容器構造の非線形振動応答解析手法に関する研究

日大生産工(院)　○高橋　亜佑美　　日大生産工(院)　飯田　和幸
日大生産工　　柴田　耕一

1. 序論

国内外で頻発する大地震の被害は、深刻かつ甚大なものである。中でも国内で消費される穀物、石炭燃料の貯蔵に利用されているサイロ容器は、地震の被害をうけやすい。そのため、サイロ容器の振動特性を知る研究は重要であり、サイロ容器への損傷を防ぐための研究も必要とされる。本論では、地震によるサイロ容器への被害を最小限に抑えるための手段として、免震システムをサイロ容器へ取り入れた研究を行った。免震システムには、積層ゴムを用いた弾性系、鋼球やローラー等による転がり系、テフロン等の摩擦材を使用したすべり系がある。本研究は、サイロ容器への座屈等の損傷を抑えるためにローコスト、ローメンテナンス性に優れているすべり摩擦型免震を取り入れた研究を行った。

最初に、サイロ容器の非線形振動解析の手法としてべき関数型等価線形系解析手法の妥当性を検証した。そして、サイロ容器にすべり摩擦型免震を加え 2 自由度系のモデルとして、べき関数型等価線形系解析手法を用いた応答解析を行った。

2. 解析手法

2.1 べき関数型等価線形系解析手法（PFT-ELS 法）

ここではサイロ容器に対する解析手法について述べる。強制外力(加速度 $\ddot{y}$)が作用する場合の 1 自由度系の運動方程式は質点の質量を m 、変位を x 、復元力を $f(x,\dot{x})$ とすると次式で表される。

$$m\ddot{x} + f(x,\dot{x}) = -m\ddot{y} \tag{1}$$

ここで質量 m は 1 自由度系に有効換算した質量であり、3.806[kg]とする。(1)式を無次元化すると次式となる。

$$\frac{d^2X}{d\tau^2} + F(X,\dot{X}) = -\frac{d^2Y}{d\tau^2} \tag{2}$$

$$\left(\begin{array}{l} X = x/x_s, X_0 = x_0/x_s, \omega_s{}^2 = F_s/(x_s \cdot m), \\ \eta = \omega/\omega_s, \tau = \omega_s t, k_s = F_s/x_s, Y = y/x_s \end{array} \right)$$

$F(X,\dot{X})$ ：無次元化した復元力

x_s, F_s ：線形限界における変位と復元力

ω_s ：線形限界における固有円振動数

x_0 ：変位振幅

(2)式の履歴振動系を等価な線形振動形に置換すると次式を得る。

$$\frac{d^2X}{d\tau^2} + 2H_{eq}\frac{dX}{d\tau} + K_{eq}X = -\frac{d^2Y}{d\tau^2} \tag{3}$$

ただし、逐次変化する等価減衰係数 H_{eq} 、等価ばね定数 K_{eq} を算定するために履歴ループの形状が類似しているべき関数型履歴復元力曲線を適用する。

べき関数型履歴復元力曲線の基本式は以下の通りである。

骨曲線： $F(X,\eta) = kX^{\alpha}$ (4)

減力線： $F(X,\eta) = -2k\left\{\frac{1}{2}(X_0 - X)\right\}^{\alpha} + kX_0{}^{\alpha}$ (5)

加力線： $F(X,\eta) = 2k\left\{\frac{1}{2}(X_0 + X)\right\}^{\alpha} - kX_0{}^{\alpha}$ (6)

この復元力モデルに対して、履歴ループの囲む面積 $G_0(X_0,\eta)$ は次のように計算することができる。

$$G_0(X_0,\eta) = 4k\frac{1-\alpha}{1+\alpha}X_0^{\alpha+1} \tag{7}$$

形状パラメータ α, k は、次式となる。

$$\alpha(X_0,\eta) = \frac{4F_0(X_0,\eta)X_0 - G_0(X_0,\eta)}{4F_0(X_0,\eta)X_0 + G_0(X_0,\eta)}, k(X_0,\eta) = \frac{F_0(X_0,\eta)}{X_0^{\alpha}} \tag{8}$$

逐次変化する等価減衰係数 H_{eq} 、等価ばね定数 K_{eq} は次式のようになる。

$$H_{eq} = \frac{2k}{\pi\eta}\frac{1}{\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)}X_0^{\alpha-1}, K_{eq} = \frac{4k}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\frac{\Gamma(\alpha+0.5)}{\Gamma(\alpha+1)}X_0^{\alpha-1} \tag{9}$$

(9)式を次式に代入することで変位振幅 X_0 、円振動数 ω に依存する非線形の減衰係数 $C(x_0,\omega)$ 、及び、ばね定数 $K(x_0,\omega)$ を求めることができる。

$$C(x_0,\omega) = \frac{2F_s}{\omega_s x_s}H_{eq}, K(x_0,\omega) = k_s K_{eq} \tag{10}$$

この $C(x_0,\omega), K(x_0,\omega)$ を用いて 1 自由度系に強制外力が作用する場合の運動方程式は次式のようになる。

$$m\ddot{x} + C(x_0,\omega)\dot{x} + K(x_0,\omega)x = -m\ddot{y} \tag{11}$$

入力加速度 $\ddot{y}$ に対して上式を解くことにより変位振幅、周波数に依存する減衰・ばね特性を持つ系の応答計算が可能となる。これを等価線形系解析手法という。

Study on Analytical Method of Nonlinear Vibration Response of Storage Tanks
Ayumi TAKAHASHI , Kazuyuki IIDA and Kouichi SHIBATA

2.2 骨曲線および面積の関数化

基礎固定のサイロ容器試験体(図1)の動加力試験から得られた履歴曲線(一例として**2.2**では以下、入力の振動数6.0[Hz]に対する履歴曲線(図2)を用いた場合を示す)の各頂点(正負の各値を平均したもの)の座標を抽出し、無次元化定数 x_s, F_s で無次元化を、最小2乗法を用いて変位振幅 X_0 で近似関数化を行い、骨曲線 $F_0(X_0)$ を作成した。また履歴曲線の囲む面積からも同様にして、面積関数 $G_0(X_0)$ を作成した。

骨曲線と面積関数を式(12)で表し、軸力比0.1に対する定数は表1に示す。(表1では2.0Hz～15.0Hzの関数化の一部を示す。)

$$\left.\begin{array}{ll} F_0(X_0) = X_0 & (0 \le X_0 \le 1.0) \\ F_0(X_0) = A_1 X_0 + B_1 & (1.0 \le X_0 \le X_1) \\ F_0(X_0) = A_2 X_0 + B_2 & (X_1 \le X_0 \le X_2) \\ F_0(X_0) = A_3 & (X_2 \le X_0) \\ G_0(X_0) = A_4 X_0 + B_3 & (1.0 \le X_0 \le X_3) \\ G_0(X_0) = A_5 & (X_3 \le X_0) \end{array}\right\} \quad (12)$$

2.3 すべり摩擦型免震を含む容器構造の非線形振動解析手法

本論は、構造物の上部をサイロ容器、下部をすべり摩擦と容器と地盤を結ぶばねで構成している2自由度系のモデルとし、非線形振動応答解析を等価線形系解析手法で行った。図3に示すような2自由度系の質点に摩擦力、ばね剛性、減衰が作用する系に強制外力が働く場合の運動方程式を以下に示す。(c_2, k_2 は振動数と変位振幅に依存するサイロ容器の減衰係数とばね定数を示す。)

[質点が静止している場合]

$$x_1 = CONSTANT \quad \dot{x}_1 = 0 \quad \ddot{x}_1 = 0 \quad (13)$$

[質点が滑っている場合]

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{y}) + c_1\dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1) + \mathrm{sgn}(\dot{x}_1)F = 0 \quad (14)$$

$$m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{y}) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (15)$$

$$F = \mu(m_1 + m_2)g \quad (16)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dot{x} > 0 \rightarrow \mathrm{sgn}(\dot{x}) = +1 \\ \dot{x} < 0 \rightarrow \mathrm{sgn}(\dot{x}) = -1 \end{array}\right\} \quad (17)$$

すべり、静止の判定に関しては以下の(17)式を満たすときにすべり運動とし、それ以外は静止とする。また、すべり運動時にも速度の方向が変化した場合、質点が一度静止したとみなし、(17)式の条件を満たすまで静止したままとする。

$$|m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{y}) + c_1\dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1)| > \mu(m_1 + m_2)g \quad (18)$$

また、クーロン摩擦1自由度系の各種地震応答解析[1)]から、免震構造の応答値の最小値は固有周期 T_1= 3～4[s]のときに与えられることができたので、本論でも地盤と容器とを結合するばね(剛性 k_1)は、固有周期を3[s]として計算している。

図1 サイロ試験体の外観

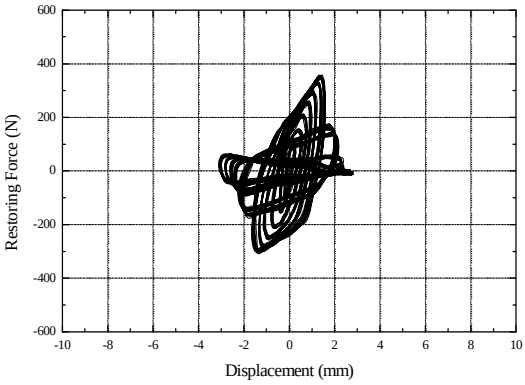

図2 動加力試験における履歴復元力曲線
(6.0[Hz] 軸力比 0.1)

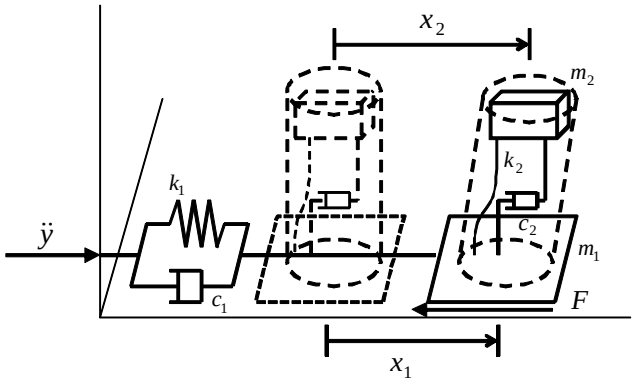

図3 すべり摩擦型免震を含むサイロ容器の外観図

3. 解析結果

3.1 等価線形系解析手法を用いた容器構造の解析結果

サイロ容器の解析に用いた等価線形系解析手法の妥当性を検証するために、軸力比 0.1 の(基礎を固定した)サイロ容器試験体(図 1)に、周波数 6.0[Hz]、最大加速度 11.225 [m/s^2]の正弦波入力(図 4)を与えた実験結果と解析値を比較した。図 5 は絶対応答加速度波形を、図 6 は相対応答変位波形示す。それぞれ点線が実験値、実線は解析値を示す。また図 7 は、履歴復元力曲線を示し、既にサイロ容器の非線形振動応答解析に用いられている [3]、べき関数型履歴系解析手法(PFT-HYS 法)の振動解析結果(Fig.7 中の点線)と PFT-ELS 法との比較を行った。解析値と実験値の比較及び、PFT-ELS 法と PFT-HYS 法との比較(図 5、図 6、図 7)から座屈前後の挙動がよく一致していることがわかる。

3.2 すべり摩擦型免震を含む容器構造の非線形振動応答解析結果

すべり摩擦型免震を含むサイロ容器の解析結果として、基礎を固定した場合と、すべり摩擦型免震を加えた等価線形系解析結果との比較を行った。入力は 3.1 で用いた入力加速度(図 4)を用い、摩擦係数は $\mu = 0.3$ とした。絶対応答加速度波形を図 8、応答変位波形を図 9 に示す。点線は基礎を固定した場合、実線はすべり摩擦型免震加えた場合の解析結果を示す。また図 10 はすべり摩擦型免震を加えた場合の履歴復元力曲線を示す。図 11 には、摩擦係数を $\mu = 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ と変化させた場合の履歴復元力曲線を示す。構造物の下部が滑っているので、応答もある一定以上にならないことがわかる。

表 1　式(12)に対する軸力比 0.1 における各定数

	4.0Hz	6.0Hz	8.0Hz
A_1	0.58	0.58	0.58
B_1	0.45	0.45	0.45
A_2	-0.57	-0.83	-0.65
B_2	7.68	8.39	6.49
A_3	0.63	0.63	0.46
A_4	9.71	10.73	14.25
B_3	-18.88	-13.66	-17.74
A_5	48.80	55.20	58.10
X_1	8.00	6.40	5.68
X_2	12.00	8.88	9.20
X_3	7.00	6.80	5.60

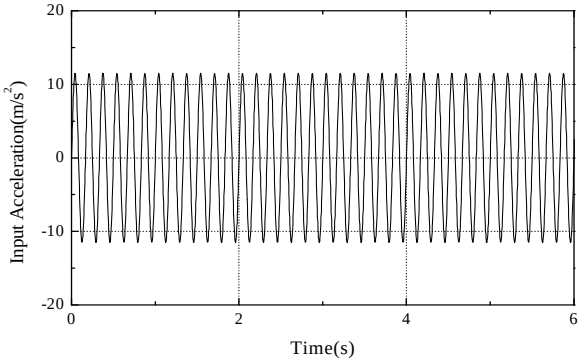

図 4 入力加速度波形 (6.0[Hz] 11.225[m/s^2])

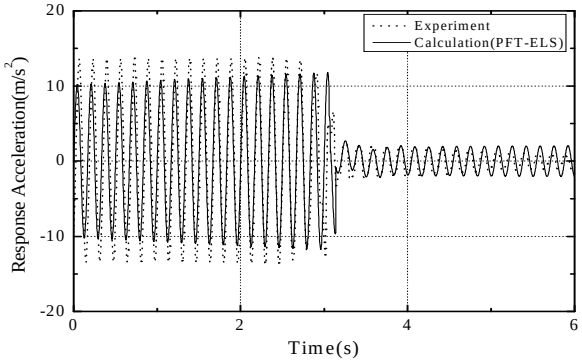

図 5 絶対応答加速度波形 (基礎固定 6.0[Hz])

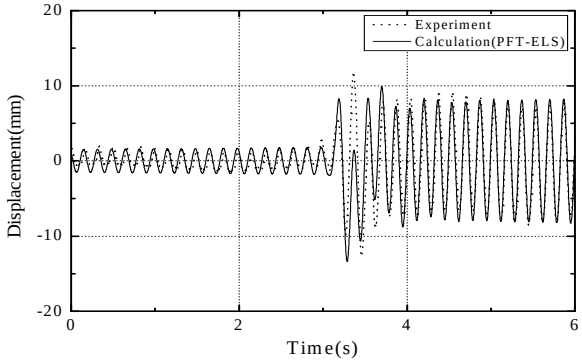

図 6 相対応答変位波形 (基礎固定 6.0[Hz])

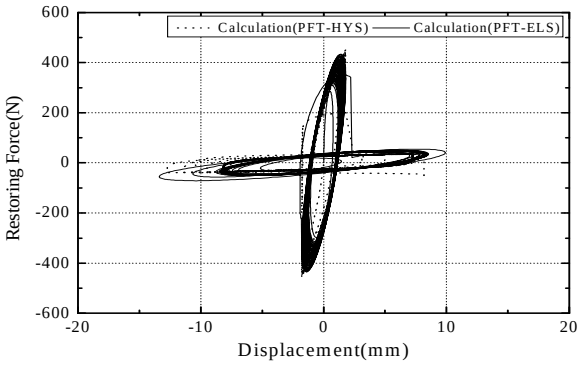

図 7 履歴復元力曲線 (基礎固定 6.0[Hz])

4. 結論

本論は、サイロ容器の非線形振動応答解析として、座屈前後を考慮した等価線形系解析手法の妥当性を検証した。そして、サイロ容器への座屈などの損傷を防ぐために、すべり摩擦型免震を加え2自由度系のモデルとし、非線形振動応答解析を行った。これらの結果を以下のようにまとめる。

1. 等価線形系解析手法を用いた基礎を固定したサイロ容器の解析値は、実験値および履歴系解析手法との比較から、座屈前後の挙動がよく一致していることがわかる。これにより等価線形系解析手法をサイロ容器に用いることが初めて可能となった。
2. すべり摩擦型免震を含むサイロ容器の非線形振動応答解析結果から、絶対応答加速度(図 8)と応答変位(図 9)が大幅に低減させることが可能となった。
3. 図 10、図 11 の履歴復元力曲線から、上部が非線形応答し、下部がすべりを示す振動系のループは、上部の膨らみを抑えられて、すべり摩擦型の特徴を示すようになる。

これらのことからサイロ容器が座屈する以上の加速度を与えても、上部のサイロ容器への振動は座屈しないように抑えられる。

本研究はサイロ容器の試験体を用いての解析であったが、今後は実大容器に対する免震部の固有周期、摩擦係数の最適化、各種地震波による応答解析を追及していく。

参考文献

1.柴田耕一，山田隆夫，北川博：摩擦型免震に関する研究(その 3 最適設計)(1987)，建築学会大会
2.富田秀之，柴田耕一：すべり摩擦型免震の摩擦係数と固有周期に関する基礎研究(1991), 日本大学大学院生産工学研究科博士前期課程論文
3.渡邉健，柴田耕一：サイロ容器の地震時履歴復元力特性を考慮した非線形振動応答解析手法に関する研究(変位振幅及び周波数に依存する復元力特性を持つサイロの振動特性と振動実験)，日本建築学会構造系論文集，575(2004)，137
4.中川穂高，柴田耕一：非線形振動特性を示す容器モデルの免震の研究(2006), 日本大学大学院生産工学研究科博士前期課程論文

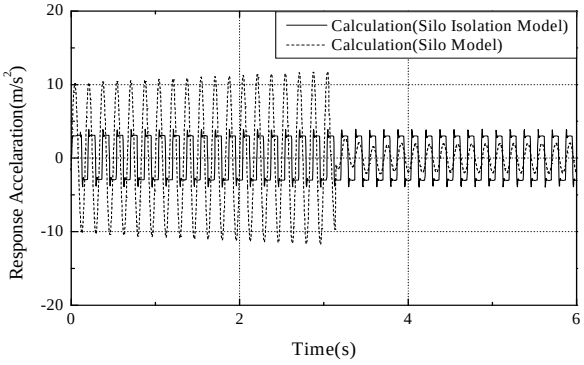

図 8 絶対応答加速度波形
(すべり摩擦型免震 6.0[Hz], $\mu = 0.3$)

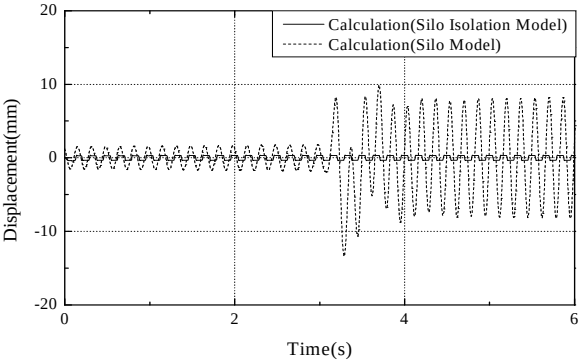

図 9 相対応答変位波形
(すべり摩擦型免震 6.0[Hz], $\mu = 0.3$)

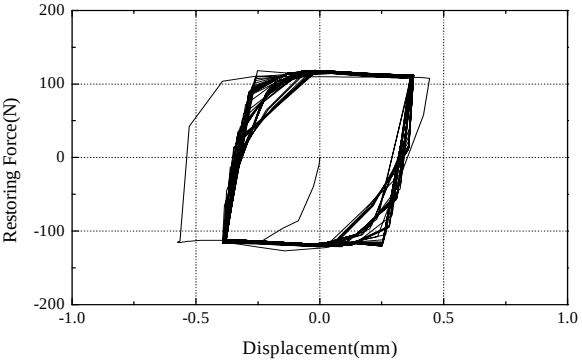

図 10 履歴復元力曲線
(すべり摩擦型免震 6.0[Hz], $\mu = 0.3$)

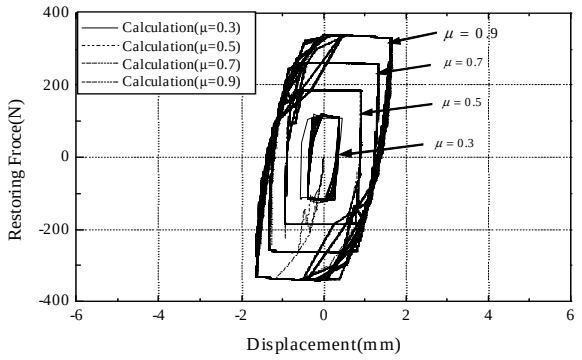

図 11 履歴復元力曲線
(すべり摩擦型免震 6.0[Hz])