

応力法による形態解析に関する研究

（その3. ケーブルネット）

日大生産工（院）○竹内 嘉一 日大生産工 川島 晃

日大生産工 花井 重孝

1. はじめに

ケーブルネットのような「軟らかい構造」では荷重・載荷による変位と応力解析に先立ち、張力導入による釣合形状を求める形態解析が必要となる。この解析に、
a) 立体トラスの幾何学的非線形解析を適用したもの
b) ケーブル材の軸ひずみを無視した不安定リンク構造の形態解析、等々が提案されている。a) の解析は、立体トラスと軸剛性を考慮したケーブルネットの幾何学的非線形問題を一貫した解析プログラムで扱える利点がある（文献1））。b) の解析は、（材質を考慮しない）リンク機構の釣合形状を求めることができるので設計初期段階における解析手法として優れている（文献2））。しかしケーブル材の軸ひずみを無視するので材長の指定（メッシュ間隔）と境界との関係および鉛直荷重の比率を設定する必要があるため、釣合形状と張力との関係が不明確である。

本報では変位法³⁾と同様、軸剛性を考慮せず指定張力に応じてケーブルネットの釣合形状が求められる応力法による軟らかい構造としての形態解析を示す。

2. 本形態解析の基本概念

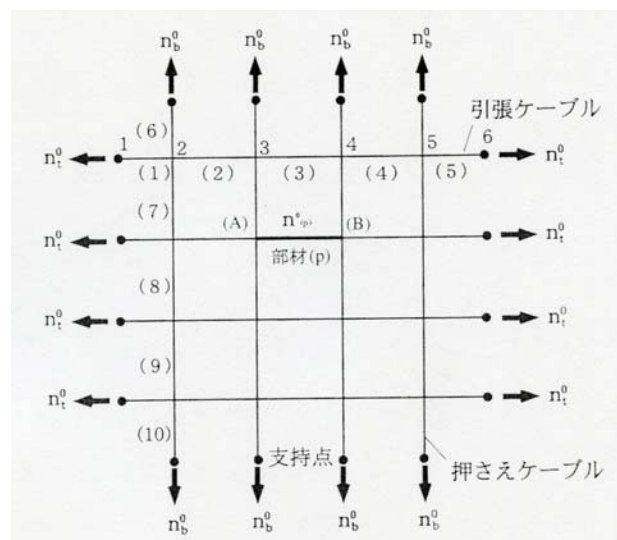
本形態解析は、始めにある初期形状と張力を指定して、その設定に対して力の釣合式を作る。したがって、節点位置を設定し張力を与えたとき、各節点には不釣合力が生じることになる。この不釣合力は、各節点の釣合を満足するために必要な仮想の節点力である。本形態解析の目標は、ある初期状態から出発して仮想の節点力を徐々に解放しながら力の釣合を満足する節点位置を求めることであり、力の釣合式の解き進め方は、増分解析法のアルゴリズムを適用する。

3. 仮定事項

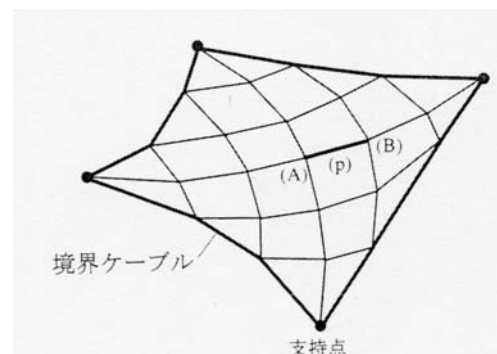
解析における仮定事項および記号の意味を示す。

（1）解析対象は、周辺がアンカーまたは剛なフレームによって支持された固定境界方式と周辺の数点が同様に支持されたケーブル境界方式である。

（2）図1a)に示すように節点1と節点6を結ぶ線分を「ケーブル」と呼ぶ。また、隣接する二つの節点(A),(B)を結ぶ線分を「部材(p)」と呼ぶ。部材(p)



a) 固定境界方式



b) ケーブル境界方式

図1 解析対象

A Study on the Shape Analysis by the stress method

(Part3. Structural Cable Networks)

Yoshikazu TAKEUCHI, Akira KAWASHIMA and Shigetaka HANAI

は張力を与えたとき、常に直線を保持するものとする。

(3) ケーブルと部材の張力の関係については、引張ケーブルと押さえケーブルのそれぞれ全長にわたって一定値（等張力）を与える。**図1**の例では、引張ケーブルの部材（1）～（5）の張力 $\mathbf{n}_{(1)}^0 \sim \mathbf{n}_{(5)}^0$ と押さえケーブルの部材（6）～（10）の張力 $\mathbf{n}_{(6)}^0 \sim \mathbf{n}_{(10)}^0$ は、それぞれ

$$\mathbf{n}_{(1)}^0 = \mathbf{n}_{(2)}^0 = \cdots = \mathbf{n}_{(5)}^0 = \mathbf{n}_t^0 (\equiv \text{const.}) \quad (1-1)$$

$$\mathbf{n}_{(6)}^0 = \mathbf{n}_{(7)}^0 = \cdots = \mathbf{n}_{(10)}^0 = \mathbf{n}_b^0 (\equiv \text{const.}) \quad (1-2)$$

とする。この張力指定により内部ケーブル（引張と押さえケーブル）同士は「すべり許した（すべり交点を仮定した）」ことになる。

(4) 引張ケーブルと押さえケーブルの張力の比率

($\mathbf{n}_t^0 : \mathbf{n}_b^0$) は変えられる。

(5) 本報告では無載荷時の形態解析を扱う。載荷時、例えば固定荷重や積載荷重を考慮する場合は、本解析で得られる自己釣合系の形状を基準形状として、次の3段階を考えている。

i) 想定する荷重の大きさとPS係数を用いて、張力の大きさを指定する。そして想定荷重による基準形状の変動を求める。

ii) 基準形状の変動に応じて張力の大きさを変更する。

iii) 安全率に基づきケーブル材を選定し、立体トラスの幾何学的非線形解析を用いて釣合形状を求める。

3. 無載荷時における形態解析

系全体の釣合式（その2）の式(1)と式(2))を再録する。

$$\mathbf{f} = \mathbf{B}\mathbf{n} \quad (\text{i})$$

$$\Delta \mathbf{f} = \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{n}_3 \quad (\text{ii})$$

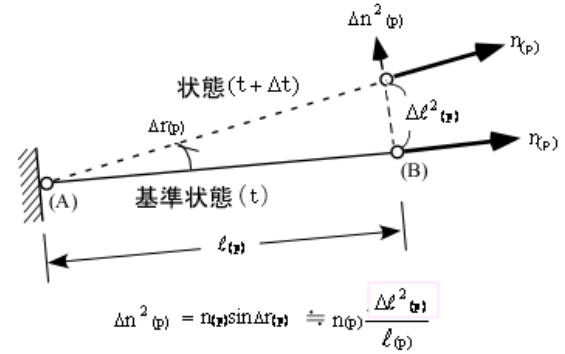
釣合式(式(1))において、仮定事項(3)より軸方向力ベクトル $\mathbf{n}$ は

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}^0 (\equiv \text{const.}) \quad (2)$$

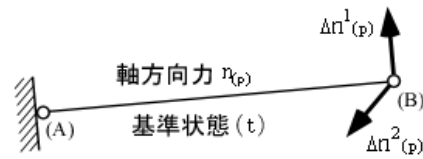
とおくと、

$$\mathbf{B}\mathbf{n}^0 = \mathbf{p} \quad (3)$$

とする。式(3)右辺の $\mathbf{p}$ は次のような意味である。



(a) 軸方向力の方向変化



(b) 二次応力

図2 形態解析における増分力ベクトル $\Delta \mathbf{n}_3$ の未知量

ケーブルネットの初期形状（節点座標）を指定し、張力 $\mathbf{n}^0$ を与えると式(3)の左辺 $\mathbf{B}\mathbf{n}^0$ は零にならないのが普通である。したがって、 $\mathbf{p}$ は張力 $\mathbf{n}^0$ を与えたとき、節点に起こる不釣合力である。この不釣合力を零にするには、

$$\mathbf{p} + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (4)$$

となるように仮定の節点力ベクトル $\mathbf{F}$ を徐々に解放しながら力の釣合を満足する節点位置を求める。この考え方より解析上、 $\mathbf{F}$ に補正係数 α を乗じて、

$$\Delta \mathbf{F} = -\alpha \mathbf{p} \quad (0 < \alpha < 1) \quad (5)$$

とする。係数 α は不釣合力と張力 $\mathbf{n}^0$ の大小関係を考慮して定める。

手順1) 増分釣合式(式(ii))の $\Delta \mathbf{f}$ に $\Delta \mathbf{F}$ を代入して、増分応力ベクトル $\Delta \mathbf{n}_3$ を求める（その2）の第3節）。

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{n}_3 \quad (6)$$

ここに、 $\Delta \mathbf{n}_3$ の未知量は、その1)の基本関係式に示した二次応力 $\Delta n^1(1), \Delta n^2(1), \dots$ である（**図2**）。

手順2) $\Delta \mathbf{n}_3$ を幾何学的関係式（その2）の式(12-2))に代入して増分節点変位ベクトル $\Delta \mathbf{x}$ を求める

手順3) 新たな節点座標 $\mathbf{x}(t+\Delta t)$ による不釣り合力 $\mathbf{p}(t+\Delta t)$ を求め、そのノルム $\|\mathbf{p}(t+\Delta t)\|$ の平均 (Er) が 10^{-3} (釣り合形状) になるまで繰り返し計算を行う。

$\mathbf{x}(t+\Delta t)$ は、

$$\mathbf{x}(t+\Delta t) = \mathbf{x}(t) + \Delta \mathbf{x} \quad (7)$$

で求まる。次に、新たな節点座標による材長と方向余弦を用いて釣り合マトリックス $\mathbf{B}(t+\Delta t)$ を作成する。

$$\mathbf{p}(t+\Delta t) = \mathbf{B}(t+\Delta t)\mathbf{n}^0 \quad (8)$$

$$Er = \frac{\|\mathbf{p}(t+\Delta t)\|}{N} \leq 10^{-3} \quad (N: \text{自由度数}) \quad (9)$$

4. 数値計算例

4.1 固定境界方式

図3は設定した初期形状である。この初期形状の設定については、各ケーブルの形状を放物線で近似し、張力導入による自己釣り合形状にできるだけ近似させるのが普通である。本解析では、繰り返し計算回数 (解の安定性) を把握する目的より、自己釣り合形状にほど遠い初期形状を設定した。引っ張りケーブルと押さえケーブルの張力比は 1 : 1 とした。

本例題の節点数は 117、部材数は 180 である。応力総数は 360、変位の自由度数は 243 である。したがって、応力法の未知数 (不静定次数) は 117 であるから、変位法の自由度 243 に対して約 48 の削減となる。

図4は、釣り合形状である。不釣り合力の補正係数 α (式5) は 0.5 とした。釣り合形状を得るまでの繰り返し計算は応力法、変位法³⁾ともに 16 回であった。**表1**は、応力法と変位法の釣り合形状の節点座標値 (鉛直方向) を比較したものであり、両解析結果ともに良く一致した。

4.2 ケーブル境界方式

ケーブルネットの周辺が 4 点で支持された例題について解析した。前項で示した固定境界方式は、安定構造である。本方式では固定境界方式と同様の解析を行うと、境界ケーブルと内部ケーブルをすべり交点としていたため不安定となる。したがって、境界ケーブル

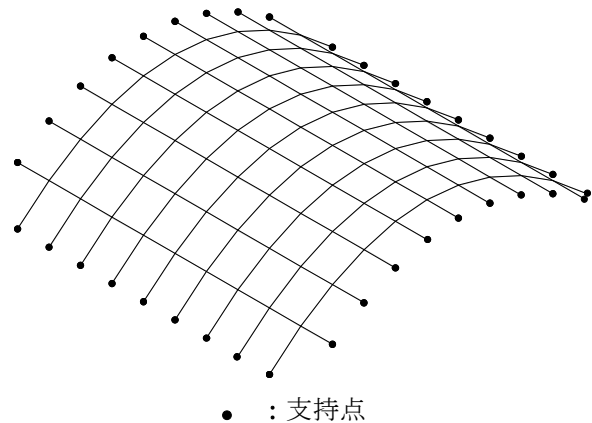


図3 初期形状

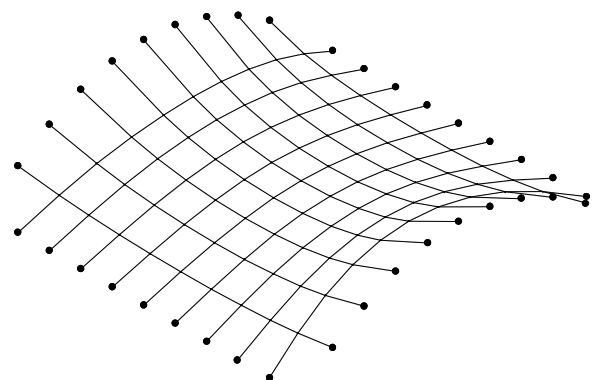


図4 釣り合形状

表1 釣り合形状の節点座標値 (鉛直方向) の比較 (cm)

節 点	応 力 法	変 位 法
2	115.427	115.427
3	202.344	202.344
4	261.130	261.130
5	294.694	294.694
6	305.477	305.477

には不安定剛体トラスの構成式 (伸びを拘束する柔性行列) (その1) の式(27)) を用いる。

図5は設定した初期形状である。釣り合形状を得るまでの繰り返し回数を把握する目的から扁平なケーブルネット (支点間の高低差を極力抑えた) を対象とした。また、釣り合形状にほど遠い初期形状を設定した。解析は、2 軸対称条件を用いた。①~④は支持点である。境界ケーブルと内部ケーブルの張力比は 10 : 1 とした。本例題の節点数は 49、部材数は 90 である。応

力総数は 192、変位の自由度数は 126 である。したがって、不静定次数は 66 であるから、変位法の自由度数 126 に対して約 52 の削減となる。

図6は、釣合系形状である。不釣合力の補正係数 α （式5）は 0.5 とした。この釣合形状を得るまでの繰り返し計算は 18 回であった。

5. あとがき

- 1) 張力を一定とする自己釣合系のケーブルネットの形態解析を示した。
- 2) 本形態解析は材料の物性を考慮しないので、「すべり交点」と「クランプ」の扱いが可能となる。

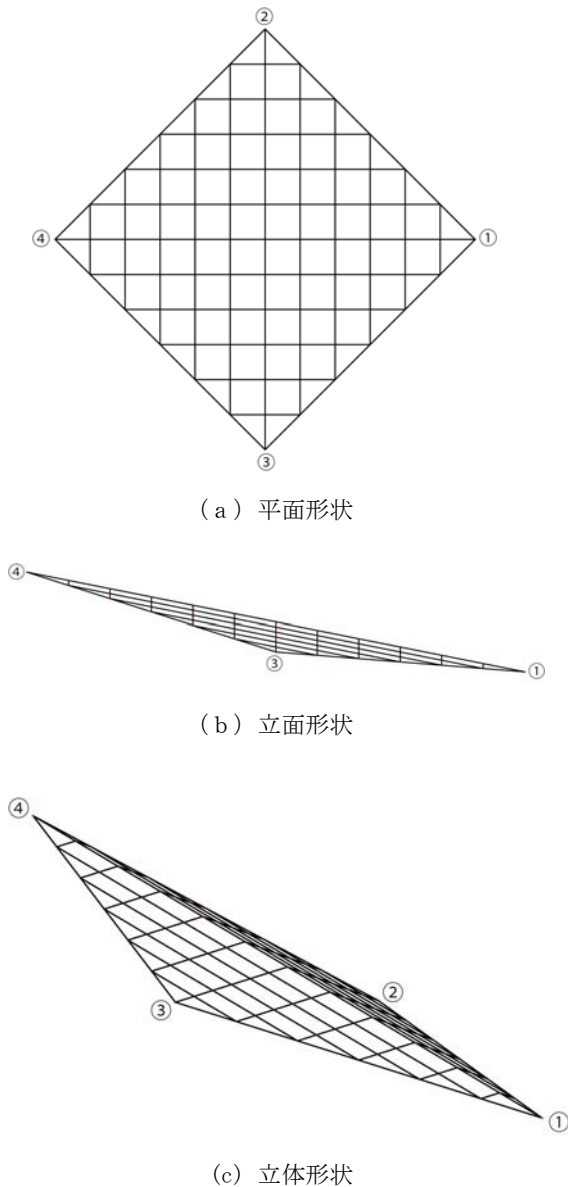


図5 初期形状

3) 応力法の未知数（不静定次数）は、変位法の自由度数に対して約 50%削減される。

4) 釣合形状にほど遠い初期形状を設定した固定境界方式と支点間高低差を極力抑えたケーブル境界方式の解析を行い、解の安定性が良好であることを示した。

参考文献

- 1) Argyris, J.H., Scharpf, W. (1972) Large deflection analysis of prestressed networks, ASCE, Vol.98(ST3), pp. 633-654
- 2) 半谷裕彦, 川口健一: 不安定トラス構造の形状決定解析 日本建築学会構造系論文報告集, NO. 381, pp. 56-60, 1987. 11
- 3) 川島 晃, 花井重孝, 石丸麟太郎, 田中尚: 張力を一定としたケーブルネット構造の形状決定解析, 日本建築学会構造系論文集, NO. 524, pp. 95-101, 1999. 10

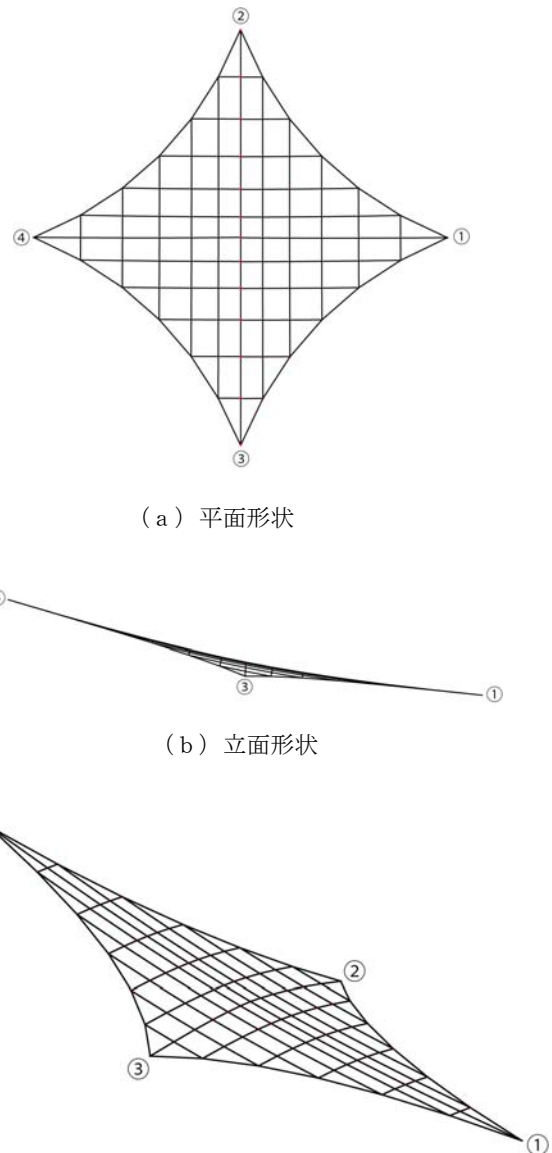


図6 釣合系形状