

タイヤ自由度を考慮した二輪車の動特性に関する研究

日大生産工(院) ○相川 雄也

日大生産工 景山 一郎 日大生産工 栗谷川 幸代

1 まえがき

二輪車の研究は古くから行われ、1950年代から実験的、理論的に多くの研究が行われ始めた。後に R.S.Sharpにより4自由度モデル（横すべり角、ロール角、ヨーレイト、舵角）が発表され、二輪車の運動を支配する3つの振動モードがあることが示された。①この3つのモードは低速域で問題となるキャブサイズモード、中・高速域で問題となるウィーブモード、ウォッブルモードで、キャブサイズモードとは車体系の非振動的なロール運動である。ウィーブモードとは車体系のヨーとロールが連成した振動であり、その固有振動数が車速の上昇に対して大きくなる1~4[Hz]のモードである。ウォッブルモードとはステアリング系に発生する高周波振動であり、振動数は6~10[Hz]で車速の上昇に対してあまり変化しないモードである。その後、4自由度モデルを基礎として車体のフレーム剛性やサスペンションを考慮したモデル②、人間の腕の特性③やライダーのリーン角に着目した研究④が多く行われた。近年ではこれらの研究を元にしたマルチボディシステムが開発され、二輪車の運動解析に大いに貢献しているしかし、これらの複雑なモデルを構築しても、二輪車の運動を定量的に議論できていない。その問題として、二輪車のタイヤ特性を詳細に表現できるモデルが構築されていない事が原因と考える。そこで本報では二輪車のタイヤ特性に着目し、新たにタイヤモデルを構築した。また、その影響について固有値の観点から、タイヤ特性が二輪車に与える影響を検討する。

2 二輪車の固有モード

二輪車の理論解析において、その多くは固有値において議論されてきた。そこで、本報においてもその手法を用いることとする。図1は一般的な4自由度モデルの固有値である。このモデルにはタイヤの動特性として、前後輪コーナリングフォースに1次遅れの要素を入れている。固有値は複素平面上で表現され、縦軸が虚軸を、横軸が実軸を、虚軸=0の位置

が安定限界を示し、実軸正の領域が不安定を表わしている。この4自由度モデルの結果から、二輪車には振動モードとなるウィーブおよびウォッブルが表現されていることがわかる。

次に前輪のみにコーナリングフォースの1次遅れを考慮した場合の固有値を図2に示す。この結果より、先程まで表されていた低速ウォッブルが消えていることがわかる。また、若干ながらウォッブルは全体的に不安定方向に移動し、ウィーブは安定方向に移動している。つまり、ウォッブルは前後輪のタイヤ特性に影響されていることがわかる。また、高速ウォッブルを表わす固有値は車速約40[km/h]のときに最も安定であり、車速が上昇するにつれて不安定となることがわかる。しかし、実際の現象としてウォッブルは車速約60~80[km/h]で多く現れる振動で、車速を下げる、あるいは上げていくと振動が収まる現象である。つまり、その車速で一番虚軸に近い固有値となっていなければいけない。よってこれらのモデルが二輪車の運動を定量的に表現しているとは未だ言い難く、タイヤに関して本質的な部分が欠如していると考えられる。

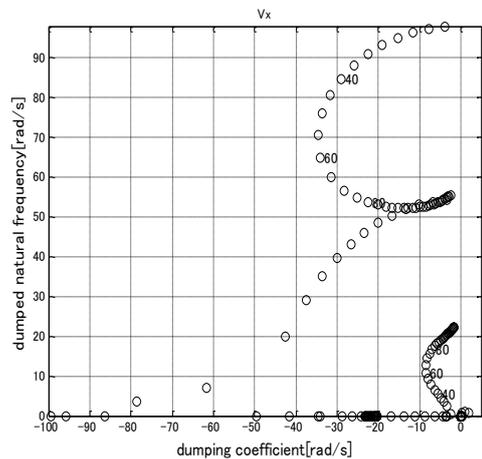


図1 タイヤの動特性(1次遅れ)を採用した4自由度モデルの固有値

A Study on Two-wheeled Vehicle Dynamics includes Tire Dynamics

Yuya Aikawa, Ichirou Kageyama, Yukiyo Kuriyagawa

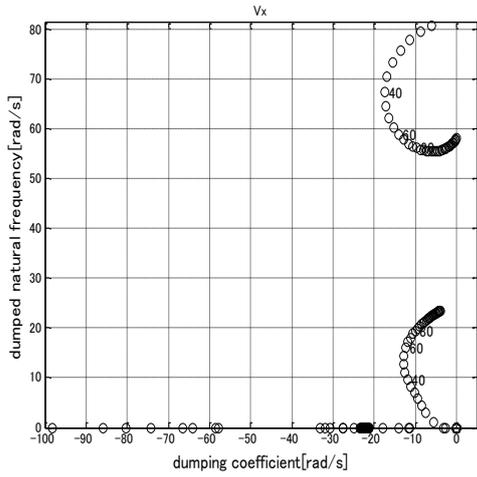


図2 前輪タイヤの動特性(1次遅れ)を採用した4自由度モデルの固有値

3. タイヤモデルの構築

過去、著者らの研究室ではハンドル系に発生するシミーに関する研究⁽⁵⁾として、タイヤが構造的に持つバネ・ダンパをモデル化し、シミーを定性的に表現している。そこで、このモデルを拡張し、二輪車の4自由度モデルに組み込む。ウォッブルは前輪タイヤと後輪タイヤの特性に影響されるため、まず前輪系にモデルを適用する。このモデルは、タイヤ接地面の横方向位置 y_f とホイール位置との間に微小偏差 l_c が存在し、この間にバネおよびダンパを考慮し、コーナリングフォースはこれらの要素を介してホイールに伝達されるものとする。ホイールと接地面との位置関係を決定するために、接地面の横方向変位 y_f が転動距離に関して1次遅れで表現されるものとし、以下で表現できる。この仮定はステップ状の横すべり角を与えられたタイヤのコーナリングフォースが、転動距離に対して1次遅れとして現わされることから正しいものと考えられる。

$$T_y = \frac{t_y}{v_x} \quad (1)$$

$$y_f^* = T_y \dot{y}_f + y_f \quad (2)$$

また、タイヤ接地面での静的なコーナリングフォースは次式で表わされる。

$$F_1^* = K_{s1}(\beta_1 - \theta - \delta \cos \varepsilon) \quad (3)$$

y_f の最終安定位置は、定常状態において横すべり角と横剛性で決定されるため、その状態の偏差を、コーナリングフォースを横剛性で除した値として次式で与えられる。

$$l_c = \frac{F_1^*}{K_{yf}} \quad (4)$$

この y_f の最終安定位置は、接地面とホイールの最終的な相対変位から決定される。

$$y - (l_4 \delta - l_c) = y^* \quad (5)$$

これらをまとめるとタイヤの横方向の運動は以下で表わすことができる。

$$T_y \dot{y}_f + y_f - \frac{K_{s1}}{K_y}(\beta_1 - \theta - \delta \cos \varepsilon) - (y_s - l_4 \delta) = 0 \quad (6)$$

また、ねじりに関しても同様の扱いをし、セルフアライニングトルクとねじり剛性の関係から接地面とステアリング軸進行方向との間に生じる角度 γ の最終安定位置が決定される。

$$T_\gamma = \frac{t_\gamma}{v_x} \quad (7)$$

$$\gamma^* = T_\gamma \dot{\gamma} + \gamma \quad (8)$$

$$M_{sat1} = K_{sat1}(\beta_1 - \theta - \delta \cos \varepsilon) \quad (9)$$

$$\delta - \frac{M_{sat1}}{K_t} = \gamma^* \quad (10)$$

これらをまとめるとタイヤのねじり方向の運動は以下で表現できる。

$$T_\gamma \dot{\gamma} + \gamma + \frac{K_{sat1}}{K_t}(\beta_1 - \theta - \delta \cos \varepsilon) - \delta = 0 \quad (11)$$

このようにタイヤモデルは横およびねじりによって表わされる2自由度モデルとなる。横方向のモデル図を図3に、回転方向のモデル図を図4に示す。次に、構築したタイヤモデルをもとに二輪車の操舵系の運動方程式を構築し、その影響について検討する。

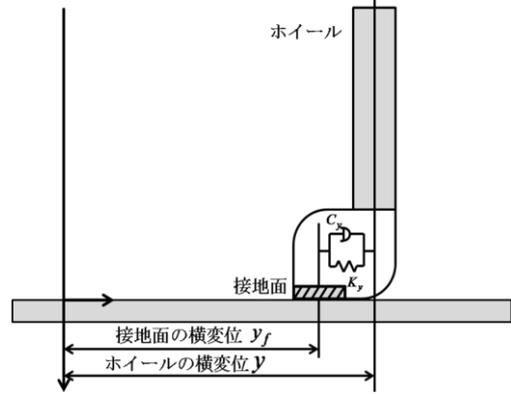


図3 タイヤ横方向モデル

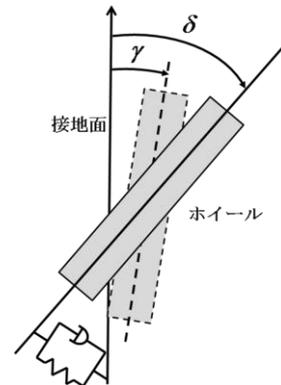


図4 タイヤ回転方向モデル

4. 二輪車の運動方程式の構築

前章で構築したタイヤモデルを表現するために、二輪車の操舵系にタイヤの横バネ・ダンパ、ねじりバネ・ダンパを考慮したモデルを以下に示す。また、モデル図を図4に、計算に用いた諸元を表1に示す。

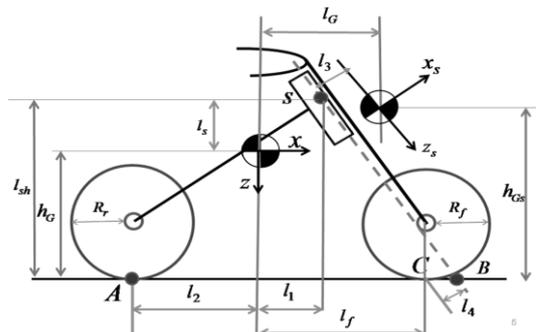


図4 4自由度モデルの諸元

操舵系 y_s 方向のつり合い

$$\begin{aligned} m_s (\ddot{y}_s + v_{xs} \dot{\theta}_s) = & \\ K_y \{ & y_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \theta_s - h_{Gs} \phi_s - (l_4 \delta + y_f) \} \\ + C_y \{ & \dot{y}_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - h_{Gs} \dot{\phi}_s - (l_4 \dot{\delta} + \dot{y}_f) \} \\ + K_{c1} \phi_s - & N_1 \phi_s + m_s g \phi_s - F_{ys} \end{aligned} \quad (12)$$

操舵系 x_s 軸まわりのモーメントのつり合い

$$\begin{aligned} I_{xs} \cos \varepsilon \ddot{\theta}_s - I_{xs} \sin \varepsilon \dot{\theta}_s = & \\ \left[K_{c1} \phi_s + K_y \{ & y_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \theta_s - h_{Gs} \phi_s - (l_4 \delta + y_f) \} \right. \\ + C_y \{ & \dot{y}_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - h_{Gs} \dot{\phi}_s - (l_4 \dot{\delta} + \dot{y}_f) \} \\ \left. \times \left\{ \frac{h_{Gs} - (l_3 + l_4) \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} \right\} + N_1 \left\{ \frac{h_{Gs} - (l_3 + l_4) \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} \right\} \phi_s \right] \\ - M_{xs} - I_f \omega_f \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - I_f \omega_f \sin \varepsilon \dot{\phi}_s \\ + K_t \{ & y_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \theta_s - h_{Gs} \phi_s - (\delta - \gamma) \} \\ + C_t \{ & \dot{y}_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - h_{Gs} \dot{\phi}_s - (\dot{\delta} - \dot{\gamma}) \} \\ + F_{ys} \left\{ \frac{h_{Gs} - l_{sh} - l_3 \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

操舵系 z_s 軸まわりのモーメントのつり合い

$$\begin{aligned} I_{zs} \cos \varepsilon \ddot{\theta}_s + I_{zs} \sin \varepsilon \dot{\theta}_s = & \\ F_{ys} l_3 + I_f \omega_f \cos \varepsilon \dot{\phi}_s - I_f \omega_f \sin \varepsilon \dot{\theta}_s + & \\ \left[K_{c1} \phi_s + K_y \{ & y_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \theta_s - h_{Gs} \phi_s - (l_4 \delta + y_f) \} \right. \\ + C_y \{ & \dot{y}_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - h_{Gs} \dot{\phi}_s - (l_4 \dot{\delta} + \dot{y}_f) \} \\ + K_t \{ & y_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \theta_s - h_{Gs} \phi_s - (\delta - \gamma) \} \cos \varepsilon \\ + C_t \{ & \dot{y}_s - (l_3 + l_4) \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - h_{Gs} \dot{\phi}_s - (\dot{\delta} - \dot{\gamma}) \} \cos \varepsilon \\ + N_1 (l_3 + l_4) \phi_s - M_{zs} & \end{aligned} \quad (14)$$

また、車体系の運動方程式は以下となる。

車体系 y 方向のつり合い

$$m(\ddot{y} + v_x \dot{\theta}) = F_{ys} - F_{yA} + mg\phi - N_2\phi \quad (15)$$

車体系 x 軸まわりのモーメントのつり合い

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\phi} = & \\ F_{yA} h_G + F_{ys} l_s + M_{xs} \cos \varepsilon + M_{zs} \sin \varepsilon - I_r \omega_r \dot{\theta} \\ + N_2 h_G \phi \end{aligned} \quad (16)$$

操舵系 z_s 軸まわりのモーメントのつり合い

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\theta} = & \\ F_{ys} l_1 + F_{yA} l_2 + N_2 l_2 \phi + M_{zs} \cos \varepsilon - M_{xs} \sin \varepsilon \\ + I_r \omega_r \dot{\phi} \end{aligned} \quad (17)$$

拘束条件は以下の式で表わされる。

前後方向速度のつり合い

$$v_x = v_{xs} - \cos \varepsilon \{ \dot{y}_s - l_3 \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - (h_{Gs} - l_{sh}) \dot{\phi}_s \} \quad (18)$$

横方向速度のつり合いは以下で表わされる。

横方向速度のつり合い

$$\begin{aligned} \dot{y} + l_1 \dot{\theta} + l_s \dot{\phi} = & \\ \dot{y}_s - l_3 \cos \varepsilon \dot{\theta}_s - (h_{Gs} - l_{sh}) \dot{\phi}_s + v_{xs} \cos \varepsilon \dot{\theta} \end{aligned} \quad (19)$$

連結角の拘束条件

$$\theta_s = \theta + \delta \cos \varepsilon \quad (20)$$

$$\phi_s = \phi + \delta \sin \varepsilon \quad (21)$$

これらを内力で結合し、状態方程式を求める。

$$A\dot{X} + BX = 0 \quad (22)$$

ただし、

$$X = [\dot{y} \ \dot{\theta} \ \dot{\phi} \ \delta \ y \ \theta \ \phi \ \delta \ y_f \ \gamma]^T$$

である。

5. 解析結果

求めた固有値を図6に示す。この結果より、ウォッブルが大きく変化していることがわかる。最初は車速が上昇するにつれ不安定方向に固有値が移動するが、さらに車速を上げると逆に安定方向に移動していることがわかる。これは実際のウォッブル現象と照らし合わせても問題ないと思われ、この解析結果が定性的にウォッブルを表現できていると考えられる。また速度の上昇に対してあまり周波数は変化していない。ウィーブを表わす固有値は、コーナリングフォースの1次遅れを採用したものと比較し、あまり変化はない。またコーナリングスティフネスを減少させた場合の結果を図8に、増加させた場合の結果を図9に示す。コーナリングスティフネスを減少させた場合、ウォッブルは全体的に安定方向に移動している。また、増加させた場合は逆に固有値全体が不安定方向に移動しており、さらに周波数は高くなっている。これはタイヤの劣化等でコーナリングスティフネスが高くなる場合、ウォッブルは起きやすくなるというこれまでの扱いと一致するものであり、本モデルが正しいことを示している。

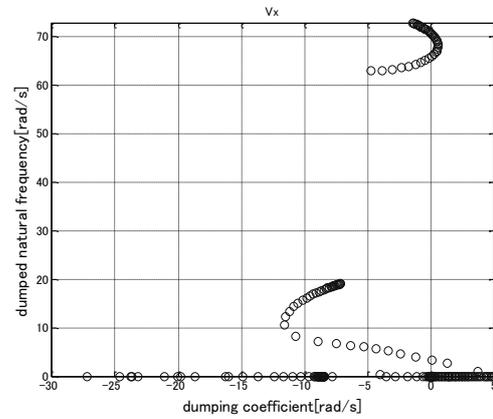


図6 タイヤモデルを考慮した4自由度モデルの固有値

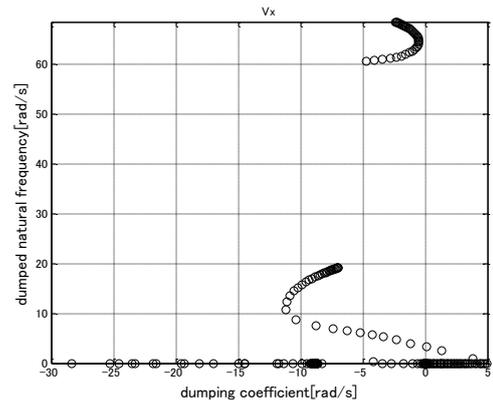


図7 コーナリングスティフネスを減少させた場合

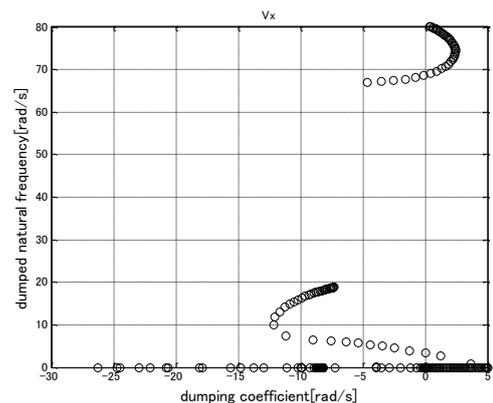


図8 コーナリングスティフネスを増加させた場合

6. 結論

本研究ではタイヤの横剛性およびねじり剛性を考慮したタイヤモデルを二輪車モデルに適用し、その影響について検討を行った。その結果を以下に示す。

(1) タイヤの横剛性およびねじり剛性を考慮したタイヤモデルを構築した。このモデルはタイヤの接地面とホイールとの間にバネ・ダンパを採用し、さらにコーナリングフォースに1次遅れを採用したものである。

(2) 構築したタイヤモデルを二輪車の操舵系に適用した。その結果、ウォップルの固有値は車速が上昇するにつれ不安定方向に移動し、ある車速を境に安定方向に移動する動きを示した。これは実際のウォップル現象と照らし合わせても問題ないと思われ、本モデルが定性的にウォップルを表現できているものと考えられる。

これらの結果は二輪車の理論モデルを構築する際に非常に有効な情報となるばかりではなく、二輪車の設計段階においても同様であると考えられる。今後、後輪にも同様にタイヤモデルを適用させる必要がある。また、各諸元を変化させた場合のパラメータ間にどのような影響があるかについても確認する必要がある。さらに、キャンバ角をもったときのタイヤ特性を計測する必要がある、今後の課題とする。

「参考文献」

(1) R.S.Sharp: The stability and control of motorcycle, Journal of Mechanical Engineering Science. Vol.13 No.5, 1971. . (2) 青木章、ほか: フレーム剛性が二輪車の直進安定性に及ぼす影響の解析. 日本機械学会論文集(C編)64巻 625号 1998.

(3) 景山一郎、向後明彦: 二輪車のハンドル系における人間の要素. 日本機械学会論文集(C編)50巻 458号 1984.

(4) 青木章、ほか: ライダの振動特性が二輪車の直進安定性におよぼす影響の解析. 日本機械学会論文集(C編)65巻 634号 1999

(5) 江本浩二、景山一郎: 二輪車のハンドル系に発生するシミーに関する研究. 日本機械学会論文集(C編)61巻 582号 1995