

AHP 固有ベクトル法の一般化平均に基づく一般化(その 2)

日大生産工(院)

○金成 賢作

日大生産工

篠原 正明

1. はじめに

固有値問題は式(1)のように表わされる。固有値問題の各状態が、時間軸上を連続的に遷移すると考える。つまり t 秒での状態は、1 つ前である $(t-1)$ 秒の状態に依存しているのだ。よって、式(2)のように表わされる。本研究では反復法により固有値を求める。式(2)を変形させると、式(3)のような一般化平均の構造を見出せる。そのため、反復法では算術平均・幾何平均・調和平均等から計算法を自由に選択できるものと推測される。本研究では反復法における計算法の一般化と、固有値の収束過程について、考察を試みる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{x} &= \lambda \mathbf{x} & (1) \\ \mathbf{A}\mathbf{x}(t-1) &= \mathbf{x}(t) & (2) \\ \frac{1}{n} \mathbf{A}' \mathbf{x}(t) &= \lambda \mathbf{x}(t) \\ &\downarrow \\ \text{Generalized Mean} \\ \left\{ \begin{aligned} \left\{ (1/2) \times (a_{11}^p x_1^p + a_{12}^p x_2^p) \right\}^{1/p} &= \lambda x_1 \\ \left\{ (1/2) \times (a_{21}^p x_1^p + a_{22}^p x_2^p) \right\}^{1/p} &= \lambda x_2 \end{aligned} \right. & (3) \end{aligned}$$

Figure1: Iterative Method

2. 算出方法の説明

比較行列は行列 A_1, A_2, A_3, A_4 の 4 種類を用意した。整合性のとれた行列として A_1 、整合性のとれていない行列として A_2, A_3, A_4 を用いた。比較行列 A_2, A_3, A_4 を式(4),(5),(6)として掲載する。なお、本研究は考察を行った比較行列の種類に応じて研究その 1 とその 2 に分かれている。研究その 2 では整合性のとれていない比較行列 A_2, A_3, A_4 を取り上げて考察を行う。反復法で用いる計算法としては一般化平均(式 7 参照)を含めた 7 つの方法を用いることにした(図 2 参照)。

固有値・固有ベクトルの算術平均による算出過程を、図 2 として掲載する。

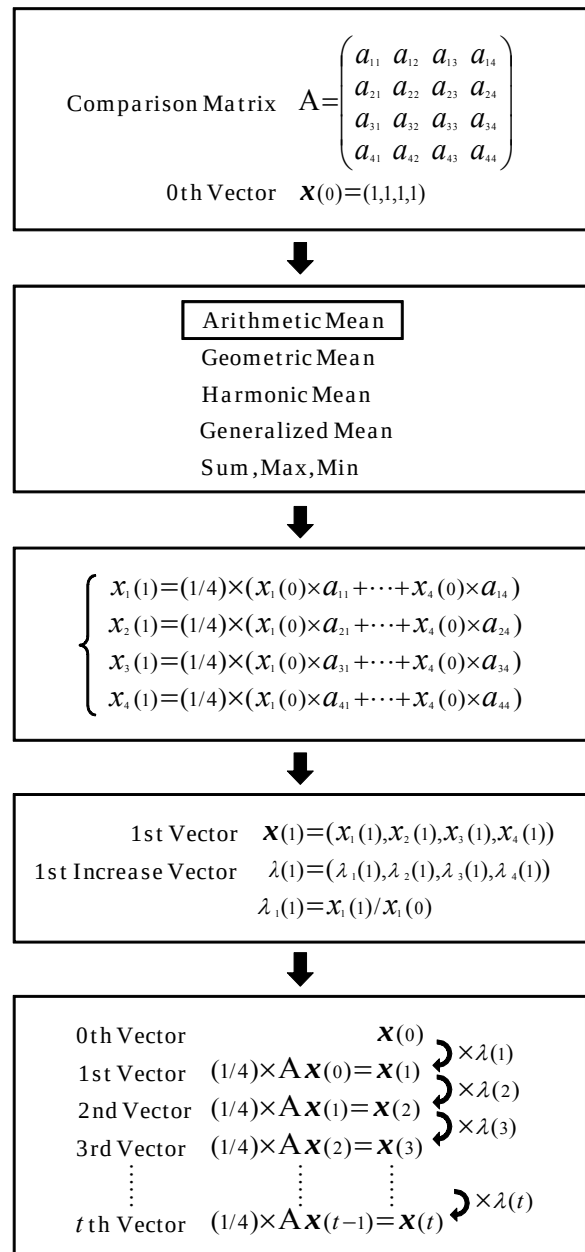


Figure2: Flow Chart

Generalized AHP Eigenvector Method based on Generalized Mean -Part 2-

Kensaku KANARI and Masaaki SHINOHARA

$$\text{Matrix } A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 2 \\ 1/3 & 1 & 3 & 1 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 1/3 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\text{Matrix } A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 4 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 1/3 \\ 1/4 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\text{Matrix } A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 2 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \\ 1/6 & 1/3 & 1 & 2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\text{Generalized Mean: } \sqrt[m]{\frac{x_1^m + x_2^m + \dots + x_n^m}{n}} \quad (7)$$

3. 算出結果の掲載

Table1: Sum

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	12	5.333333	1.833333	5.5	12	5.333333	1.833333	5.5
2	50	20.33333	7.444444	22.33333	4.166667	3.8125	4.060606	4.060606
3	200.33333	81.66667	30	90	4.006667	4.016934	4.0298507	4.0298507
4	805.33333	328.44444	120.61111	361.83333	4.0199667	4.0217687	4.0203704	4.0203704
5	3238	1320.5556	484.92593	1454.7778	4.0206954	4.020636	4.0205742	4.0205742
6	13018.778	5309.4444	1949.7037	5849.1111	4.0206232	4.0206142	4.0206217	4.0206217
7	52343.556	21347.259	7839.0195	23517.056	4.0206198	4.0206201	4.0206204	4.0206204
8	210453.56	85829.222	31517.716	94553.148	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
9	846153.81	345086.7	126720.77	380162.3	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
1	3402063.1	1387462.6	509496.07	1528488.2	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
2	13678404	5578460	2048490.2	6145470.5	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
3	54995666	22428869	8236201	24708603	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
4	221116684	90177963	33114636	99343908	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
5	889026205	362571340	133141374	399424121	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
6	3.574E+09	1.458E+09	535310895	1.600E+09	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
7	1.437E+10	5.861E+09	2.152E+09	6.457E+09	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
8	5.778E+10	2.357E+10	8.654E+09	2.598E+10	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
9	2.323E+11	9.475E+10	3.479E+10	1.044E+11	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
10	9.341E+11	3.809E+11	1.399E+11	4.197E+11	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202
11	3.756E+12	1.532E+12	5.624E+11	1.687E+12	4.0206202	4.0206202	4.0206202	4.0206202

Table2: Arithmetic Mean

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	3	1.333333	0.458333	1.375	3	1.333333	0.458333	1.375
2	3.125	1.270833	0.4652778	1.395833	1.0416667	0.953125	1.0151515	1.0151515
3	3.1302083	1.2760417	0.46875	1.40625	1.0016667	1.0040984	1.0074627	1.0074627
4	3.1458333	1.2829861	0.4711372	1.4134115	1.0049917	1.0054422	1.0050926	1.0050926
5	3.1621094	1.289605	0.4735605	1.4206814	1.0051738	1.005159	1.0051436	1.0051436
6	3.1784125	1.2962511	0.4760019	1.4280056	1.0051558	1.0051536	1.0051554	1.0051554
7	3.1947971	1.3029333	0.4784557	1.4353672	1.0051549	1.005155	1.0051551	1.0051551
8	3.2112664	1.30965	0.4809222	1.4427685	1.005155	1.0051551	1.005155	1.005155
9	3.2278206	1.3164013	0.4834014	1.4502041	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
10	3.2444602	1.3231874	0.4858933	1.4576799	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
11	3.2611856	1.3300085	0.4883981	1.4651944	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
12	3.2779971	1.3368648	0.4909158	1.4727475	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
13	3.2948954	1.3437564	0.4934465	1.4803396	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
14	3.3118807	1.3506835	0.4959903	1.4879708	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
15	3.3289536	1.3576463	0.4985471	1.4956414	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
16	3.3461145	1.3646451	0.5011172	1.5033515	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
17	3.3633639	1.3716799	0.5037004	1.5111013	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
18	3.3807022	1.3787509	0.506297	1.5188911	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
19	3.3981299	1.3858585	0.508907	1.5267211	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
20	3.4156474	1.3930026	0.5115305	1.5345914	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155

Table3: Geometric Mean

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	2.4494897	1	0.368894	1.1066819
2	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
3	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
4	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
5	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
6	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
7	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
8	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
9	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
10	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
11	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
12	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
13	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
14	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
15	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
16	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
17	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
18	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
19	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1
20	2.4494897	1	0.368894	1.1066819	1	1	1	1

Table4: Harmonic Mean

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	2	0.75	0.3076923	0.9230769	2	0.75	0.3076923	0.9230769
2	1.9726027	0.8	0.2962963	0.8888889	0.9863014	1.0666667	0.962963	0.962963
3	1.9525424	0.7968905	0.2953846	0.8861538	0.9898305	0.9959506	0.9969231	0.9969231
4	1.9426644	0.7922971	0.293915	0.8817451	0.994941	0.994979	0.9950249	0.9950249
5	1.9327508	0.7882313	0.2924043	0.877213	0.9948969	0.9948683	0.9948601	0.9948601
6	1.9228375	0.7841903	0.2909045	0.8727135	0.9948709	0.9948733	0.9948707	0.9948707
7	1.9129758	0.7801685	0.2894126	0.8682377	0.9948713	0.9948714	0.9948715	0.9948715
8	1.9031649	0.7761673	0.2879283	0.8637849	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
9	1.8934043	0.7721866	0.2864516	0.8593549	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
10	1.8836938	0.7682264	0.2849825	0.8549476	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
11	1.874033	0.7642864	0.283521	0.8505629	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
12	1.8644219	0.7603667	0.2820669	0.8462007	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
13	1.85486	0.7564671	0.2806203	0.8418609	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
14	1.8453471	0.7525875	0.2791811	0.8375433	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
15	1.8358831	0.7487277	0.2777493	0.8332479	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
16	1.8264675	0.7448878	0.2763248	0.8289744	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
17	1.8171003	0.7410676	0.2749077	0.824723	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
18	1.8077811	0.7372669	0.2734978	0.8204933	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
19	1.7985097	0.7334858	0.2720951	0.8162853	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714
20	1.7892858	0.729724	0.2706996	0.8120989	0.9948714	0.9948714	0.9948714	0.9948714

Table5: Generalized Mean

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	3	1.333333	0.458333	1.375	3	1.333333	0.458333	1.375
2	3.125	1.270833	0.4652778	1.395833	1.0416667	0.953125	1.0151515	1.0151515
3	3.1302083	1.2760417	0.46875	1.40625	1.0016667	1.0040984	1.0074627	1.0074627
4	3.1458333	1.2829861	0.4711372	1.4134115	1.0049917	1.0054422	1.0050926	1.0050926
5	3.1621094	1.289605	0.4735605	1.4206814	1.0051738	1.005159	1.0051436	1.0051436
6	3.1784125	1.2962511	0.4760019	1.4280056	1.0051558	1.0051536	1.0051554	1.0051554
7	3.1947971	1.3029333	0.4784557	1.4353672	1.0051549	1.005155	1.0051551	1.0051551
8	3.2112664	1.30965	0.4809222	1.4427685	1.005155	1.0051551	1.005155	1.005155
9	3.2278206	1.3164013	0.4834014	1.4502041	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
10	3.2444602	1.3231874	0.4858933	1.4576799	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
11	3.2611856	1.3300085	0.4883981	1.4651944	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
12	3.2779971	1.3368648	0.4909158	1.4727475	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
13	3.2948954	1.3437564	0.4934465	1.4803396	1.005155	1.005155	1.005155	1.005155
14	3.3118807	1.3506835	0.4959903	1.4879708	1.005155	1.005155	1.005155	1.0051

Table6: Max

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	6	3	1	3	6	3	1	3
2	9	3	1	3	1.5	1	1	1
3	9	3	1.5	4.5	1	1	1.5	1.5
4	9	4.5	1.5	4.5	1	1.5	1	1
5	13.5	4.5	1.5	4.5	1.5	1	1	1
6	13.5	4.5	2.25	6.75	1	1	1.5	1.5
7	13.5	6.75	2.25	6.75	1	1.5	1	1
8	20.25	6.75	2.25	6.75	1.5	1	1	1
9	20.25	6.75	3.375	10.125	1	1	1.5	1.5
10	20.25	10.125	3.375	10.125	1	1.5	1	1
11	30.375	10.125	3.375	10.125	1.5	1	1	1
12	30.375	10.125	5.0625	15.1875	1	1	1.5	1.5
13	30.375	15.1875	5.0625	15.1875	1	1.5	1	1
14	45.5625	15.1875	5.0625	15.1875	1.5	1	1	1
15	45.5625	15.1875	7.59375	22.78125	1	1	1.5	1.5
16	45.5625	22.78125	7.59375	22.78125	1	1.5	1	1
17	68.34375	22.78125	7.59375	22.78125	1.5	1	1	1
18	68.34375	22.78125	11.390625	34.171875	1	1	1.5	1.5
19	68.34375	34.171875	11.390625	34.171875	1	1.5	1	1
20	102.51563	34.171875	11.390625	34.171875	1.5	1	1	1

Table7: Min

n	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0	1	1	1	1	—	—	—	—
1	1	0.333333	0.166667	0.5	1	0.333333	0.166667	0.5
2	1	0.333333	0.111111	0.333333	1	1	0.666667	0.666667
3	0.666667	0.333333	0.111111	0.333333	0.666667	1	1	1
4	0.666667	0.222222	0.111111	0.333333	1	0.666667	1	1
5	0.666667	0.222222	0.074074	0.222222	1	1	0.666667	0.666667
6	0.444444	0.222222	0.074074	0.222222	0.666667	1	1	1
7	0.444444	0.148148	0.074074	0.222222	1	0.666667	1	1
8	0.444444	0.148148	0.0493827	0.148148	1	1	0.666667	0.666667
9	0.296296	0.148148	0.0493827	0.148148	0.666667	1	1	1
10	0.296296	0.0987654	0.0493827	0.148148	1	0.666667	1	1
11	0.296296	0.0987654	0.0329218	0.0987654	1	1	0.666667	0.666667
12	0.1975309	0.0987654	0.0329218	0.0987654	0.666667	1	1	1
13	0.1975309	0.0658436	0.0329218	0.0987654	1	0.666667	1	1
14	0.1975309	0.0658436	0.0219479	0.0658436	1	1	0.666667	0.666667
15	0.1316872	0.0658436	0.0219479	0.0658436	0.666667	1	1	1
16	0.1316872	0.0438957	0.0219479	0.0658436	1	0.666667	1	1
17	0.1316872	0.0438957	0.0146319	0.0438957	1	1	0.666667	0.666667
18	0.0877915	0.0438957	0.0146319	0.0438957	0.666667	1	1	1
19	0.0877915	0.0292638	0.0146319	0.0438957	1	0.666667	1	1
20	0.0877915	0.0292638	0.0097546	0.0292638	1	1	0.666667	0.666667

4. 考察

第3節の結果を交え比較行列 A_2, A_3, A_4 (整合性なし)を用いた場合の、計算方法の選択と固有値の収束過程について考察する。固有値と収束までの反復回数を、表8に整理した。幾何平均を選択した場合は使用した行列に関わらず反復回数が2、固有値が1となった。これは、比較行列 A_1 (整合性あり)を用いた時と同様の結果である。

最大値・最小値を選択した場合は、反復回数・固有値等の結果自体が得られなかった。行列 A_1 (整合性あり)を用いた時には問題なく結果が得られていただけに、意外だった。整合性の有無に対して非常に敏感な反応を示したと言える。

それ以外の計算法ではある程度の違いはあるものの全体として反復回数が5回以上11回以下、固有値が3.60以上4.44以下となった。行列 A_1 (整合性あり)を用いた時と比べて、収束に要する反復回数が増加してしまい、固有値も正確には4に収束しなかった。

行列 A_4 (整合性なし)を用いた時の最大値・最小値による比率ベクトルを、表9として掲載した。最大値の場合では比率ベクトルが $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ と周期的に変化していることが分かる。よって、反復回数を何回経たとしても値が収束することはない。最小値の場合も値が $1 \rightarrow 0.166667 \rightarrow 1$ と周期的に変化している。なお、最大値・最小値どちらの場合も周期数3と考えることができる。

Table8: Result

	Sum	Arithmetic	Geometric	Harmonic	Generalized	Max	Min
Turn	λ	6	6	2	5	6	#N/A
	λ	8	7	2	6	7	#N/A
	λ	11	10	2	11	10	#N/A
Igenvalu	λ	4.020623156	1.005155789	1	0.994896889	1.005155789	#N/A
	λ	4.060646702	1.015159062	1	0.985056232	1.015159062	#N/A
	λ	4.425492146	1.106362527	1	0.90385164	1.106362527	#N/A

Table9: Periodicity

Time	Max				Min			
	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
(0)	—	—	—	—	—	—	—	—
(1)	6	3	2	1	1	0.5	0.166667	0.5
(2)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667
(3)	1	1	3	2	0.166667	0.166667	1	1
(4)	3	3	2	1	1	1	0.166667	1
(5)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667
(6)	1	1	3	2	0.166667	0.166667	1	1
(7)	3	3	2	1	1	1	0.166667	1
(8)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667
(9)	1	1	3	2	0.166667	0.166667	1	1
(10)	3	3	2	1	1	1	0.166667	1
(11)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667
(12)	1	1	3	2	0.166667	0.166667	1	1
(13)	3	3	2	1	1	1	0.166667	1
(14)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667
(15)	1	1	3	2	0.166667	0.166667	1	1
(16)	3	3	2	1	1	1	0.166667	1
(17)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667
(18)	1	1	3	2	0.166667	0.166667	1	1
(19)	3	3	2	1	1	1	0.166667	1
(20)	2	2	1	3	1	1	1	0.166667

固有ベクトルを表10として掲載し、全要素和が1になるよう正規化したものを表11として掲載した。研究その1で述べたように、比較行列 A_1 (整合性あり)の場合、正規化後の固有ベクトルは計算法に関わらず同値となった。しかし、行列 A_2, A_3, A_4 (整合性なし)の場合では、計算法により多少の違いが確認できた。

固有ベクトル(行列A₁)と固有ベクトル(行列A₂,A₃,A₄)が距離としてどれだけ離れているかを調べ、整合性の有無と固有ベクトルの変化度合について検証した。距離は百分率(%)に変換した後、表 12 として掲載した。行列A₂,A₃の場合は調和平均、行列A₄の場合は幾何平均が変化度合を最も低く抑えられていた。それに対して合計と算術平均は、他の計算法に比べ変化度合が高かった。なお、比較行列ごとの変化度合については、行列A₂,A₃,A₄の順に上昇していることが分かった。

Table10: Eigenvector

		Sum	Arithmetic	Geometric	Harmonic	eneralize	Max	Min
A ₂	X ₁	13016.77778	3.178412543	2.449498743	1.932750786	3.178412543	#N/A	#N/A
	X ₂	5309.444444	1.296251085	1	0.788231269	1.296251085	#N/A	#N/A
	X ₃	1949.703704	0.476001881	0.368893973	0.29240434	0.476001881	#N/A	#N/A
	X ₄	5849.111111	1.428005642	1.10668192	0.877213021	1.428005642	#N/A	#N/A
A ₃	X ₁	248272	3.731750488	2.632148026	1.89308273	3.731750488	#N/A	#N/A
	X ₂	102626.75	1.542572021	1.10668192	0.805559198	1.542572021	#N/A	#N/A
	X ₃	34208.91667	0.514190674	0.368893973	0.268519733	0.514190674	#N/A	#N/A
	X ₄	87341.5	1.312820435	0.930604859	0.665980164	1.312820435	#N/A	#N/A
A ₄	X ₁	30857490.26	6.649654989	2.213363839	0.672687971	6.649654989	#N/A	#N/A
	X ₂	15428745.13	3.324827494	1.10668192	0.336343985	3.324827494	#N/A	#N/A
	X ₃	9031961.895	1.946337506	0.577350269	0.167500675	1.946337506	#N/A	#N/A
	X ₄	10326538.14	2.225330459	0.707106781	0.191519512	2.225330459	#N/A	#N/A

Table11: Normalization

		Sum	Arithmetic	Geometric	Harmonic	eneralize	Max	Min
A ₂	X ₁	0.498287569	0.498287569	0.497351695	0.496774553	0.498287569	#N/A	#N/A
	X ₂	0.203216478	0.203216478	0.203042979	0.202598927	0.203216478	#N/A	#N/A
	X ₃	0.074623988	0.074623988	0.074901331	0.07515663	0.074623988	#N/A	#N/A
	X ₄	0.223871965	0.223871965	0.224703994	0.22546989	0.223871965	#N/A	#N/A
A ₃	X ₁	0.525499922	0.525499954	0.522424824	0.521059409	0.525499954	#N/A	#N/A
	X ₂	0.217222841	0.217222863	0.219652581	0.221725228	0.217222863	#N/A	#N/A
	X ₃	0.072407614	0.072407621	0.073217527	0.073908409	0.072407621	#N/A	#N/A
	X ₄	0.184869624	0.184869562	0.184705068	0.183306955	0.184869562	#N/A	#N/A
A ₄	X ₁	0.470068012	0.470068165	0.480695513	0.491708996	0.470068165	#N/A	#N/A
	X ₂	0.235034006	0.235034083	0.240347756	0.245854498	0.235034083	#N/A	#N/A
	X ₃	0.137588519	0.137587785	0.125388189	0.12244312	0.137587785	#N/A	#N/A
	X ₄	0.157309464	0.157309967	0.153568542	0.139993386	0.157309967	#N/A	#N/A

Table12: Error

onsistency Inde	Matrix	Sum	Arithmetic	Geometric	Harmonic	eneralize	Average
Inconsist	A ₂	8.151564879	8.151564879	8.017968789	7.968271174	8.151564879	8.0881961
Inconsist	A ₃	14.02525928	14.02526935	13.53994808	13.44878175	14.02526935	3.8129051
Inconsist	A ₄	16.78375904	16.78361292	16.4135015	18.75718606	16.78361292	7.1043341

一般化平均の変数 m に-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5を代入した場合について考える。収束するまでの反復回数を表 13、固有値を表 14 として掲載した。なお、表 14 に関しては変数 m が負数の時、固有値の逆数を、変数 m が正数 (0 以上)の時、固有値を記載した。

表 13 に注目すると、反復回数は変数 m の絶対値が上昇するに連れて増加していることが分かる。中でも、行列毎の変化度合(表 12 参照)が最も高かった行列A₄に関しては $m=5$ での反復回数が 196 回にもなった。

よって、変数 m の絶対値が上昇すると、固有値が収束しづらくなることが分かった。行列A₄を用いた場合の変数 m と反復回数の関係をグラフ 1 として掲載した。

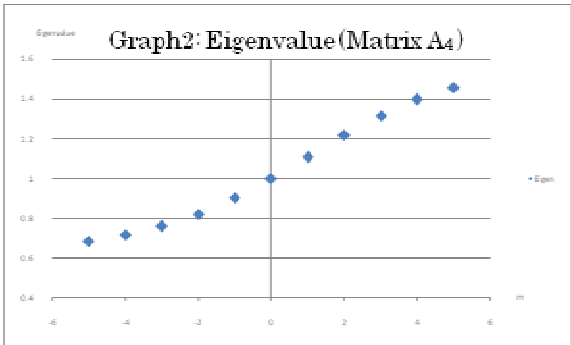
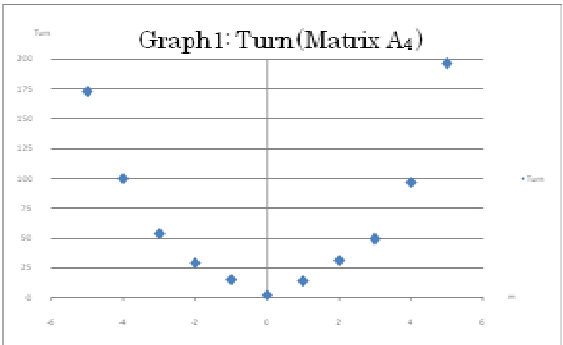
表 14 に注目すると変数 $m=i$ の場合と、変数 $m=-i$ の場合の固有値が、ほぼ一致していることが分かる。変数 m が負数の場合は固有値が 1 以下となり、変数 m が正数の場合は固有値が 1 以上となった。行列A₄を用いた場合の変数 m と固有値の関係をグラフ 2 として掲載した。

Table13: Turn

m	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
A ₂	15	13	11	10	7	2	7	9	11	14	16
A ₃	26	21	17	12	9	2	8	14	15	22	25
A ₄	173	100	54	29	15	2	14	31	49	97	196

Table14: Reciprocal

Eigenvalue (Reciprocal)						Eigenvalue					
η	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
λ_1	1.02621	1.02092	1.01562	1.01036	1.00516	1	1.00515	1.01036	1.01562	1.02092	1.02621
λ_2	1.07681	1.06194	1.04641	1.03068	1.01516	1	1.01516	1.03068	1.04641	1.06194	1.07681
λ_3	1.45813	1.39621	1.31676	1.21791	1.10637	1	1.10637	1.21791	1.31676	1.39621	1.45813



参考文献

- [1] 木下栄蔵, AHP の理論と実際, 日科技連 (2000)
- [2] 三宅千香子, AHP ウェイト推定法のシミュレーション研究, 日本大学 生産工学研究科 数事情報工学専攻 平成 12 年度 博士前期課程修士論文 (2001.3)