7-48

リスクテイクバブル現象の非線形均衡点モデル

日大生産工　○篠原正明
情報システム研究所　篠原健

1.　はじめに

「皆んなで渡れば恐くない」、「皆んなでリスク分散すれば大もうけ」など多人数でリスクテイクすることにより、成立する行為とそれにともなうリスクテイクバブルとその崩壊メカニズムを、効用関数とリスク関数を用いた非線形均衡点モデルにより解明する。

なお、「リスクテイクバブル」は小幡績氏(文献[1])による造語である。従来のバブルがリターンを再投資することによるバブル(文献[2])であるのに対し、2008 年秋のサブプライムローン証券化にもとづくバブル崩壊は、リスク分散・流通化によるバブルである点に注目している。

2.　多人数参加型投資行動理論の一般論

注目する投資に対して、N 人の参加者が存在する状況を考え、以下の特性量を定義する。

$P=P(N)$　(1) : 参加人数=N の時に投資から得られる総利益
$R=R(N)$　(2) : 参加人数=N の時の投資に付随する総リスク
$p=P(N)/N$　(3) : 参加人数=N の時の 1 人当りの利益
$r=R(N)/N$　(4) : 参加人数=N の時の 1 人当りのリスク
$f(p,r)=0$　(5) : 1 人の参加者に注目して、投資行動に参加するための(p,r)が満足すべき臨界投資曲線

3. 多人数参加型投資行動理論モデルの具体例

2 章で提示した一般論では臨界投資曲線$f(p,r)=0$が抽象的であったが、r が p の線形比例式(6)で与えられる単純なモデルについて議論を展開する。

$$r=kp \tag{6}$$

すなわち、個人リスク r と個人利益 p の間に(6)式が成立する時に、個人は投資行動に参加すると考える。$r>kp$ では参加せず、$r=kp$ が成立してはじめて参加するので臨界投資曲線と呼ぶ。当然、$r<kp$ ならば、参加する。

又、相対的ではあるが、k が大きい個人はリスク選好的であり、k が小さい個人はリスク回避的であると言える。k をリスク／利益係数と呼ぶ。(3),(4)を(6)に代入すると、次式を得る。

$$R(N)=kP(N) \tag{7}$$

モデル例 1：大勢で渡れば怖くない道路横断

車両などが通過している道路を、鹿あるいはカルガモなどの動物(人間も可)が横断する行為を考える。

総利益関数P(N)は、N人の参加者、個々に、道路横断の目的が達成されるので、比例定数P_0の(8)式で表わされる。

$$P(N)=P_0N \tag{8}$$

総リスク関数 R(N)は、図 1 に示す S 字形特性(図 2 に折れ線 S 字形特性)を持つと考える。

図 2 の折れ線 S 字形特性において、区間Ⅰは「リスク認識不足(リスク発展途上)状態」で、リスクがリスクとして認識されていない状況である。道路などで 1 匹の小動物が事故に遭遇するのはこのケースである。なお、参加者 N=0 でも、道路横断によるリスクは存在するので固定分を付加した。

区間Ⅱは「リスク比例(リスク伸び盛り)状態」で、参加人数 N に比例した総リスクが認識される状況である。例えば、3,4 人のグループで横断するならば、全員が事故に遭遇する。

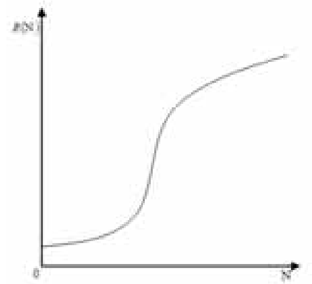

図 1　S 字形の総リスク関数

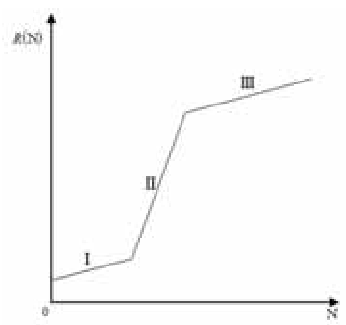

図 2　折れ線 S 字形の総リスク関数

Nonlinear Equilibrium Model for the Risk-Taking Bubble

Masaki SHINOHARA and Ken SHINOHARA

区間Ⅲは「リスク飽和状態」で、参加人数Nが十分大きいと、運転手らが横断行為に気付き、運転を抑制し、事故を回避する状況である。この状況では、総リスクがほぼ一定となり、参加人数Nが増加するほど1人当りのリスク感覚は鈍化する。

モデル例2：全員がカンニングをすればカンニングは無意味？

試験において、一部の学生のみがノート参照を許可されるならば、許可された学生にとっては利益増であるが、全員が許可され、かつ、成績評価において、下位10%不合格などの相対的評価が採用されるという状況下では、もはや利益は増加しない。

特権は一部の人々に許可されるから意味があるので、大勢が特権を許可された状況下では、特権は特権でなくなる。N人のプレイヤ(参加者)が特権を得る行為(例えばカンニング)を行い、それには個々人にリスクが伴う状況を考える。総リスク関数R(N)は、N人の参加者、個々に、特権を得るためのリスクが伴うので、比例定数R_0の(9)式で表わされる。

$$R(\mathrm{N}) = R_0\mathrm{N} \tag{9}$$

総利益関数P(N)は、モデル例1のR(N)と同様の固定分付きS字形特性を想定する。この場合の区間Ⅰ,Ⅱ,Ⅲは以下の通りである。

区間Ⅰ…利益未発達状態あるいは発展途上状態で、極めて少人数(例えば、N=1,2)の特権階級層(例えば、国王とか天皇、王族とか貴族)を想定する。総利益はほぼ一定であり、参加者数Nが増加すると、1人当りの利益p=P(N)/Nは減少する傾向である。

区間Ⅱ…利益比例(利益伸び盛り)状態で、参加人数Nに比例して、総利益も増加する。カンニングに参加する学生があまり多くない場合は、そのリスクに見合った試験点数の向上がカンニング実施者に与えられる。特権としての希少価値が十分認められ、特権を与えられた人が喜んでその特権を享受する状況である。

区間Ⅲ…利益飽和状態で、参加人数Nが増加しても、総利益は、飽和気味である。国民全体(あるいは大勢)に貴族称号が与えられた状況である。

モデル例3：総リスク一定サブプライムローン

あるサブプライムローンあるいはその集合を対象に証券化し、参加人数Nで分割した投資行動を考える。貸し倒れ等による総リスクR(N)は一定と考える。

$$R(\mathrm{N}) = R_{\mathrm{const}} \tag{10}$$

次に、総利益P(N)は、全般的傾向としてNの増加関数と考える。総リスクを(10)式で常に一定と仮定した代わりに、総利益は多人数によるサポートをバックに、おもわく(*speculation*)を反映して、増加傾向にある。しかし、中程度の参加人数の規模範囲では、参加人数による分割による分割損(分割の手間)が発生し、P(N)は局所的ではあるがNの減少関数となる。従って、図3に示すような「増加→減少→増加」の波形関数となる。

N小での増加減では、参加人数が少ないので、分割の手間もわずかであり、分割損は無視できる(ローンをごく少人数で分割補償する状況)。N大での増加域では、ローンが何重にも分割されており、系統的分割方法が確立している(分割の手間はほぼ一定)。Nの中間域では、ローン分割に起因する損失が収益性よりも顕著である。

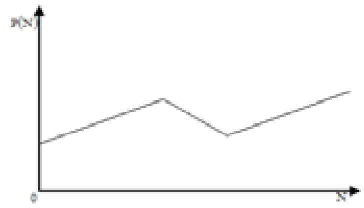

図3 増加→減少→増加･波形(折れ線)の総利益関数

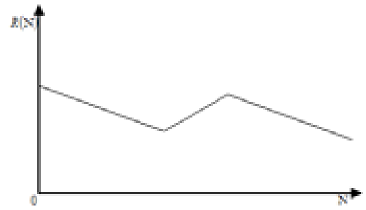

図4 減少→増加→減少･波形(折れ線)の総リスク関数

モデル例4：総利益一定サブプライムローン

モデル例3とは逆に、ローン返済等にもとづく総利益P(N)を一定と考える。

$$\mathrm{P(N)} = \mathrm{P}_{\mathrm{const}} \tag{11}$$

次に、総リスクR(N)は全般的傾向としてNの減少関数と考える。大勢の投資家(参加人数N)のサポートにより、1人当りのリスクが減少するのみならず、ローンの総リスクもNの増加と共に減少傾向にある。

しかし、中程度の参加人数の規模範囲では、局所的ではNの増加関数となる。この理由は、モデル例3と同じく、分割損がこの領域では無視できないからである。従って、図4に示すような「減少→増加→減少」の波形関数となる。

4. 均衡点の計算

道路横断(モデル例1)と総リスク一定サブプライムローン(モデル例3)について、その均衡点を図的に計算することにより、どのような参加人数で(投資)行動をとるかを分析する。

均衡点の計算例1：モデル例1

P(N)=P_0×N…(8)、R(N)として図2の折れ線S字形特性、並び

に適当なリスク／利益係数k_0を仮定すると、均衡点は図 5 に示すように、$Y=k_0 P(N)=k_0 \times P_0 \times N$ (利益直線)と$Y=R(N)$ (リスク曲線)の交点として求まる。想定したリスク／利益係数k_0での利益直線$Y=k_0 P_0 N$とリスク曲線$Y=R(N)$は 3 つの交点a, b, cを持つ。

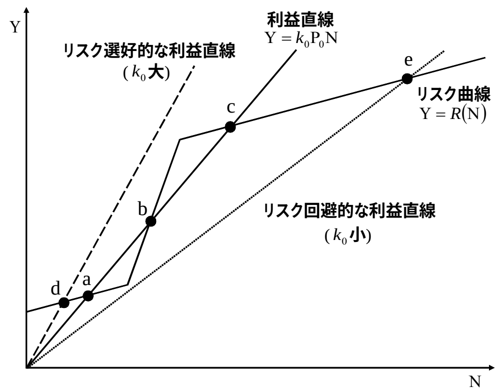

図 5　道路横断・投資行動の均衡点

交点aは少人数での横断行動、交点cは団体行動、交点bは多くも少なくもない中間人数での横断行動であり、いずれの 1 人当りのリスク、事故率、は等しく、$r=k_0 P_0$となる。

交点 a,c は安定な均衡点であるが、交点 b は不安定な均衡点である。この事は、1 人、2 人の少人数、あるいは、集団での道路横断はよく観察されるが、中途半端な人数グループでの道路横断はあまり見ないことに関係する。

交点aの状態において、リスク回避傾向が強まると、k_0が減少し、点線のような利益直線となり、単独行動はもはや存在せず、集団行動(交点e)のみが存在する。

交点 e の状態において、逆に、リスク選好性が強まっても、e から a へは戻らず、ヒステリシス現象を示しながら、交点 d へと不連続変化する。1 度、集団行動をとると、かなりリスク選好的にならないと、単独行動へとは移行しない。

又、交点aにおいてリスク選好性が強まると、k_0が増加し、破線のような利益直線となり、単独行動(交点d)のみが存在し、集団行動の可能性は無くなる。

均衡点の計算例 2：モデル例 3

総リスク一定なので$R(N)=R_{const}$…(10)、総利益関数P(N)としては図 3 の波形関数、ならびに適当なリスク／利益係数k_0を仮定すると、均衡点は図 6 に示すように$Y=P(N)$ (利益曲線)と$Y=R_{const}/k_0$ (リスク一定直線)の交点として求まる。

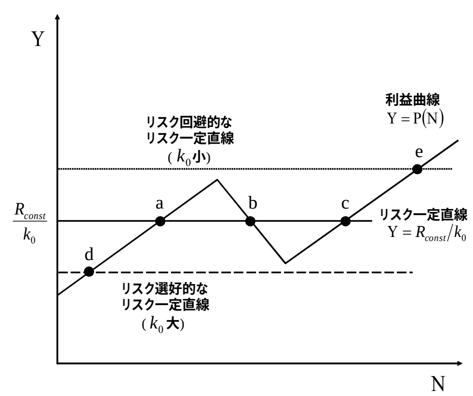

図 6 リスク一定サブプライムローン･投資行動の均衡点

想定したリスク／利益係数k_0での利益曲線$Y=P(N)$とリスク一定直線$Y=R_{const}/k_0$は 3 つの交点a, b, cを持つ。交点aは少人数での投資行動、交点cは集団での投資行動、交点bは中間である。交点a, b, cで総リスクは同じなので、1 人当りのリスクr_a, r_b, r_cならびに 1 人当りの利益p_a, p_b, p_cの間には、次式が成立する。

$$r_a > r_b > r_c \tag{12}$$

$$p_a > p_b > p_c \tag{13}$$

$$N_a < N_b < N_c \tag{14}$$

但し
$$r_i = k_0 p_i \quad (i = a, b, c) \tag{15}$$

交点 a,c は安定、交点 b は不安定である。交点 a は古典的(というか、伝統的)なローン保証の形態であり、交点 c は証券化技術などにより高度に分割・統合をくりかえす金融工学技術にもとづく投資行動の結果である。金融工学技術の登場により、伝統的には単調増加の(あるいは、その後の飽和、性能低下と続く)利益曲線 Y=P(N)が図 3 に示すような「増加→減少→増加」の波形関数となり、N が大きい状態でも図 6 の交点 c のような均衡点が新たに誕生した。

交点 a の状態において、リスク回避傾向が強まると、図 6 の点線のようなリスク一定直線となり、交点は「e」のみとなる。この過程において、不連続的な均衡点の遷移が発生する。その後、交点 e の状態において、リスク回避傾向が弱まり、リスク選好傾向が強まっても、可逆的に交点 a にはすぐには戻らない。十分に、リスク選好傾向が強まり、破線のようなリスク一定直線となった時点で、交点が d へと不連続的に遷移する。

5.　サブプライムローン売り逃げの論理

道路横断(モデル例 1)とサブプライムローン(モデル例 3)において、リスク傾向パラメータであるリスク／利益係数 k を調整することにより、道路横断では団体行動への乗り遅れによる事故遭遇のメカニズム、サブプライムローンでは売り逃

げのメカニズムを解明する。

5.1　集団的道路横断時の事故

図 5 において、集団横断行為は交点c、あるいは交点eに相当する。リスク／利益係数k_0がある程度大きいと、この領域での交点は存在しない。すなわち、集団行動により、リスクが低減された状況なので、高リスクでは集団行動はありえない。

平時においては、リスク／利益係数kは小さい方が好まれるので、自然に交点eの集団行動による道路横断が定常的な行動パタンとなる。この状況で、リスク／利益計数kが増加すると、交点は$e \to c$へと移動し、さらにはdへと不連続遷移する。

不連続遷移の一歩手前までの領域においてしか集団行動が存在しないので、不連続遷移時には、集団形成に失敗した個体が横断中に事故に遭遇する現象が発生すると考えられる。

リスク／利益係数kが増加する原因としては、道路周辺の天候の悪化、視界の悪化、参加者の心理的変化、などが考えられる。

5.2　サブプライムローン証券の売り逃げ

図 6 において、証券化技術(金融工学)の発達により、より小さなリスク／利益係数kで同じ投資利益が得られる交点eのみが存在する状況を考えよう。
サブプライムローンを各種の証券ファンドに組み込み、世界中の証券会社、銀行などに売り込んだ状況である。

ここで、リスク／利益係数kが増加すると、交点は$e \to c$へと移動し、さらにkが増加すると、不連続的に遷移して、交点dに移る。

この不連続的遷移の手前までの領域では、証券化技術にもとづく投資行動が成立していたが、不連続的遷移以降では、存在しえない。すなわち、サブプライムローン証券バブルの崩壊である。

リスク／利益係数kが増加する原因としては、石油価格高騰など経済環境の悪化などが考えられる。経済環境が悪化するならば、より高リスクを覚悟して利益を追求しなければならないからである。

6.　再投資型バブル発生モデルとしての考察

リスクを入力、リターンを出力とし、リターンの一部を「リターン再配分機構」で入力にフィードバックし、「リターンのリスクへの変換機構」により入力に付加するメカニズム(図 7)を考える。

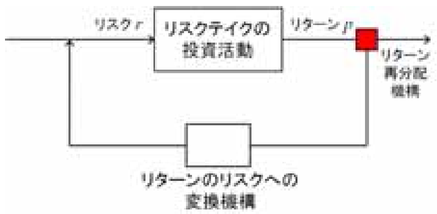

図 7　リスクテイクバブルの再投資型モデル

入力の「リスク」を、投資に付随するリスク、そのリスクを補償する資金、等と解釈すれば、出力の「リターン(収益) 」の一部がフィードバックする再投資型モデルとなる。又、ここでのpとrは 2 章の(3),(4)式と同じと考えられ、3 章では$r = kp$と線形関係を仮定したが、再投資型モデルが何らかの非線形性を示すためには、「リスクテイクの投資行動の入出力関係」、「リターン再配分機構」、「リターンのリスクへの変換機構」のいずれかが非線形性を持つ必要がある。

7.　おわりに

リスクテイク行動として、道路横断とサブプライムローン証券化を例にとり、多人数参加型投資行動モデルを提案した。よく、「民主主義は多数決」「多勢に無勢」等と言われるが、多数派による行動が必ずしも社会全体の為にならない点の非線形均衡点モデルによる説明を試みた。これは、Arrow の背理にも通じる点があるように思える。

2 章、3 章において、利益Pは収益あるいは効用と読んでも大差ない。又、リスク回避、リスク選好などの用語は、例えば、効用関数$u = ax^b$などにおける、リスク中立(b=1),リスク回避($0 \leq b < 1$),リスク選好(b>1)とは異なり、投資行動を行う際に見込まれる利益当りのリスク値をリスク／利益係数として定量化したものである。4 章では、均衡点を図的表示した。適切に定義した利益関数、リスク関数の下では、複数の均衡点が存在する。5 章では、リスクテイクバブル現象のメカニズムの説明を試みた。それ以前でもサブプライムローン証券は物議をかもしていたが、それなりに存在していた。しかし、2008 年夏から秋にかけての石油価格高騰が今回のリスクテイクバブル崩壊の直接の引き金であると推論する(5.2 節)。

提案したリスクテイク型バブル発生メカニズムと再投資型バブル発生メカニズムとの関連性ならびにリスクテイク型バブルの数理モデルの精緻化等は今後の課題である。

参考文献

[1] 小幡績：すべての経済はバブルに通じる、光文社(2008)
[2] 篠原正明：過大投資にともなうキャッシュフローのヒステリシス現象、1994 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会、1-A-1, p5-p6(1994.5)