめに

重粒子線がん治療は炭素線を使用し、がんだけを強い力で破壊する。また、体の中をまっすぐ進み目的地で止まるので、がん患部周辺の正常細胞への影響が少ないのが利点である[1]。重粒子線照射に使用する効果的な照射法としてスポットスキニング照射法があり、それに適したシンクロトロンからのビーム取り出し法としてQAR法が提案されている[2]。これは、高速四極電磁石 (FQ) をONさせることでセパトラリクスが収縮し、それによってはみ出した粒子を取り出す。FQをOFFさせ、セパトラリクスを元に戻した後にRFKOをONさせ、粒子を拡散させる事で、取出しにより生じた隙間を満たし、その流れを繰り返し行う。図1にその概念図を示す。

本研究は、このビーム取り出し法をシミュレーションにより検討するもので、これまでは運動量分散 ($\Delta p/p$) を無視してシミュレーションを行ってきた。しかし、精度を上げるためには $\Delta p/p$ を考慮する必要がある為、プログラムを改良した。本報告では運動量分散を考慮し、その場合の軌道計算方法を述べた後、運動量分散による軌道の変位、プログラムの改良検証の結果について述べる。

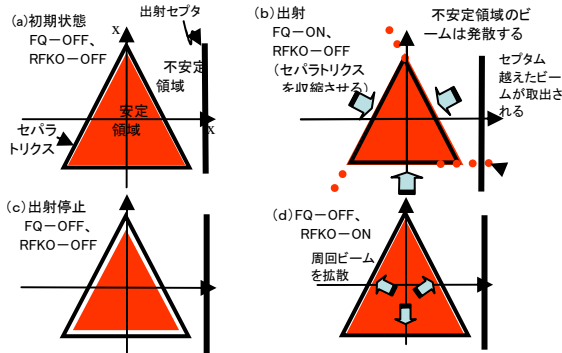


図1. QAR法概念図

2. 粒子の軌道計算

粒子は平衡軌道の周りをベータトロン振動しながら周回しており、その軌道は (1) 式で与えられる。

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K(s)x = \frac{1}{\rho(s)} \frac{\Delta p}{p} \dots (1)$$

ここで x は平衡軌道からの軌道のずれ、 s は粒子の進行方向距離を示す。 ρ は偏向電磁石 (BM) の曲率半径、 K は収束係数で共に s の関数であり、四極電磁石 (QM) と BM で有限な値を持つ。また、直線部では $K=0$ 、 $\rho = \infty$ となる。(1) 式から運動量分散 $\Delta p/p$ の値によって軌道が異なる事がわかる。 $\Delta p/p$ による軌道の変化は BM 中で生じるため、以下に BM 中の軌道方程式を示す。

$$\frac{d^2x}{ds^2} + \frac{1}{\rho^2}x = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{p} \dots (2)$$

(2) 式の特解は以下で与えられる。

$$x = \rho \times \Delta p / p$$

(2) 式の一般解は (2) 式の右边が 0 の時の解と特解の和で以下のように与えられる。

$$x_1 = A \cos \frac{s}{\rho} + B \sin \frac{s}{\rho} + \rho \times \Delta p / p$$

$$x'_1 = -\frac{A \sin s / \rho}{\rho} + \frac{B \cos s}{\rho} + 0$$

係数 A, B を導くために $s=0$ で $x=x_0$ 、 $x'=x'_0$ とする

と、係数 A, B は次のように求まる。

$$A = x_0 - \rho \times \Delta p / p, \quad B = x'_0 \rho$$

BM の入口と出口のトランスフォーマトリクス (TM) は以下の形で表すことができる。[3]

$$\begin{bmatrix} x \\ x' \\ \Delta p/p \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta & \rho \sin \theta & \rho(1 - \cos \theta) \\ -\frac{\sin \theta}{\rho} & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ x' \\ \Delta p/p \end{bmatrix}_0$$

$\theta = L/\rho$ と置いた。 L は BM 中の軌道長である。

Simulation study of beam extraction from a synchrotron considering
a momentum dispersion

Masatsugu TASHIRO and Tetsuya NAKANISHI

QM、直線部のマトリクスも3行3列(3, 3)で表される。QMでは(1, 3)、(2, 3)は0である。図2は普及型シンクロトロンラティスを示す。このラティスではBMとQMが周期的に配置されており、このシンクロトロン一周にわたったTMはそれぞれのTMの掛け算で求まる。

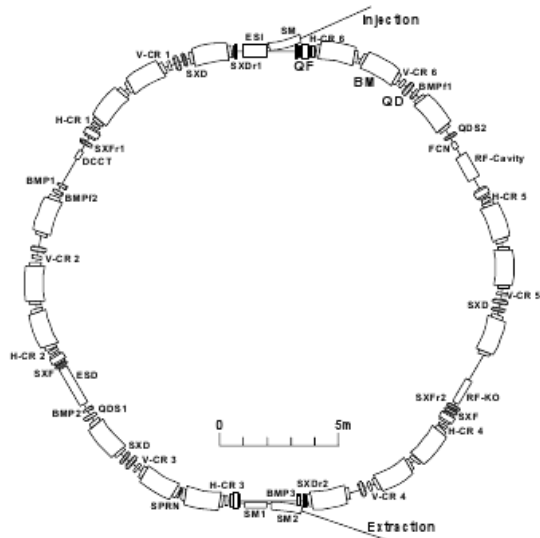


図2. 普及型シンクロトロンラティス

実際の計算ではシンクロトロンを8つに区分し、分割したラティスのTMはAgileという計算ソフトで計算した。図3は普及型シンクロトロンのある位置(s)での周回毎の (x, x') 座標をプロットしたものである。運動量分散の値が0の時、図3のようなずれのない楕円を描く。粒子は常にこの楕円上にある。

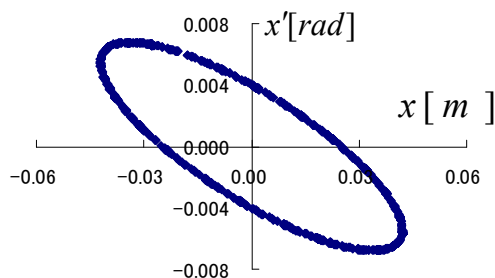


図3. 粒子1つの軌道

次に $\Delta p/p \neq 0$ の軌道のずれ方を述べる。 $\Delta p/p$ に応じて平衡軌道はずれ、そのずれ量は(4)式で与えられる[3]。

$$X_s = \eta \times \Delta p/p \quad \dots (4)$$

$$X'_s = \eta' \times \Delta p/p$$

η は分散関数でTMの要素から計算できる。普及型シンクロトロン η を図4に示す。図から分かるように η は一定ではなく周期的に変化する。平衡軌道のずれはこの η の値と(4)式から求まり、図3に示した楕円は(4)式から与えられる値だけずれる。

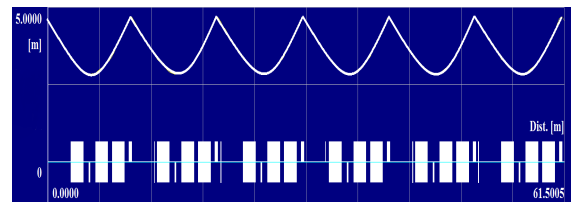


図4. ビーム軸に沿った分散関数 η

3. 運動量分散による粒子の移動

ビーム取り出しのシミュレーションではこれまでのプログラムに対して $\Delta p/p$ の計算が含まれるように改良した。計算結果を図5に示す。図5は粒子1つ、回転数を10000から100000ターンまで100ターン毎にプロットした。 $\Delta p/p = 0.002$ (0.2%)である。中心のずれはAgileで計算された η 、 η' から予測された値と一致した。図が三角形に近いのは六極電磁石によってセパトリクスが形作られたためであり、粒子がセパトリクス境界付近にあるためである。運動量分散 $\Delta p/p$ によって面積が違うのは、同じ初期値 x, x' でも、軌道の中心からのずれが、 $\Delta p/p$ の時は大きいので面積が大きくなる。

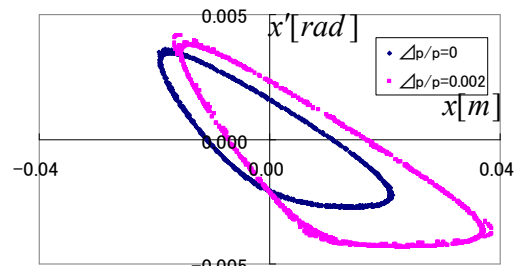


図5. $\Delta p/p$ の有無による軌道の比較

4. まとめ

プログラムの改良検証の結果、運動量分散によって平衡軌道がずれた。また、軌道の中心がずれたことで、プロット図の面積が大きくなることがわかった。

「参考文献」

- [1] 辻井博彦、遠藤真広、「切らずに治すがん 重粒子線治療がよくわかる本」コモンズ(2006)。
- [2] 中西哲也、他、粒子線がん治療用シンクロトロンからの新ビーム取り出し法の研究 日本大学生産工学部第39回学術講演会(2006)。
- [3] 神谷幸秀、他、高エネルギー加速器入門、加速器セミナー“OH0-84”、pp. II-30-31 (1984)。