

活動(,)DMU 付加に対する凸包モデル定理の数値計算による検証

日大生産工(院) ○藤沢 雅之 日大生産工 大澤 慶吉
日大生産工 篠原 正明

1.はじめに

本論文は、[2]の研究で証明した定理を数値実験で成立することを検証する。[3]で IRS モデルに関する数値実験をしたが、既存活動のデータ集合(X,Y)に(0,0)を付加した場合は DRS モデルになるという検証はできたのだが、n+1 番目の活動に(,)を付加した場合の数値表現が必ずしも IRS モデルにならず、検証可能なケースと不可能なケースが存在した。(しかしながらこの活動(,)を付加するというのは理論的には正しいと思われるのだが、 の取り扱いが難しいため)。

今回の論文では、活動(,)付加における IRS モデルの適切な数値表現を検討する。

2.前研究[3]での IRS モデルへの変換法

既存の活動データ集合(X,Y)の n+1 番目に以下の活動を追加したデータ集合を考える。

n+1 番目の活動入力データ

$$\sum x_i \lambda_i + (\sum kx_i) \lambda_{n+1} = \sum x_i (\lambda_i + k\lambda_{n+1}) \dots(1)$$

n+1 番目の活動出力データ

$$\sum y_i \lambda_i + (\sum ky_i) \lambda_{n+1} = \sum y_i (\lambda_i + k\lambda_{n+1}) \dots(2)$$

(検証 2.1)定理どおりの検証

表 1 : 既存活動のデータ集合(X,Y) [左]

新データ集合(X',Y') [右]

DMU	(I)入力	(O)出力	DMU	(I)入力	(O)出力
A	2	1	A	2	1
B	3	3	B	3	3
C	3	2	C	3	2
D	4	3	D	4	3
E	5	4	E	5	4
F	5	2	F	5	2
G	6	3	G	6	3
H	8	5	H	8	5
			BB	36000	23000

既存活動のデータ集合にn+1番目の活動(無限遠点相当)として、DMU BBを追加したものが表1である。

表 2 : 新データ集合の BCC モデルでの効率値[左]

新データ集合の IRS モデルでの効率値 [右]

No.	DMU	Score	DMU No.	DMU Name	Input-Oriented NDRS Efficiency
1	A	1	1	A	1.00000
2	B	1	2	B	1.00000
3	C	0.833333	3	C	0.83333
4	D	0.75	4	D	0.75000
5	E	0.913058	5	E	0.80000
6	F	0.5	6	F	0.50000
7	G	0.5	7	G	0.50000
8	H	0.766323	8	H	0.62500
9	BB	1			

表 2[左]と表 2[右]の効率値を比べると、全ての DMU の値は同値ではなく、DMU E,H に大きな誤差が出た。従って、この場合については[2]の[定理 3.2]「既存活動のデータ集合(X,Y)に n+1 番目の活動(,)を追加した新データ集合(X',Y')に対する基本 BCC モデルの PPS は IRS モデルの PPS に一致する」は数値的には成立をしない。

3.本研究で IRS モデルの活動を求める式

2 章での活動を求める式を検証し全データを k 倍し、既存のデータ集合に加えて、再度検証する。

n+j 番目の活動入力データ $kx_j \dots(3)$

n+j 番目の活動出力データ $ky_j \dots(4)$

(ただし、j=1...n とする。)

(検証 3.1)新しい付加方法での検証

表 3 : 既存活動のデータ集合(X,Y) [左]

新データ集合(X',Y') [右]

DMU	(I)入力	(O)出力	DMU	(I)入力	(O)出力
A	2	1	A	2	1
B	3	3	B	3	3
C	3	2	C	3	2
D	4	3	D	4	3
E	5	4	E	5	4
F	5	2	F	5	2
G	6	3	G	6	3
H	8	5	H	8	5
			I	10	5
			J	15	15
			K	15	10
			L	20	20
			M	25	10
			N	25	15
			O	30	15
			P	40	25

Numerical Validation of the Convex Envelopment Model Theorem for the Addition of (,)DMUs

Masayuki FUJISAWA , Keikichi OSAWA and Masaaki SHINOHARA

既存活動のデータ集合に、既存のデータ集合の5倍したデータ集合を追加したものが表3である。

表4：新データ集合のBCCモデルでの効率値[左]

新データ集合のIRSモデルでの効率値[右]

No.	DMU	Score	DMU No.	DMU Name	Efficiency
1	A	1	1	A	1.00000
2	B	1	2	B	1.00000
3	C	0.833333	3	C	0.83333
4	D	0.75	4	D	0.75000
5	E	0.741176	5	E	0.80000
6	F	0.5	6	F	0.50000
7	G	0.5	7	G	0.50000
8	H	0.551471	8	H	0.62500
9	I	0.441176			
10	J	0.764706			
11	K	0.529412			
12	L	0.573529			
13	M	1			
14	N	0.529412			
15	O	0.382353			
16	P	1			

表4[左]と表4[右]の効率値を比べると、すべての効率値が同値ではないが、2章で行った結果よりも値が近づいてきているのがわかる。

次に、5倍の倍の10倍をして再度計算を行った。

(検証3.2)既存活動のデータ集合に、既存活動のデータ集合を10倍したデータ集合を追加した時の検証

表5：既存活動のデータ集合(X,Y) [左]

新データ集合(X',Y') [右]

DMU	(I)入力	(O)出力	DMU	(I)入力	(O)出力
A	2	1	A	2	1
B	3	3	B	3	3
C	3	2	C	3	2
D	4	3	D	4	3
E	5	4	E	5	4
F	5	2	F	5	2
G	6	3	G	6	3
H	8	5	H	8	5
I			I	2.0	1.0
J			J	3.0	3.0
K			K	3.0	2.0
L			L	4.0	3.0
M			M	5.0	4.0
N			N	6.0	2.0
O			O	6.0	3.0
P			P	8.0	5.0

既存活動のデータ集合に、既存活動のデータ集合を10倍したデータ集合を追加したものが表5である。

表6：新データ集合のBCCモデルでの効率値[左]

新データ集合のIRSモデルでの効率値 [右]

No.	DMU	Score	DMU No.	DMU Name	Efficiency
1	A	1	1	A	1.00000
2	B	1	2	B	1.00000
3	C	0.833333	3	C	0.83333
4	D	0.75	4	D	0.75000
5	E	0.8	5	E	0.80000
6	F	0.5	6	F	0.50000
7	G	0.5	7	G	0.50000
8	H	0.625	8	H	0.62500
9	I	0.5			
10	J	1			
11	K	0.666667			
12	L	0.75			
13	M	1			
14	N	0.4			
15	O	0.5			
16	P	1			

表6[左]と表6[右]の効率値を比べると、A~HのDMUの効率値が一致した。従って、数値実験上検証できた。

ここで、さらに大きな値かけた場合を検証する。

(検証3.3)既存活動のデータ集合に、既存活動のデータ集合を1000倍したものを追加した時の検証

表7：既存活動のデータ集合(X,Y) [左]

新データ集合(X',Y') [右]

DMU	(I)入力	(O)出力	DMU	(I)入力	(O)出力
A	2	1	A	2	1
B	3	3	B	3	3
C	3	2	C	3	2
D	4	3	D	4	3
E	5	4	E	5	4
F	5	2	F	5	2
G	6	3	G	6	3
H	8	5	H	8	5
I			I	2000	1000
J			J	3000	3000
K			K	3000	2000
L			L	4000	3000
M			M	5000	4000
N			N	5000	2000
O			O	6000	3000
P			P	8000	5000

既存活動のデータ集合に、既存活動のデータ集合を1000倍したデータ集合を追加したものが表8である。

表8：新データ集合のBCCモデルでの効率値[左]

新データ集合のIRSモデルでの効率値 [右]

DMU	Score	DMU No.	DMU Name	Efficiency
A	1	1	A	1.00000
B	1	2	B	1.00000
C	0.833333	3	C	0.83333
D	0.75	4	D	0.75000
E	0.8	5	E	0.80000
F	0.5	6	F	0.50000
G	0.625	7	G	0.50000
H	0.5	8	H	0.62500
I	1			
J	1			
K	0.666667			
L	0.75			
M	1			
N	0.4			
O	0.5			
P	1			

表8[左]と表8[右]の効率値を比べると、A~HのDMUの効率値が一致した。(検証3.2)と同様の結果が出た。

4. おわりに

BCCからIRSモデルに変換する場合、無限遠点に近い点を1つ追加するのではなく、n+j番目を活動入力データとした時を kx_j とし、n+j番目を活動出力データとした時を ky_j とする $j=1, \dots, n$ のn個の活動を付加するとIRSモデルへの変形が数値計算上可能となることがわかった。

参考文献

- [1] 刀根薫: 経営効率性の測定と改善 ~ 包絡分析法 DEA による ~、日科技連(1993)
- [2] 吉村彩・大澤慶吉・篠原正明: 凸包モデルの生産可能集合の解釈と一般化、第40回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要 pp83-86(2007,12)
- [3] 吉村彩・大澤慶吉・篠原正明: DMU付加に対する凸包モデル定理の数値計算による検証、第41回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要 pp57-60(2008,12)
- [4] Joe Zhu: Quantitative Model for Performance Evaluation and Benchmarking (2003)