

# AHP による意思決定全体における全体 CI 値推定法

日大生産工（院） 宇田川美紀  
日大生産工 篠原正明

## 1 はじめに

AHP では問題に対して、各要素間で一対比較を行い、そこで得たデータを計算し問題の解決を図る。目標から評価基準間（あるいは各評価基準から代替案）で一対比較判断の論理的整合性を測定する尺度として  $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$  で定義される Saaty CI が存在する。

すべての一対比較行列の整合度が 0.1 以下という条件を満たせば、その意思決定全体の整合度も満たされるはずである。したがって、本研究では全体整合度を求める式として  $CI_{AHP}$  を定義した。2 層モデルと 3 層モデルの 2 つのモデルを用意し、具体的な例題 3 題を用いて実験を行い、それぞれの個別整合度から、定義した全体整合度  $CI_{AHP}$  の考察を行う。

## 2 AHP 階層モデル

### 2.1 3 層モデル

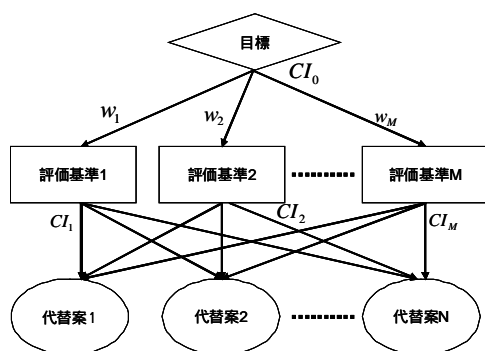


図 2.1 3 階層 AHP 図

図 2.1 に 3 層 AHP 図を示す。これは、「目標 評価基準 (M 個) 代替案 (N 個)」からなる、M 個の評価基準と N 個の代替案を持つ、基本的な階層構造の AHP モデルである。

### 2.2 2 層モデル

図 2.2 に 2 階層 AHP 図を示す。これは、評価基準を考慮せずに（但し、間接的には考慮する）、直接「目標 代替案 (N 個)」の 2 層の階層構造を持つ AHP モデルとして定義をする。目標から直接、代替案を選出することで意思決定者の直感による評価を行うための 2 層に縮退された 2 層モデルである。

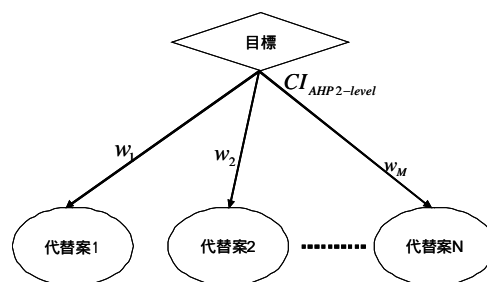


図 2.2 直接的 2 階層 AHP 図

## 3 意思決定全体の整合度 $CI_{AHP}$

M 個の評価基準と N 個の代替案から構成される 3 階層 AHP において、意思決定全体の整合度  $CI_{AHP}$  を次式で推定する[2]。

$$\sqrt{CI_{AHP}} = \sqrt{CI_0} + \sum_{i=1}^M w_i \sqrt{CI_i} \quad (1)$$

但し、 $CI_0$  は目標からみた M 個の評価基準間一対比較に関する整合度、 $CI_i$  は評価基準  $i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) から見た代替案間一対比較に関する整合度、 $w_k$  は評価基準  $i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) の重みである。

ここで、(1)式の各局所 CI 値の係数については自由度が存在するところであるが、マインド遷移モデルの解釈に従い、係数和=1 の場合と比較するため、

Estimation of Entire Consistency Index for the Whole AHP Decision Making

Miki UDAGAWA and Masaaki SHINOHARA

次式(2)を考える。

$$\sqrt{CI_{AHP}^2} = \frac{1}{2}\sqrt{CI_0} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^M w_i \sqrt{CI_i} \quad (2)$$

又、評価基準数=3、代替案数=3 の場合に限っては、近似解析的に次式(3)が得られている[1]。

$$\sqrt{CI_{AHP}^3} = \sum_{i=1}^M w_i \sqrt{CI_i} \quad (3)$$

2層モデルの全体整合度を  $CI_{AHP2-level}$  として表し、(4)式で求める。

$$CI_{AHP2-level} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (4)$$

## 4 実験内容

今回の例では「国内旅行地選定」、「海外旅行地選定」、「食事選択」について具体的なそれぞれの問題について実験を行い、18人の被験者によるデータから、 $CI_{AHP}^1$ 、 $CI_{AHP}^2$ 、 $CI_{AHP}^3$ 、 $CI_{AHP2-level}$  ならびにそれらの平方根値について比較を行う。

「国内旅行地選定」、「海外旅行地選定」、「食事選択」、いずれの問題も、評価基準数=3、代替案数=3 とする。

### 4.1 国内旅行地選定

図 4.1.1 に国内旅行地選定を最終目標とする 3 段階 AHP の階層図、図 4.1.2 に 2 段階 AHP の階層図を示す。各例題において、2 つの階層構造それぞれの一対比較を行う。

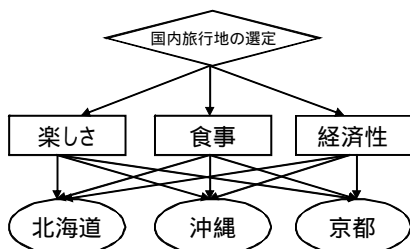


図 4.1.1 国内旅行地選定における 3 段階階層図

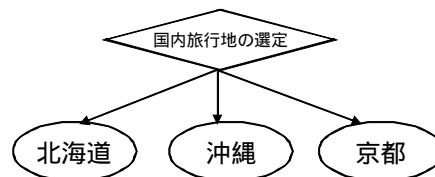


図 4.1.2 国内旅行地選定における 2 段階階層図

### 4.2 海外旅行地選定

図 4.2.1 に海外旅行地選定を最終目標とする 3 段階 AHP の階層図、図 4.2.2 に 2 段階 AHP の階層図を示す。

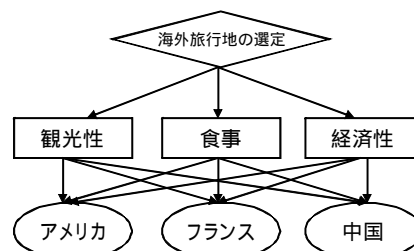


図 4.2.1 海外旅行地選定における原 3 段階階層図

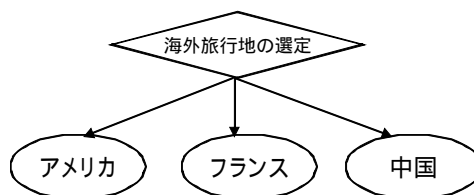


図 4.2.2 海外旅行地選定における 2 段階階層図

### 4.3 食事選択

図 4.3.1 に食事選択を最終目標とする 3 段階 AHP の階層図、図 4.3.2 に 2 段階 AHP の階層図を示す。

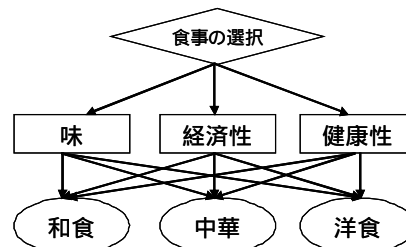


図 4.3.1 食事選択における 3 段階階層図

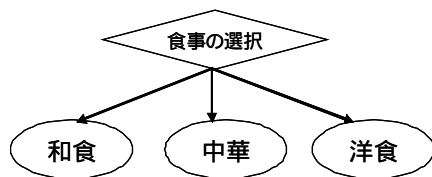


図 4.3.2 食事選択における 2 段階階層図

## 5 結果

4 章で収集したデータを Microsoft Excel 表計算を用いて、AHP 計算を行った。なお、算出方法はパワー法を用いた。各個別整合度及び、「目標 - 評価基準 - 代替案」の 3 階層 AHP での全体整合度  $CI_{AHP}$  と「目標 - 代替案」の 2 階層 AHP での全体整合度  $CI_{AHP2-level}$  の値とそれぞれ CI 値の平方根をとった値を被験者別に並べた結果を以下の図 5.1.1~5.3.2 に示す。

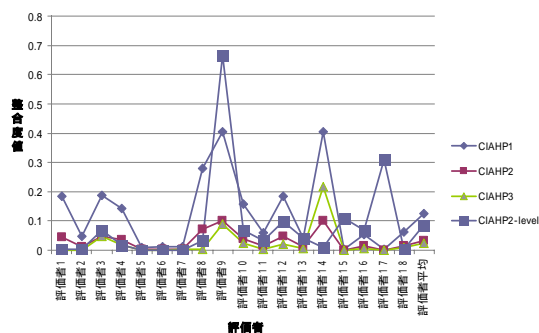


図 5.1.1 国内旅行地選定の全体 CI 値比較

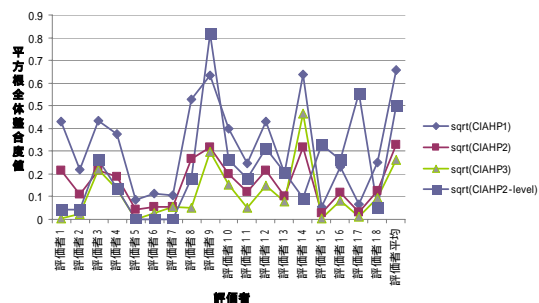


図 5.1.2 国内旅行地選定の平方根 CI 値比較

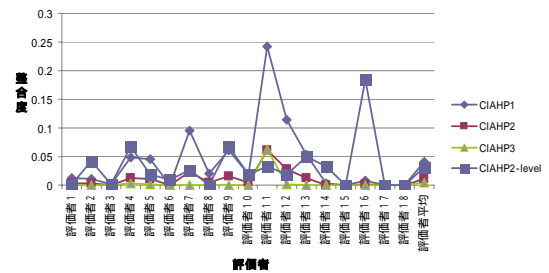


図 5.2.1 海外旅行地選定の全体 CI 値比較

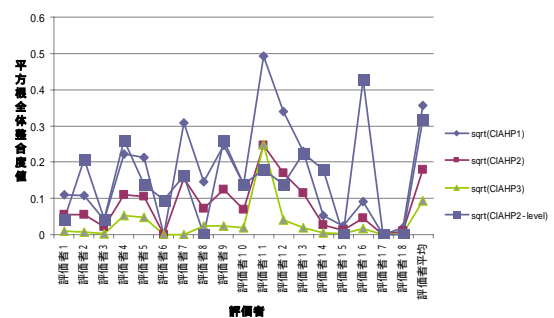


図 5.2.2 海外旅行地選定の平方根全体 CI 値比較

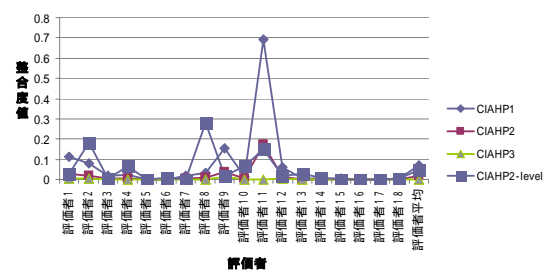


図 5.3.1 食事選択の全体 CI 値比較

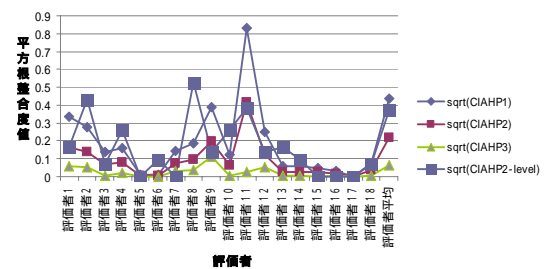


図 5.3.2 食事選択の平方根全体 CI 値比較

## 4 結果

図 5.1.1 ~ 図 5.3.2 の結果より、被験者によっては 3 層モデルの全体整合度  $CI_{AHP}$  と 2 層モデルの全体整合度  $CI_{AHP2-level}$  の数値にやや大きな開きがでているものもあるが、 $CI_{AHP}$  2 もしくは  $CI_{AHP}$  3 と  $CI_{AHP2-level}$  が比較的近い値を得る。また、平方根をとった全体整合度  $\sqrt{CI_{AHP}}$  よりも平方根を取らない  $CI_{AHP}$  の方が、3 層モデルと 2 層モデルにおける全体整合度の誤差の開きが小さくなり (1 以下の値の平方根を取る場合、元の値よりも平方根を取った値の方が大きくなるのは当然であるが) 更に、今回の実験データの平均をとってみると  $CI_{AHP2-level}$  は  $CI_{AHP}$  3 との差が一番小さい。

$CI_{AHP}$  3 のデータに着目すると、いずれの例題においても、本来の整合度の判断基準である 0.1 未満という基準もほぼ満たしている。

したがって、全体整合度を定義する式として  $CI_{AHP}$  3 が最も適切な推定法と考えられる。

## 6 考察

今回の実験から、評価基準を直接的に考慮しない 2 層モデルの場合、整合性がやや大きくなる傾向がある。3 層モデルに比べ、評価の判断が被験者の好みに直接左右され、判断の曖昧さが整合性に影響してくるのではないだろうか。

また、「国内旅行」と「海外旅行」の実験を行った際、同じ旅行地選択という問題なのにも関わらず、「国内旅行地選定」の場合は  $CI_{AHP}$  3、「海外旅行地選定」の場合は  $CI_{AHP}$  2 が  $CI_{AHP2-level}$  との誤差が少ないというデータを得る被験者がやや多い傾向にあった。「海外」に比べ「国内」を比較する方が被験者にとってイメージが付きやすく、判断が行いやすかったのではないかと推測する。より正確なデータを収集するためには、判断のしやすい「評価基準」及び「代替案」を提示したアンケートを行うことが重要である。

## 7 おわりに

意思決定全体の整合度を判断する全体整合度の推定法を考察した。今回は評価基準数=3、代替案数=3 のモデルを利用したが、今後はそれぞれの要素数を増やした場合を考察していきたい。また、より多くのデータによるシミュレーション実験を行うことも今後の課題とする。

また、要素数を増やした場合、データを集計は難しくなっていく。効率的なデータの集計方法も考えねばならない。

## 参考文献

- [1] 篠原正明、大澤慶吉、篠原健：「AHP における個別整合度と全体整合度」、日本オペレーションズ・リサーチ学会 2006 年秋季研究発表会論文集、2-D-6、pp.242-243(2006.9)
- [2] Masaaki Shinohara and Keikichi Osawa : 「Consistency measure for the whole AHP decision making hierarchy」 pp. 461/1-9, Proceedings of ISAH2007, Vina del Mar, Chile, August 2-6, 2007.
- [3] 宇田川 美紀：「意思決定全体の整合度を評価する AHP」 平成 18 年度卒業論文(2007)
- [4] 宇田川 美紀、篠原 正明：「AHP の原 3 層モデルと縮退 2 層モデルの比較」 第 40 回日本大学生産工学部学術講演会数理情報部会講演概要集 pp.63-66(2007.12)
- [5] 田中 麻衣子：「AHP における意思決定全体の整合度性の測定」 平成 19 年度卒業論文(2008)